

INTERRO 1

Exercice 1.

Déterminer le rang de la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2.

Soit A la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 7 & 2 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer le polynôme caractéristique de A .
2. En déduire un polynôme annulateur de A .
3. Déterminer trois réels $a < b < c$ et une matrice inversible P telle que $P^{-1}AP = \text{diag}(a, b, c)$.
4. En déduire l'expression de A^n pour tout entier naturel n .