



**Cours 4:**

Les mathématiques médiévales  
entre islam et chrétienté

**LU3MA209**  
**ÉLÉMENTS D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES**

2020-2021, 2<sup>e</sup> période  
David Aubin  
david.aubin@sorbonne-université.fr

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 1

1

**PROGRAMME DE LA SÉANCE**

1. L'antiquité tardive :  
une tradition menacée, l'héritage de Boèce
2. Mathématiques en terre d'Islam:  
héritage, transmission et innovation
3. Le Moyen Âge chrétien en Occident:  
Éclipse et renaissance des mathématiques

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 2

2



**L'ANTIQUITÉ TARDIVE**

Une tradition menacée,  
l'héritage de Boèce

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 3

3

**NICOMAQUE DE GÉRASE**

Néopythagoricien (1<sup>er</sup>–2<sup>e</sup> siècles ap. J.-C.) → *logos* et *arithmos*.

Œuvres:

- *Introduction à l'arithmétique* (vers 180)
- *Théologie de l'arithmétique* : l'étude du Un et de Dieu.
- *Manuel d'harmonique*.



**Système des quatre sciences mathématiques**

Les nombres en soi → arithmétique	Les nombres par rapport à d'autres nombres → musique ou harmonique.
La quantité au repos → géométrie	La quantité en mouvement → astronomie ou sphériques.

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 4

4

## TRIVIUM - QUADRIVIUM

Martianus Capella, Carthaginois du 5<sup>e</sup> siècle  
 Les Noces de Philologie et de Mercure (vers 420).

Les Noces de la Philologie et de Mercure, Ms. Urb. 329, Bibliothèque apostolique du Vatican, [http://digi.vatlib.it/view/MSS\\_UrbLat.329](http://digi.vatlib.it/view/MSS_UrbLat.329)

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 5

5

## LES MATHÉMATIQUES GRECQUES EN HÉRITAGE

Boèce (env. 480 – env. 525) :  
**un relais majeur**

- Vit en Italie pendant l'époque de l'Antiquité tardive.
- Traductions et commentaires d'Aristote en latin.
- Œuvre philosophique, logique, théologique et mathématique.
- [Consolation de la philosophie, écrit en prison en 523]

Consolation de la philosophie, Grand, 1485. <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1c/Boethius.consolation.philosophy.jpg>

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 6

6

## LES MATHÉMATIQUES GRECQUES EN HÉRITAGE

Boèce adopte la structure **trivium-quadrivium**

- Grammaire, dialectique, rhétorique
- Géométrie, arithmétique, astronomie, musique.

Traduction d'Euclide en latin (perdue).

Ses *Institutions*... = les principaux ouvrages lus dans le monde chrétien médiéval.

Une séparation entre quadrivium et théologie.

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 7

7

## ARITHMÉTIQUE

*Institution arithmétique* de Boèce  
 (*De institutione arithmetica*).  
 Cf. trad. française de JY Guillaumin.  
 Paris: Belles-Lettres, 1995.

Tirée de **Nicomache** de Gérase.

- **Jamblique**  
 (v. 242 – v. 325):  
 néoplatonicien,  
 auteur d'une vie  
 de Pythagore et  
 d'un commentaire  
 sur l'arithmétique  
 de Nicomaque.

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 8

8

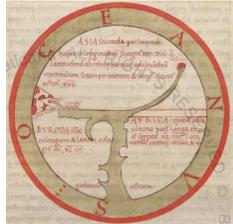
## GÉOMÉTRIE

*Institution géométrique de Boèce?*  
Connue que par des fragments.

Le « pont des ânes »:

- proposition 5 d'Euclide = dans un triangle équilatéral, les angles de la base sont égaux.

Euclide n'est presque plus lu en Europe après le 5<sup>e</sup> siècle.  
La géométrie pratique des géographes et des arpenteurs.

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 9

9

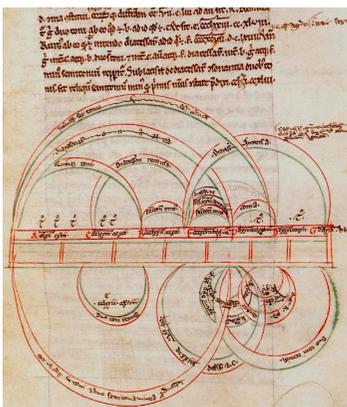
## BOÈCE, TRAITÉ DE MUSIQUE (6<sup>E</sup> SIÈCLE)

Copie manuscrite du 12<sup>e</sup> siècle. Bodleian Library, Oxford.

L'vniſſon eſt entre	1, & 2.
L'Octave eſt entre	2, & 3.
La quinte entre	3, & 4.
La quarte entre	4, & 5.
La tierce maieure entre	5, & 6.
La tierce mineure entre	6, & 7.

— Marin Mersenne, *La Vérité des sciences* (1625).

- Le problème de la gamme.
- Gamme « pythagoricienne »:  
12 quintes  $\approx$  7 octaves.  $0,007707... \approx 0,0078125$ .



13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 10

10

## ASTRONOMIE

Le texte le plus célèbre:

- Aratus, *Les Phénomènes* (v. -280-260), un poème cosmique qui influence Cicéron, Ovide ou Saint-Paul.
- Plusieurs autres descriptions cosmiques inspirées de Ptolémée circulent, mais sans mathématiques.

≠ Ptolémée, *L'Almageste* (pas lu en Europe).  
Influence de l'astrologie de Ptolémée, *Tétrabible*.

**Presque aucune recherche européenne en arithmétique, géométrie et astronomie entre les VI<sup>e</sup> et le XI<sup>e</sup> siècles!!**



13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 11

11

## MATHÉMATIQUES EN TERRE D'ISLAM

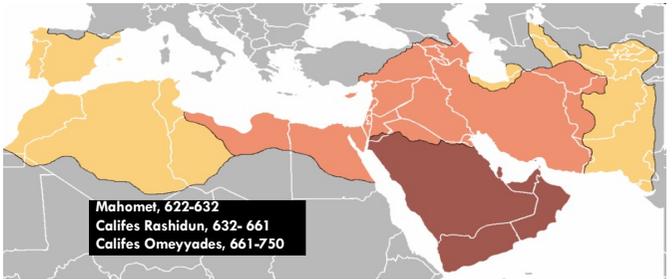
Héritage et innovation



13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 12

12

## EMPIRE ARABE (622-750)



Mahomet, 622-632  
Califes Rashidun, 632- 661  
Califes Omeyyades, 661-750

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 13

13

## LES SCIENCES MATHÉMATIQUES « ARABES »: UN RÉSUMÉ

L'héritage gréco-romain:

« Les [sciences] mathématiques sont appelées les quatre enseignements. Elles sont quatre, car leur sujet est la quantité. La quantité est soit ce qui est continu, soit ce qui discret. Le continu est ou bien en mouvement ou bien au repos. Le mouvant est l'astronomie, le non-mouvant la géométrie. Le discret est soit ce qui est à une raison, c'est-à-dire la musique, soit ce qui n'en a pas, c'est-à-dire les nombres »  
[Baha al-Din Kharaqi, mathématicien perse du 12<sup>e</sup> siècle]

Transmission:

- Le « calcul indien » [et l'trigonométrie]

Des innovations:

- L'« algèbre » [et l'analyse combinatoire]



13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 14

14

## L'HÉRITAGE GREC: TRANSMISSION ET DÉVELOPPEMENTS

Relecture d'Euclide.

- Livre X: Arithmétisation des grandeurs incommensurables; racine carrées et bicarrées manipulées comme des nombres.
- Livre V: Rapports = extension du concept de nombre aux fractions (Al-Khayyam et Ibn-Mucadh).

Problèmes non résolus par les Grecs

- En géométrie: découper la sphère en deux parties dans un rapport donnée, énoncé sans preuve chez Archimède; multisection de l'angle; construction de l'heptagone et de l'ennéagone.
- En arithmétique: étude des nombres premiers (Thabit Ibn Qurra, mort en 901; Ibn al-Haytham, m. 1041; al-Farisi, m. v. 1320); étude des équations diophantiniennes et congruence; étude des suites et des séries finies.

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 15

15

## L'ALGÈBRE: UNE NOUVELLE BRANCHE DES MATHÉMATIQUES

Les Mille et une nuits (trad. fr. de A. Galland, 1965, I, p. 426-427)

« ... et vous avez en ma personne le meilleur barbier de Bagdad, un médecin expérimenté, un chimiste très profond, un astrologue qui ne se trompe point, un grammairien achevé, un parfait rhétoricien, un logiciel subtil, un mathématicien accompli dans la géométrie, dans l'arithmétique, dans l'astronomie et dans tous les raffinements de l'algèbre ; un historien qui sait l'histoire de tous les royaumes de l'Univers. Outre cela, je possède toutes les parties de la philosophie ; j'ai dans ma mémoire toutes nos lois et toutes nos traditions, je suis poète, architecte, etc. »

L'algèbre apparaît dans la classification des sciences d'Al Farabi (10<sup>e</sup> siècle) et d'Avicenne (11<sup>e</sup> siècle).

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 16

16

## LA MAISON DE LA SAGESSE

Début 9<sup>e</sup> s. à Bagdad:  
Apogée des traductions hellénistes.

**Al-Kwarizmi:**  
naissance de l'algèbre,

- **style:** algorithmique et démonstratif,
- **potentialité:** l'application des disciplines mathématiques les unes aux autres  
→ création de nouveaux domaines, par ex. l'analyse diophantienne.
- La « nouvelle rationalité mathématique » qui apparaît alors influence tout son développement par après...



Bagdad, la ville ronde

William Muir, William, The Caliphate: Its Rise, Decline, and Fall from Original Sources (1883), <http://www.mb.commodore.com/gp/muir/baghdad.gif>

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 17

17

## ABU JA'FAR MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI (V. 790 – V. 840)

Originaire de Khiva, auj. Ouzbékistan, vers 790.  
Mort à Bagdad, vers 840.

**Œuvre mathématique**

- Livre du calcul indien, vers 825.
- Traité de l'algèbre, vers 830.

**Astronomique**

- *Zīj al-Sindhī*, vers 820 (un livre de tables astronomiques et trigonométriques).

**Géographique**

- Configuration de la Terre, vers 833.

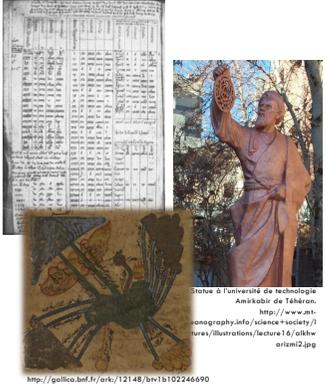


Table 0 L'Université de technologie Amirkabir de Téhéran. <http://www.astronomyinfo.ir/astrosociety/illustrations/figure16/alkhwarizmi2.jpg>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bv1b102246690>

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 18

18

## AL-JĀBR WA'L-MUQĀBALAH

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/23/Aljabr-alkhwarizmi.jpg>

*Abregé du calcul par la restauration et la comparaison*  
(composé entre 813 et 833).

Composé de six livres, ayant pour objet la résolution des équations du 2<sup>nd</sup> degré

- 1er livre : théorique (établissement du calcul)
- 2e livre : procédés permettant de se ramener aux six types d'équations algébriques fondamentaux
- 4 derniers livres : applications pratiques

Traduit par Robert de Chester (Ségovie, Espagne, 1145) sous le titre *Liber algebrae et almucabala*.

« un résumé englobant les plus fines et les plus nobles opérations du calcul dont les hommes ont besoin pour la répartition de leurs héritages et de leurs donations, pour leurs partages et pour leurs jugements, pour leurs transactions commerciales et pour toutes les opérations qu'ils ont entre eux relatives à l'arpentage, à la répartition des eaux des rivières, à l'architecture ainsi qu'à d'autres aspects. »



13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 19

19

## L'ALGÈBRE D'AL-KHWARIZMI

**Dénomination des termes**

- l'inconnue : « *shay* » (šay) – littéralement « chose » (transcrit *xay* en espagnol ancien = origine de *x* pour l'inconnue?)
- la racine = *gizr*
- le carré de l'inconnue = *mal* (à l'origine, « bien possédé », mot qui deviendra synonyme de carré)
- la constante : nombre simple = *dirham* (à l'origine, unité monétaire).

**Classement des équations (a, b et c positifs):**

$ax^2 = bx$	« des carrés égalent des racines »
$ax^2 = c$	« des carrés égalent un nombre »
$bx = c$	« des racines égalent un nombre »
$ax^2 + bx = c$	« des carrés et des racines égalent un nombre »
$ax^2 + c = bx$	« des carrés et un nombre égalent des racines »
$ax^2 = bx + c$	« des carrés égalent des racines plus un nombre ».

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 20

20

## L'ALGÈBRE D'AL-KHWARIZMI (2)

Procédés de transformation des équations

- L'*al-jabr* (reprise ou remplacement → origine du mot « algèbre »);
- L'*al-muqabala* (balancement ou rejet).

Procédés de calcul (applicables aux équations « normalisées »):

Ex. :  $x^2 + 10x = 39$

« La règle en cela est que tu divises les racines en deux moitiés, dans ce problème : cinq ; que tu multiplies par lui-même : on a vingt-cinq, tu l'ajoutes à trente-neuf : on a soixante-quatre; tu prends sa racine qui est cinq : il reste trois ; qui est la racine du carré que tu cherches, et le carré est neuf. »

La démonstration des procédés

- Non pas algébrique, mais géométrique : repose sur des figures et des égalités d'aires.
- Dans l'extrait: la résolution de l'équation  $x^2 + bx = c$  se fait par la construction du carré qui représente:
 
$$x^2 + 4(b/4) + 4(b/4)^2 = (x + b/2)^2 = c + b/4.$$



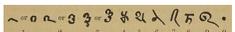
[http://math.illinois.edu/images/cms\\_upload/0800803110724.jpg](http://math.illinois.edu/images/cms_upload/0800803110724.jpg)

21

## LES CHIFFRES « ARABES »

Le **zéro** et la notation de position proviennent d'Inde.

Le manuscrit de Bakhshālī (date incertaine, vers - 200 à + 400). R. Hoernle, vienne 1887.



Vers 629, **Brahmagupta** expose les calculs écrits (addition et multiplication) dans ce système.

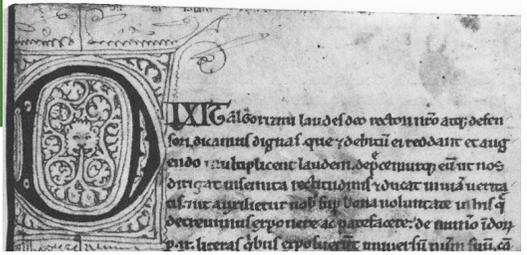
**Al-Khwarizmi**

- Kitāb 'al-jāmi' wa'l-tafrīq bi'hisāb 'al-Hind (Livre de l'addition et de la soustraction d'après le calcul indien) ;
- exposé de « la manière de calculer des Indiens à l'aide des neufs caractères » + la « dixième figure en forme de cercle » (le zéro), dont il recommande de « ne pas négliger l'usage afin de ne pas confondre les positions ».
- le texte arabe n'a pas été retrouvé.

22

## « DIXIT ALGORIZMI » → ALGORITHMME

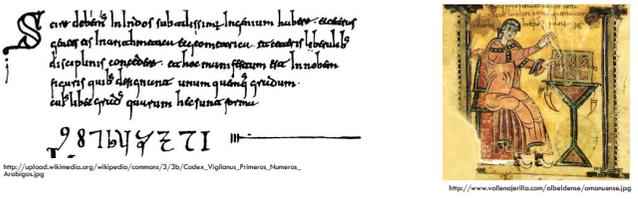
Algoritmi de numero Indorum : manuscrit latin du 12<sup>e</sup> siècle, traduction probable d'Adélarde de Bath [Cambridge, University Library, li. 6.5]



23

## UNE TRACE DES CHIFFRES ARABES EN ESPAGNE

- Première apparition des chiffres arabes en occident dans un manuscrit produit à Pampelune en Espagne en 976.



24

## GERBERT D'AURILLAC: UN PAPE MATHÉMATICIEN

(futur **Sylvestre II**, le pape de l'an Mil)

se familiarise avec les chiffres arabes à l'occasion d'un voyage à Cordoue en 972-982.

۱ ۵ ۳ ۴ ۶ ۸ ۹  
 Igin Andras Ormis Arbas Quinas Termas Zenis Temenias Celentis

Notation et nom des chiffres dans divers manuscrits latins du 10<sup>e</sup> siècle:  
(Œuvres de Gerbert, Clermont-Ferrand, 1867, p. xxxvi.)



Illustration from Codex Bezae Cantabrigiae, folio 137r, showing Gerbert of Aurillac (left) and a figure (right). The text is in Latin and Arabic numerals. Source: https://www.bibliotheca-universitaria.org/imagenes/0368/0368\_137r\_01.jpg

25

## DÉVELOPPEMENTS DE L'ALGÈBRE APRÈS AL-KHWARIZMI

**Al-Khwarizmi**  
(1<sup>ère</sup> moitié du IX<sup>e</sup> siècle)

→

**Abu Kamil**  
(env. 850-930)

**Les algébristes-arithméticiens**

- Al-Karaji (env. 953-1029),
- Al-Samaw'al (env. 1130-1180)

**Les algébristes-géomètres**

- Al Haytham (env. 965-1039),
- Al-Khayyam (1048-1131),
- Al-Tusi (env. 1135-1213)

26

## ABŪ ALĪ AL-ḤASAN IBN AL-HASAN IBN AL-HAYTHAM

Latinisation: **Alhacen** ou **Alhazen**.

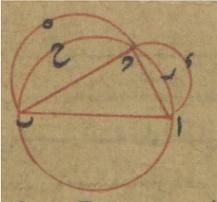
Né à Bassorrah (Irak aujourd'hui) vers 965; mort au Caire en 1039.

Importants traités d'optique (physiologie de la vue, réflexion et réfraction) et d'astronomie

- traduits en latin au 13<sup>e</sup> siècle: influence sur Descartes, Huygens et Newton / la méthode expérimentale.

Essai de quadrature du cercle à l'aide des « lunules ».

- En TD.



http://www.bibliotheca-universitaria.org/imagenes/010355/010355\_00023944105\_04000000406

27

## OMAR AL-KHAYYAM (ENV. 1048–1131)

Auteur des célèbres « *Rubaiyat* » (près de mille quatrains).

3 traités connus en mathématiques:

- Algèbre et d'*al-muqala*;
- Division du quart de cercle;
- Commentaires sur la difficulté de certains postulat dans les travaux d'Euclide
- [traité perdu sur les racine  $n$ -ièmes de l'unité].

**Théorie géométrique des équations algébriques.**

- Classification des équations de degré  $\leq 3$ .



28

## LES PROBLÈMES NON RÉSOLUS DES ANCIENS

**Omar Al Khayyam :**

« Il se rencontre dans cette science des problèmes [...] dans la solution desquels ont échoué la plupart de ceux qui s'en sont occupé. Quant aux Anciens, il ne nous est pas parvenu d'eux d'ouvrage qui en traite ; peut-être, après avoir cherché les solutions et après les avoir étudiées, n'en auraient-ils pas pénétré les difficultés. Ou peut-être leurs recherches n'en exigeaient pas l'examen ; ou enfin leurs ouvrages à ce sujet, s'il y en a, n'ont pas été traduits dans notre langue.

« Quant aux modernes, c'est al-Mahani qui, parmi eux, conçut l'idée de résoudre algébriquement le théorème auxiliaire employé par Archimède dans la quatrième proposition du second livre de son traité de la sphère et du cylindre ; or, il fut conduit à une équation renfermant des cubes, des carrés et des nombres qu'il ne réussit pas à résoudre après en avoir fait l'objet d'une longue méditation. On déclara donc que cette solution était impossible, jusqu'à ce qu'apparut Ja'far al-Khazin qui résolut l'équation à l'aide de sections coniques [...] ».

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 29

29

## COUPER LA SPHÈRE EN DEUX

**Calotte sphérique**

Un plan coupe la sphère de rayon  $r$ .

Archimède: 4<sup>e</sup> proposition du livre II de *La Sphère et le cylindre*

- « Couper une sphère donnée de manière que les segments aient entre eux une raison égale à une raison donnée ».
- « Le problème doit [...] être posé ainsi : [...] étant donné aussi le point O dans la droite BZ [=1/2ΔB], couper la droite ΔB en un point X, de manière que le carré construit sur ΔB soit au carré construit sur ΔX comme XZ est à ZO. Chacune de ces choses aura à la fin sa solution et sa construction ».

Une équation du 3<sup>e</sup> degré !

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 30

30

## LES PUISSANCES SUPÉRIEURES

**Omar Al Khayyam :**

« [...] je n'ai jamais cessé de désirer vivement de faire connaître avec exactitude toutes ces espèces, ainsi que de distinguer parmi les cas de chaque espèce les possibles d'avec les impossibles, en me fondant sur des démonstrations ».

« Il est de coutume chez les algébristes de nommer dans leur art l'inconnue qu'on veut déterminer, 'chose', son produit par elle-même 'carré', son produit par son carré, 'cube', le produit de son carré par son semblable 'carré-carré'. (...) »

« Les solutions en algèbre s'effectuent par l'équation, je veux dire en égalant ces degrés les uns aux autres, comme on le sait bien. Et si l'algébriste emploie le carré-carré dans des problèmes de géométrie, c'est métaphoriquement, et non pas proprement, puisqu'il est impossible que le carré-carré soit au nombre des grandeurs. »

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 31

31

## CLASSIFICATION D'AL-KHAYYAM (1)

25 équations engendrées par combinaison de quatre termes: nombre, l'inconnue, son carré et son cube.

Équations résolues (sauf [3]) à l'aide du cercle:

Équations binômes	Équations trinômes
[1] $bx = c$	[7] $x^2 + bx = c$
[2] $ax^2 = c$	[8] $x^2 + c = bx$
[3] $x^3 = c$	[9] $x^2 = bx + c$
[4] $ax^2 = bx$	[10] $x^3 + ax^2 = bx$
[5] $x^3 = bx$	[11] $x^3 + bx = ax^2$
[6] $x^3 = ax^2$	[12] $x^3 = ax^2 + bx$

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 32

32

## CLASSIFICATION D'AL-KHAYYAM

Équations trinômes résolues à l'aide des sections coniques

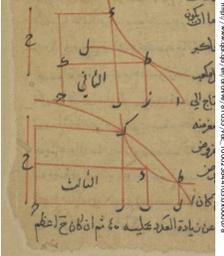
[13]	$x^3 + bx = c$	cercle-parabole
[14]	$x^3 + c = bx$	parabole-hyperbole
[15]	$x^3 = bx + c$	parabole-hyperbole
[16]	$x^3 + ax^2 = c$	parabole-hyperbole
[17]	$x^3 + c = ax^2$	parabole-hyperbole
[18]	$x^3 = ax^2 + c$	parabole-hyperbole

Equations quadrinômes

[19]	$x^3 + ax^2 + bx = c$	cercle-hyperbole
[20]	$x^3 + ax^2 + c = bx$	hyperbole-hyperbole
[21]	$x^3 + bx + c = ax^2$	cercle-hyperbole
[22]	$x^3 = ax^2 + bx + c$	hyperbole-hyperbole
[23]	$x^3 + ax^2 = bx + c$	hyperbole-hyperbole
[24]	$x^3 + bx = ax^2 + c$	cercle-hyperbole
[25]	$x^3 + c = ax^2 + bx$	hyperbole-hyperbole

Racines positives et racines multiples (2 racine pour éq. du 3° deg.).



33

## ALGÈBRE ET SYMBOLISME

L'essence de l'algèbre selon Al-Khayyam :

« L'art de l'algèbre et de l'al-muqabala est un art scientifique dont l'objet est le nombre entier et les grandeurs mesurables en tant qu'inconnus mais rapportés à une chose connue par laquelle on peut les déterminer [...]. Les solutions en algèbre s'effectuent par l'équation, je veux dire en égalant ces degrés les uns aux autres. »

Abréviations et symbolisme:

جذر (racine) conduit à  $\sqrt{\quad}$  qui est peut-être l'ancêtre de notre  $\sqrt{\quad}$ .

شيء (chose) conduit à  $x$  pour l'inconnue  $x$ .

مال conduit à  $x^2$  pour le carré  $x^2$ .

كعب (le cube-objet) donne  $x^3$  pour le cube  $x^3$ . (On notera que كعبة est la Kaaba qui a justement la forme d'un cube). Ainsi, par exemple,  $12x^3$  se noterait  $12 \text{ كعب}$ .

**Source:**  
Roshdi Rashed,  
« L'Algèbre arabe »,  
L'Ouvert n° 44 (1986).

34

## SHARAF AL-DIN AL-MUZAFFAR AL-TUSI

Né vers 1135 à Tus (aujourd'hui en Iran); mort en 1213 en Iran.

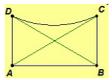
En algèbre :

- Continuateur d'Al-Khayyam, dont il reprend les solutions géométriques des équations cubiques.
- Identifie le rôle du discriminant de l'équation du 3° degré comme condition d'existence de racines positives, mais ne l'utilise pas dans une démarche résolutive.
- Développe une méthode de résolution numérique approchée des équations cubiques

Tente de prouver le 5e postulat d'Euclide (comme al-Haytham et al-Khwarizmi avant lui).



• Quadrilatère de Lambert-al-Haytham



• Quadrilatère de Sacchieri-al-Kwarizmi

35



## LE MOYEN ÂGE CHRÉTIEN

Éclipse et renaissance des mathématiques

36

### ÉCLIPSE DES MATHÉMATIQUES DANS LE MOYEN-ÂGE CHRÉTIEN?

Isidore de Séville (v. 560–636), dans le 3<sup>e</sup> livre de ses *Etymologies*

- Même si son exposé mathématique reste rudimentaire, il affirme que les mathématiques sont importantes. [par ex.: on a besoin des nombres pour comprendre l'Écriture sainte, et donc la parole de Dieu.]

Jean de Salisbury (env. 1115 –1180) dans son *Metalogicon* (1159) :

- La démonstration « n'est pratiquement plus pratiquée aujourd'hui. Seuls les mathématiciens la pratiquent et même parmi ces derniers, elle tend à devenir presque exclusivement réservée aux géomètres. »
- « La géométrie », continue-t-il, « est employée surtout par les peuples d'Ibérie et d'Afrique du Nord, ainsi que ceux d'Égypte et d'Arabie ».



Carte du monde connu, tirée d'une version imprimée de 1472 des *Etymologies*.

13/01/2022

LU3MA209 - D. AUBIN 37

37

### LES TEXTES MATHÉMATIQUES CONNUS AVANT LE 12<sup>E</sup> SIÈCLE

- Trad. romaines des traités grecs (Boèce)
  - son arithmétique est bien connue,
  - Les *Eléments* très peu lus: des propositions sans démonstrations.
- Les traités d'arpentage (*agrimensores*)
  - Héron d'Alexandrie
  - Balbus (100 ap. J.-C.)
- Les encyclopédies latines (Isidore de Séville)
  - classification des sciences mais pas de contenu.
- Pratique mathématique quotidienne.

38

### LA GÉOMÉTRIE EUROPÉENNE AU 11<sup>E</sup> SIÈCLE

La Géométrie attribuée Gerbert d'Aurillac

*Geometrica incerti auctoris.*

- En fait, plusieurs textes différents.
- Des problèmes de mesure; des solutions sans preuves...
- Un outil principal: les triangles semblables.



'Ad inveniendam altitudinem in plano sine astrolapsu'.Manuscrit d'Avranches BM - ms. 0235.

13/01/2022

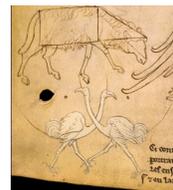
LU3MA209 - D. AUBIN 39

39

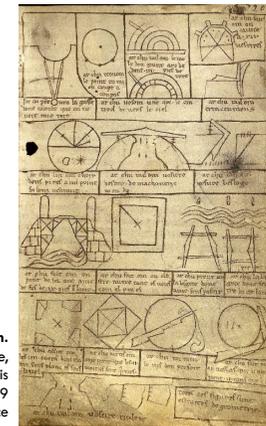
### VILLARD DE HONNECOURT SES CARNETS (13<sup>E</sup> SIÈCLE)

Toutes ces figures sont estraites de geometrie.

Toutes ces figures sont des tracés de géométrie.



Tracés de construction.  
Paris, Bibliothèque nationale de France, Département des manuscrits, Français 19093, fol 39  
© Bibliothèque nationale de France



<http://dossiers.bnf.fr/villard/grand/39.htm>

40

## HUGUES DE SAINT-VICTOR

<https://www.histoires-de-paris.fr/saint-victor/>



Abbaye de Saint-Victor en 1838



La géométrie est

- théorique si elle est spéculative
- pratique quand elle est active.

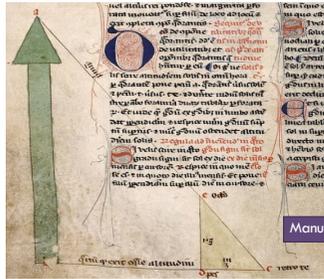
La pensée et les instruments

La géométrie pratique se compose de l'altimétrie, la planimétrie et la cosmimétrie.

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 41

41

## UNE GÉOMÉTRIE DES PROBLÈMES ET DES SOLUTIONS



Un exemple:  
Robert l'Anglais, *Traité du Quadrant*.

Manuscrit, fin 13<sup>e</sup> siècle, Bibliothèque Sainte-Geneviève, Ms. 1043/7

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 42

42

## DIFFUSION DES MATHÉMATIQUES ARABES EN OCCIDENT CHRÉTIEN: UNE SYNTHÈSE

1. Des précurseurs (Gerbert d'Aurillac = Sylvestre II, le pape de l'An Mil).
2. Les traducteurs des 11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> s.:
  - Contacts en Espagne (Tolède), en Italie méridionale (Sicile), au Moyen-Orient.
  - Gérard de Crémone, Adélarde de Bath, etc.
  - Importance de l'astronomie.
3. Aux 12<sup>e</sup> et 13<sup>e</sup> s.: reprise des résultats des Arabes
  - Léonard de Pise (dit Fibonacci) et Jean de Sacrobosco
  - Jordanus de Nemore (enseignant à Paris entre 1215 et 1245 env.),
    - Dans le *De numeris datis*, reprend sans la citer la classification des problèmes algébriques d'Al-Kwarizmi.
    - Dans le *In Demonstratio de algorismus*: après des définitions de type euclidien, prétend « suivre les pas des anciens » en montrant qu'elle permet de redémontrer certains résultats obtenus par les Arabes, sans les citer.
4. A partir du 13<sup>e</sup> s. : une nouvelle mathématique « occidentale » (Bradwardine, Ockham, Oresme) → retour aux Anciens.

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 43

43

## LA RÉCEPTION EUROPÉENNE DES MATHÉMATIQUES ARABES

Une réception différenciée qui néglige parfois les maths le plus sophistiquées:

- al-Kwarizmi: traduit en latin et diffusé.
- Abu Kamil: traduit, mais peu présent dans la littérature latine.
- al-Karagi: non traduit; repris par Fibonacci, mais rencontre peu d'écho.
- al-Samawal: tout à fait inconnu.

Création d'un **mythe** :

« rien de fondamentalement différent » chez les Arabes par rapport aux Anciens.

« L'université médiévale produit de fait une variété proprement européenne de mathématiques, mais en rupture avec ce qui était associé à une culture non chrétienne, c'est-à-dire la science grecque-arabe, perçue comme une unité. Les premiers humanistes ont certes revalorisé la culture grecque contre la tradition médiévale, mais sans s'intéresser particulièrement aux mathématiques pour elles-mêmes. Les générations suivantes chercheront à séparer les composantes des mathématiques avancées issues du monde méditerranéen, pour établir un lien privilégié avec les mathématiciens hellénistiques et eux-seuls » (*L'Europe mathématique*, 1996, p. 102)

13/01/2022 LU3MA209 - D. AUBIN 44

44



## LA CRÉATION DE L'UNIVERSITÉ VERS 1200

Reconnaissance officielle des statuts des universités à Bologne, Paris et Oxford au 12<sup>e</sup>-13<sup>e</sup> s.

La scolastique: méthode d'enseignement et d'exposition: *lectio* et *disputatio*.

Un cursus idéal, pas tellement dans les faits

- Trivium: grammaire, rhétorique, dialectique
- Quadrivium: géométrie, arithmétique, astronomie, musique

Les facultés supérieures:

- Médecine, droit et surtout théologie

→ Un certain renouveau en mathématiques



Cours de philosophie à Paris, 14<sup>e</sup> s.,  
Bibliothèque municipale de Caen.