Université Pierre & Marie Curie — Licence de mathématiques 3
Année 2012-2013 — Module 323

Contrôle Continu 1 - 20/02/2013

Exercice 1 (question de cours) :

(1) Soit k un corps et $\mathcal{E}$ un espace affine de k-espace vectoriel directeur E. Donner la définition d'un sous-espace affine $\mathcal{F}$ de $\mathcal{E}$.

(2) Que signifie que $(P_0, \ldots, P_n)$ forme un repère affine de $\mathcal{F}$?

(3) Donner et démontrer un critère vectoriel pour que $(P_0, \ldots, P_n)$ soit un repère affine.

Exercice 2 :

Soit $\mathcal{E}$ le sous-espace affine de $\mathbb{R}^4$ engendré par les points $A = (1, 0, 1, 0), B = (-1, 2, 0, 0)$ et $C = (0, 2, 1, -1)$.

(1) Calculer la dimension de $\mathcal{E}$.

(2) Donner un système d'équations cartésiennes de $\mathcal{E}$.

(3) Compléter le triplet (A, B, C) en un repère affine de $\mathbb{R}^4$.

Exercice 3 :

On se place sur le corps à 5 éléments $\mathbb{F}_5$. Soit $a \in \mathbb{F}_5$ et $\mathcal{E}_a$ le sous-ensemble de $\mathbb{F}^3$ formé des triplets vérifiant les équations

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - ay + 2z = a \\ ax - y - z = 3 \end{cases}$$

(1) Déterminer en fonction de a la dimension de $\mathcal{E}_a$.

(2) En donner un point et une base de l'espace vectoriel directeur.

Exercice 4 :

Soit A, B, C, D quatre points d'un espace affine $\mathcal{E}$ sur un corps de caractéristique différente de 2. Montrer que les propriétés suivantes sont équivalentes :

(1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

(2) (AB) et (CD) sont parallèles ainsi que (AD) et (BC).

(3) Les milieux de AC et BD coïncident.