Cours de base
1er semestre
9+9ECTS

Géométrie non commutative

Andrzej ZUK

Le but de la géométrie non commutative est d'utiliser des outils de la géométrie différentielle pour l'étude de certaines algèbres non commutatives, qui apparaissent naturellement à la fois en mathématique et en physique. Nous étudierons particulièrement l'espace non commutatif dual d'un groupe non abélien.

On commencera par les bases de la théorie des algèbres d'opérateurs. On présentera les notions et théorèmes de base dues à Von Neumann, Gelfand et autres.

On exposera les développements tout récents en relation avec les progrès remarquable dans la théorie de groupes.

Programme :

1. Théorie spectrale :
Algèbres de Banach, spectre, transformée de Gelfand.
C* algèbres commutatives, opérateurs auto-adjoints sur un espace de Hilbert.

2. Algèbres de von Neumann :
Topologie faible, théorème du bicommutant, décomposition polaire.
Algèbre de Von Neumann d'un groupe discret.
Facteurs de type II_1, dimension continue.

3. C* algèbres :
Construction GNS.
C*-algèbre d'un groupe discret.
Moyennabilité et nuclearité. Simplicité, exactitude.

Partie avancée :
Les algèbres de von Neumann – classification
La propriété (T)
La conjecture de Dixmier
La conjecture de Baum-Connes

Connaissances requises :

Une connaissance d'analyse fonctionnelle est utile

Bibliographie :

[1] V.F.R. Jones : *Von Neumann algebras*, Notes de cours, disponible sur http://www.math.berkeley.edu/~vfr/VonNeumann.pdf

Des références bibliographiques ponctuelles seront en outre données pendant le cours.