Cours 5

« Mathématiciens » à la Renaissance

SCIENCES SORBONNE UNIVERSITÉ

IMJ-PRG

LU3MA209
ÉLÉMENTS D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

2023-2024, 2[e] période

David Aubin
david.aubin@sorbonne-université.fr

1

PROGRAMME DE LA SÉANCE

1. Qu'est-ce qu'un mathématicien au 16ᵉ siècle?
2. Le Cas Galilée
3. Six cultures mathématiques au 16ᵉ siècle

2

QU'EST-CE QU'UN MATHÉMATICIEN AU 16E SIÈCLE?

3

QU'EST-CE QU'UN MATHÉMATICIEN ?

Μαθεματιχοσ = un mot depuis l'Antiquité

Mathematicus = importé en latin

- **De l'astronome ou astrologue…**

Les Mathematiciens, dit-il, *sont devineurs, lesquels couurans leurs inepties du nom honorable des Mathematiques, font profession de cognoistre la destinee d'vn chacun, & les obseruations natales des astres.*

Selon le juriste Jean Godefroy, in Jacques Foylet, *Traité curieux de l'astrologie* (1646).

MATHEMATIQUE. s. f. Science qui a pour objet la quantité continuë & la numerale, & qui en considere les proprietez. *Estudier en Mathematique. il sçait les Mathematiques. La Geometrie, l'Optique, l'Astronomie, la Musique &c. sont parties des Mathematiques.* Il est plus usité au pluriel.
Il est quelquefois adjectif. *Demonstration Mathematique.*

MATHEMATICIEN. s. m. Qui sçait les Mathematiques. *Il est grand Mathematicien, je m'en rapporte aux Mathematiciens.*

Dictionnaire de l'Académie française (1694)
Le mot n'apparaît pas dans les dictionnaires plus anciens..

… au spécialiste de la quantité

4

MATHEMATICUS AUX 16E ET 17E SIÈCLES

Exclusivement à cette époque
→ astrologues et astronomes:

- **Nicolas Copernic** (1473-1543): « les mathématiques sont écrites pour les mathématiciens »
- **Johannes Kepler** (1571-1613): « mathématicien impérial » à la cour de l'empereur à Prague.
- **Johann Stöffler** (1452–1531), livre sur l'astrolabe.
- **Galilée**: professeur de mathématiques à l'université → « philosophe » à la cour des Médicis à Florence.

Jean-Jacques Boissard, *Bibliotheca chalcographica* (1652–1669): 16 portraits de « mathématiciens » sur 438 notables.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 5

5

SIX CULTURES MATHÉMATIQUES À L'ÉPOQUE MODERNE

A. Les universitaires
B. Les maîtres d'abaque
C. Les astronomes/astrologues
D. Les hommes de l'art
E. Les ingénieurs
F. Les « analystes »

→ Une classification dynamique : convergence des pratiques

2024 D. AUBIN - LU3MA209 6

6

LE CAS GALILÉE

2024 D. AUBIN - LU3MA209 7

7

LE PREMIER LIVRE DE GALILÉE

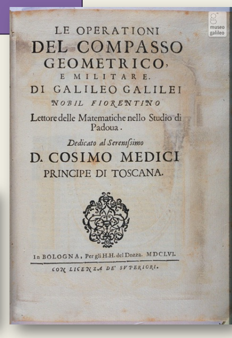
Professeur de mathématiques à l'université de Padoue

Livre publié à Bologne en 1606

La présentation d'un instrument (le compas de proportion) et ses usages mathématiques et militaires

Dédié au prince de Toscane Cosme de Médicis, son élève

Cosme II de Médicis (1592-1621)



https://catalogue.museogalileo.it/gallery/GalileoGalileiOperazioniCompassoGeometricoMilitareFacsimile.html

2024 D. AUBIN - LU3MA209 8

8

ARSENAL DE VENISE

« l'hiver, dans l'arsenal de Venise, bout une poix tenace, pour radouber les vaisseaux délabrés qui ne peuvent naviguer, de sorte que l'un remet à neuf son navire, l'autre calfeutre les flancs de celui qui a fait plusieurs voyages, qui, radoube la proue, qui, la poupe, d'autres font des rames, d'autres tordent des cordages, d'autres réparent les voiles d'étai et d'artimon ».

— Dante, *L'Enfer*, XIVᵉ siècle.

Braun & Hogenberg, *Civitates orbis terrarum*, 1572 (détail)

Breidenbach, Mayence, 1486

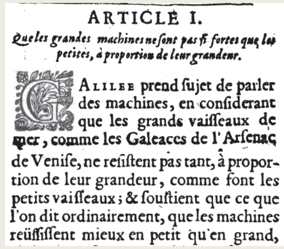
2024 D. AUBIN - LU3MA209 9

9

GALILÉE À L'ARSENAL DE VENISE

Henri Guénon,
Les Nouvelles Pensées de Galilei, mathématiciens et ingénieur du duc de Florence, où par des inventions merveilleuses et des démonstrations inconnues jusques à présent, il est traité de la proportion des mouvements, tant naturels que violents et de tout ce qu'il y a de plus subtil dans les mécaniques et dans la physique (Paris, 1639).

Adaptation du *Discours sur deux nouvelles sciences* de Galilée (1636).



ARTICLE I.
Quelles grandes machines ne sont pas si fortes que les petites, à proportion de leur grandeur.

GALILEE prend sujet de parler des machines, en considerant que les grands vaisseaux de mer, comme les Galeaces de l'Arsenac de Venise, ne resistent pas tant, à proportion de leur grandeur, comme font les petits vaisseaux ; & soustient que ce que l'on dit ordinairement, que les machines reüssissent mieux en petit qu'en grand,

2024 D. AUBIN - LU3MA209 10

10

PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES

Le plus célèbre professeur de mathématiques de la Renaissance ?

Son père Vincenzo Galilei: musicien, enseignant à l'Université.

Florence, Pise, Padoue (1592–1610) : professeur de mathématiques

Fréquente l'Arsenal de Venise
- problème de l'agrandissement de l'échelle.
- géométrisation du mouvement

1602–1604 : le pendule isochrone
- Étude du mouvement des projectiles

Galileo Galilei (1564-1642)

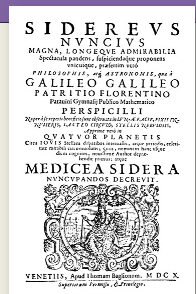
2024 D. AUBIN - LU3MA209 11

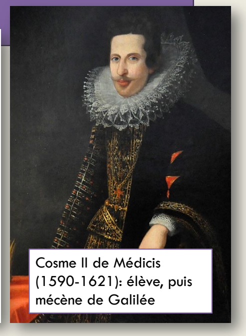
11

GALILÉE, COURTISAN

1608–1609 : la lunette
- Découverte des satellites de Jupiter en septembre 1610.

1616 : premiers procès
- Condamnation de Copernic par l'Église.
- Avertissement.





Cosme II de Médicis (1590-1621): élève, puis mécène de Galilée

2024 D. AUBIN - LU3MA209 12

12

LE MONDE EST ÉCRIT EN LANGUE MATHÉMATIQUE

1623 : *L'Essayeur de Galilée* :

- « **La philosophie est écrite dans ce livre gigantesque** qui est continuellement ouvert à nos yeux (je parle de l'univers), mais on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à comprendre la langue et à connaître les caractères dans lesquels il est écrit. Il est **écrit en langage mathématique**, et les caractères sont des **triangles**, des **cercles**, et **d'autres figures géométriques**, sans lesquelles il est impossible d'y comprendre un mot. Dépourvu de ces moyens, on erre vainement dans un labyrinthe obscur »

2024 D. AUBIN - LU3MA209 13

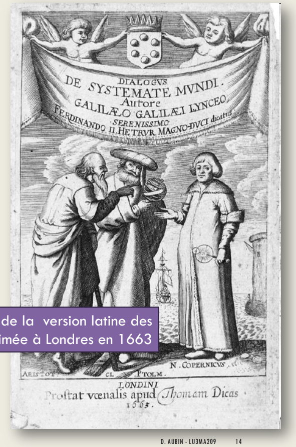
13

GALILÉE : LE PROCÈS

1633 : nouveau pape Urbain VII.

- Publication des *Dialogues sur deux systèmes du monde*.
- Condamnation pour hérésie en 1633 : robe blanche des pénitents, pieds nus, corde au cou, en prison (résidence surveillée à Sienne).

Procès de Galilée (anonyme italien, vers 1680)



Frontispice de la version latine des *Dialogues*, imprimée à Londres en 1663

2024 D. AUBIN - LU3MA209 14

14

MATHÉMATIQUES DU MONDE SUBLUNAIRE

1636 : Galilée, *Discours sur deux nouvelles sciences*.

- 4 journées ; 3 personnages. **Salviati**, l'expérimentateur galiléen ; **Sagredo**, l'honnête homme ; **Simplicio**, aristotélicien.
- 1re journée : constitution des corps, réflexion sur l'infini et les indivisibles.
  - Critique de la conceptions aristotélicienne de la chute
  - Vitesse proportionnelle au poids ; inversement proportionnelle à la densité ; expérience des deux poids attachés l'un à l'autre.
  - « Si l'on supprimait totalement la résistance du milieu tous les corps descendrait à la même vitesse ».
  - Le vide ? Montrer son existence (le baromètre)
- 3e et 4e journée : mécanisation du système du monde
  - Les corps graves
  - Mouvement rectiligne uniforme
  - Parabole des projectiles, l'impetto, angle 45°
  - Inertie circulaire.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 15

15

LA MÉTHODE HYPOTHÉTICO-DÉDUCTIVE

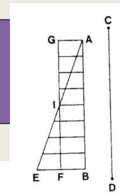
- Théorèmes,raisonnement déductif appliqué à la physique.
- Quelle validation expérimentale ?
- Conditions de possibilité du changement ?

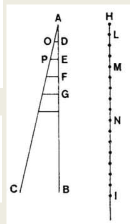
Théorème I — Proposition I

Le temps pendant lequel un espace donné est franchi par un mobile, partant du repos, avec un mouvement uniformément accéléré, est égal au temps pendant lequel le même espace serait franchi par le même mobile avec un mouvement uniforme, dont le degré de vitesse serait la moitié du plus grand et dernier degré de vitesse atteint au cours du précédent mouvement uniformément accéléré.

Théorème II — Proposition II

Si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quelconques par ce même mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces mêmes temps.





2024 D. AUBIN - LU3MA209 16

16

SIX CULTURES MATHÉMATIQUES

1. Les universitaires
2. Les maîtres d'abaque
3. Les astronomes/astrologues
4. Les hommes de l'art
5. Les ingénieurs
6. Les « analystes »

2024 D. AUBIN - LU3MA209 17

17

A. UNIVERSITAIRES

2024 D. AUBIN - LU3MA209 18

18

LA SCOLASTIQUE ET LA QUESTION DE L'INFINI

L'héritage aristotélicien sur la question de l'infini:
- Aristote nie l'« infini actuel », c'est-à-dire l'infini envisagé dans le domaine de la grandeur (ceci en raison de la finitude du monde),
- mais considère l'« infini potentiel », à savoir le continu comme infini par sa puissance d'être sans fin divisé.

A partir du 13e siècle, la redécouverte de textes d'Aristote (*Du ciel*, *La Physique*) et la naissance de controverses de nature théologique conduit à la nécessité d'une clarification des concepts de fini et d'infini :
- débat et réflexions autour des question de l'infini en acte et en puissance (querelle sur l'infinité du monde, sur la structure du continu, sur existence des indivisibles…).

Cours de philosophe à Paris, 14e s., Bibliothèque municipale de Castres.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 19

19

LA QUERELLE DE L'ÉTERNITÉ DU MONDE

Thomas d'Aquin (v. 1225–1274), *De l'éternité du monde* (1270) : le contexte de l'averroïsme latin à Paris.
- La philosophie comme science autonome de la théologie.
- Les conclusions de la raison sont-elles compatibles avec la foi ?
- La question: le monde aurait-il pu être créé éternellement ?
- Sa solution: la création du monde ne résulte que de la volonté divine, et rien dans la définition du monde ne suppose sa finitude (le fait que le monde ait un commencement n'est qu'une vérité de foi qui ne peut être démontrée).

Bonaventure (v. 1220–1274): l'éternité du monde est impossible.
- Deux paradoxes:
  - Il est impossible d'ajouter à l'infini, or si le monde était éternel, il y aurait une infinité actuelle d'âmes;
  - Il est impossible de parcourir une infinité de moments révolus.
- **Des infinis inégaux sont impossibles.**

Thomas d'Aquin (v. 1225–1274)

2024 D. AUBIN - LU3MA209 20

20

LA QUERELLE DE L'ÉTERNITÉ DU MONDE

Pierre de Jean Olivi (1248–1298):
- **Les infinis peuvent être à la fois égaux et inégaux** (ex.: les demi-droites).

Henry de Harclay (chancelier d'Oxford, 1312):
- Partisan de l'existence de l'infini actuel
- Des infinis peuvent être inégaux (un infini est plus grand qu'un autre quand il le contient et contient quelque chose de plus)
- L'axiome d'Euclide ne s'applique qu'aux quantités finies.

Grégoire de Remini (vers 1342):
- Deux sens de « tout » et « partie », « plus grand » et « plus petit ».
- Accepte l'existence de l'infini actuel.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 21

21

LE CONTINU ET LES INDIVISIBLES

Le continu est-il ou non composé d'indivisibles? En contient-il une infinité?

Jean Duns Scot
- les indivisibles nient l'incommensurabilité de $\sqrt{2}$ (si les lignes étaient composées d'indivisibles, le côté et la diagonale du carré devraient être commensurables).
- ce type d'argument sera repris par Bradwardine et Guillaume de Rémini.

Gauthier Chatton (1290–1343), atomiste :
- il est impossible de diviser en deux parties égales un segment constitué d'un nombre impair d'indivisibles (négation des principes de la géométrie euclidienne)

Henry de Harclay :
- si l'on admet l'inégalité de deux infinis, on doit admettre que le continu est composé d'une infinité d'indivisibles.

Guillaume d'Ockham (v. 1285–1347) répond NON!
- Ni le point ni l'instant n'existe.
- Le rasoir d'Ockham.

Jean Duns Scot (v. 1265 – v. 1308)

2024 D. AUBIN - LU3MA209 22

22

L'INFINI CHEZ LES THÉOLOGIENS SCOLASTIQUES

Réexamen de la possibilité de l'infini actuel
- Par ex. **Jean Buridan**: est-ce Dieu peut créer une pierre actuellement infinie ? Peut-Il compléter la division infinie d'un continu ?

Paradoxe des infinités inégales
- Il y a des infinis qui sont parties d'autres infinis ; mais comme tous les infinis actuels sont égaux, alors le tout est égal à la partie.

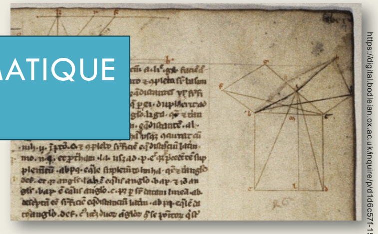
Le cas **Giordano Bruno** (1548–1600)
- Brûlé à Rome pour hérésie.

Gravure extraite de l'ouvrage de Camille Flammarion, *L'Atmosphère : météorologie populaire*, publiée en 1888).

2024 D. AUBIN - LU3MA209 23

23

UNE NOUVELLE MATHÉMATIQUE « EUROPÉENNE » (1)



https://digital.bodleian.ox.ac.uk/inquire/p/d1d6c57f-15de-4e5e-ab55-51f697518660

Adélard de Bath. (v. 1080–1152) et **Campanus de Novarre** (v. 1220–1296)
- Traduction latine et commentaires d'Euclide.

Thomas Bradwardine (v. 1300–1349) : mathématicien, théologien, auteur d'ouvrages de logique ; enseignant à l'Université d'Oxford (collège Merton) :
- Vante, dans le *De continuo* (1330 env.), le pouvoir des mathématiques pour l'étude des disciplines physiques :

  > « les mathématiques [...] ont plus de discernement que ses disciplines sœurs, elles lancent leur trait plus directement et elles s'abritent sous la protection d'un bouclier plus sûr [...]. Les mathématiques sont le révélateur de toute vérité pure, elles connaissent tout secret caché et elles offrent la clé pour toutes les subtilités des écrits. C'est pourquoi quiconque envisagerait de faire de la physique sans les mathématiques ne passera jamais la porte de la sagesse ».

- Dans le *De proportionibus velocitatum in motibus* (1328), développe une théorie des rapports, basée sur la théorie euclidienne des proportions, pour comprendre les relations entre forces, résistances et vitesses (« mathématiques du mouvement »).

2024 D. AUBIN - LU3MA209 24

24

UNE NOUVELLE MATHÉMATIQUE « EUROPÉENNE » (2)

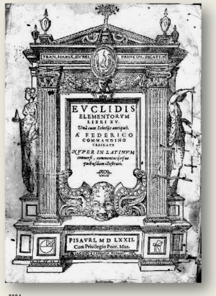
Nicole Oresme (env. 1323 – 1382) : mathématicien et théologien ; enseignant à l'Université de Paris :
- développe, dans le *De proportionibus proportionum*, la théorie des rapports de Bradwardine pour réfuter la possibilité des prédictions astrologiques.
- propose, dans le *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*, une méthode de représentation des effets d'un mouvement par des figures géométriques.
- également auteur des *Quaestiones super geometriam Euclidis* (Questions sur la géométrie d'Euclide)...

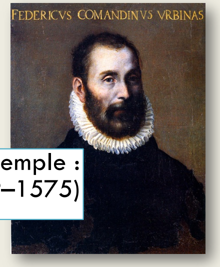
Richard Swineshead : contemporain d'Oresme ; à Oxford :
- le *Liber calculationum* (Livre sur les calculs), dans lequel il reprend à son tour les idées de Bradwardine (« mathématiques du mouvement »).
- l'un des plus célèbres « calculateurs » du collège Merton d'Oxford.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 25

25

RETOUR AUX CLASSIQUES





Un exemple :
Federico Commandino (1509–1575)

- Traduction latines d'Euclide, Apollonius, Archimède, Aristarque, Héron, Pappus, Ptolémée, etc.…
- Commentaires explicitant les passages incomplets ou obscurs; ajouts de propositions.
- Éducation universitaire (quadrivium) ; académies et patronage princier.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 26

26

GÉOMÉTRIE CLASSIQUE ET HUMANISME

Au début du 17e siècle, la traduction du corpus antique est essentiellement complète.

→ sophistication mathématique accrue.
- Ex: dérivation de résultats utilisés par Archimède, mais jamais démontrés (traducteur italien, 1565).

Les limites de l'humanisme :
- Les Grecs comme seuls modèles à restaurer.
- Ignorance de l'algèbre (par ex., Commandino, Galilée)
- Séparation stricte en arithmétique et géométrie.
- Style exclusivement démonstratif.
- Peu d'intérêt pour la pratique.

L'invention de l'imprimerie, gravure de Stradanus, 16e s. Musée Plantain Moretus

2024 D. AUBIN - LU3MA209 27

27

B. MAÎTRES D'ABAQUE

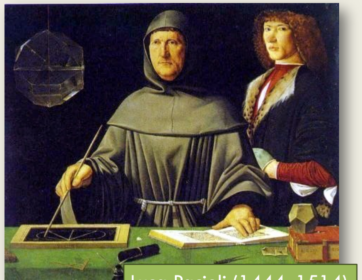
2024 D. AUBIN - LU3MA209 28

28

LES « COSSISTES »

Une tradition italienne et allemande
- Hors de l'université.
- Moins centrée sur le style, plus sur les résultats et la résolution de problèmes.

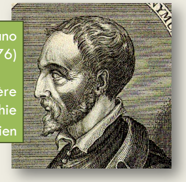
Origines multiples:
- Livres de Fibonacci et autres (influencés par les Arabes).
- Traductions d'Al-Kwârizmî.
- Une synthèse de Pacioli : *La divine proportion* (1509).


Luca Pacioli (1444–1514)

2024 D. AUBIN - LU3MA209 29

29

LES « COSSISTES » (2)

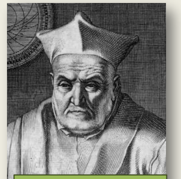

Girolamo Cardano (1501–1576)
La première autobiographie d'un mathématicien

ars rei et census; arte della cosa.
- [*rei* = *shai* en arabe = « chose », l'inconnue]

Arithmétique indienne et algèbre mélangées

Des problèmes-types plutôt qu'une symbolique algébrique

Des ouvrages :
- Christian Rudolff, *Algebre so gemeinicklich die Coss genennt werden* (Strasbourg, 1525).
  - Utilise le symbole ; introduit le symbole √; se rend compte que $x^0=1$.
- Girolamino Cardan, *Ars Magna* (Nuremberg 1545).
- Christopher Clavius, *Algebra* (Rome, 1608).


Christopher Clavius (1538–1612)

2024 D. AUBIN - LU3MA209 30

30

« COSSISTES » (3)

Des problèmes concrets :
une **arithmétique commerciale**
- Les écoles d'abaque en Italie et en Allemagne.
- Nicolas Chuquet, *Triparty en la science des nombres* (1484): le premier traité d'algèbre en français.
- Source de renseignements sur l'économie de la Renaissance (les changes, les assurances, etc.)


Adam Risen, Rechenbuch auff Linien und Ziphren in allerley Hand (1574)

Mais de fait une littérature spécialisée destinée à des professionnels du calcul:
Maestro d'abacco, Rechenmeister, wisconstler.
Publication = publicité
sans dissemination totale des méthodes.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 31

31

ÉQUATION DU 3E DEGRÉ


Girolamo Cardano (1501–1576)

Scipione del Ferro (v. 1456–1526) trouve une formule (v. 1510) ; en garde le secret; mais l'utilise dans des compétitions contre d'autres cossistes.

En 1535, un de ses étudiants Anton Maria del Fiore lance un défi à **Tartaglia** qui trouve une solution, proche de celle de Ferro.
- Tartaglia révèle sa solution à Cardan (le 25 mars 1539), lui faisant jurer le secret.

Cardan a par ailleurs connaissance des détails de la solution de Ferro, se sent délié de sa promesse et publie la solution dans *Ars Magna* (1545).

« applique au cube le tiers du nombre de l'inconnue auquel tu ajouteras le carré de la moitié du nombre de l'équation et recueille de l'ensemble la racine, carrée bien entendu, que tu extrairas et tu ajouteras à l'une la moitié du nombre que tu avais déjà élevé au carré, tu retrancheras à l'autre encore une moitié et tu auras le binôme avec son apotome. En extrayant la racine cubique de l'apotome de la racine cubique de son binôme, le résultat de cette opération estla valeur cherchée »

Formule de Cardan


Niccolò Tartaglia (v. 1500–1557)

2024 D. AUBIN - LU3MA209 32

32

UN POÈME DE TARTAGLIA

Quando chel cubo con le cose appresso	$x^3 + px$
Se agguaglia à qualche numero discreto	$= q$
Trouan dui altri differenti in esso.	$u - v = q$
Dapoi terrai questo per consueto	
Che'l lor produtto sempre sia eguale	$uv = (p/3)^3$
Al terzo cubo delle cose neto,	
El residuo poi suo generale	
Delli lor lati cubi ben sottratti	$\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v} = x$
Varra la tua cosa principale.	
In el secondo de cotesti atti	
Quando che'l cubo restasse lui solo	$x^3 = px + q$
Tu osseruarai quest'altri contratti,	$u + v = q$
Del numer farai due tal part'à uolo	
Che l'una in l'altra si produca schietto	$uv = (p/3)^3$
El terzo cubo delle cose in stolo	
Delle qual poi, per commun precetto	
Torrai li lati cubi insieme gionti	$\sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v} = x$
Et cotal somma sara il tuo concetto.	
El terzo poi de questi nostri conti	
Se solue col secondo se ben guardi	$x^3 + q = px$
Che per natura son quasi congionti.	
Questi trouai, & non con passi tardi	
Nel mille cinquecente, quatro e trenta	
Con fondamenti ben sald'è gagliardi	
Nella citta dal mar'intorno centa.	

2024 D. AUBIN - LU3MA209 33

33

LA FORMULE DE « CARDAN »

Soit l'équation $x^3 = px + q$,
posons $x = u + v$.
On sait que $(u+v)^3 = 3uv(u+v) + (u^3+v^3)$

Il s'agit donc de trouver u^3 et v^3 tels que :

$$u^3v^3 = \frac{p^3}{27} \qquad u^3 + v^3 = q,$$

ce qui se réduit à une équation du 2nd degré.

Notation dans l'*Ars magna*

6. pos. m̃. 4. æqual. ℞. v. 4. quad. m̃. 1. quad. quad.
36. quad. p̃. 16. m̃. 48. pos. æquantur 4. quad. m̃. 1. quad. quad.

$$6x - 4 = \sqrt{4x^2 - x}$$

$$36x^2 + 16 - 48x = 4x^2 - x^4$$

Formule de Cardan : $x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}}.$

2024 D. AUBIN - LU3MA209 34

34

ÉVOLUTION DES NOTATIONS EN ALGÈBRE

Évolution complexe, non linéaire

- Les symboles pour les opérations et l'égalité
- Les inconnues
- Les puissances de l'inconnue
- Les racines
- Les regroupements (parenthèses)

1. Diophantus of Alexandria (*3rd century* CE)
$x^3 = 2 - x$ — Κ$^{\upsilon}\overline{\alpha}$ ἴσ $\mathring{M}\overline{\beta}$ ⫛ ς$\overline{\alpha}$
$8x^3 - 16x^2 = x^3$ — Κ$^{\upsilon}\overline{\eta}$ ⫛ Δ$^{\upsilon}\overline{\iota\varsigma}$ ἴσ Κ$^{\upsilon}\overline{\alpha}$

2. Luca Pacioli (*ca. 1445–ca. 1559*)
$x^2 + x = 12$ — 1.ce.p̃.1.co.e q̃ le a 12.

3. Nicolas Chuquet (*d. 1500*)
$\sqrt{3x^4 - 24} = 8$ — ℞ ². 3⁴.m̃.24 est egale a 8

4. Michael Stifel (*1486–1567*)
$116 + \sqrt{41472} - 18x - \sqrt{648}x = 0$ — $116 + \sqrt{_3}41472 - 18\mathfrak{r} - \sqrt{_3}648\mathfrak{r}$ aequantur 0

5. Girolamo Cardano (*1501–1576*)
$x^3 = 15x + 4$ — 1.*cu.aequalis*15.*rebus* p̃.4.

6. Rafael Bombelli (*ca. 1526–1573*)
$x^6 - 10x^3 + 16 = 0$ — 1.6 m.10 3 p̃.16 eguale a 0

7. François Viète (*1540–1603*)
$x^3 - 8x^2 + 16x = 40$ — $1C - 8Q + 16N$ aequ. 40
$x^3 + 3bx = 2c$ — *Acubus + Bplano3inA aequari Zsolido2*

8. Thomas Harriot (*1560–1621*)
$a^3 - 3ab^2 = 2c^3$ — $aaa - 3bba = 2ccc$

9. Albert Girard (*1595–1632*)
$x^3 = 13x + 12$ — 1③ × 13① + 12

10. René Descartes (*1596–1650*)
$px + q = 0$ — $x^3 + px + q \propto 0$

2024 D. AUBIN - LU3MA209 35

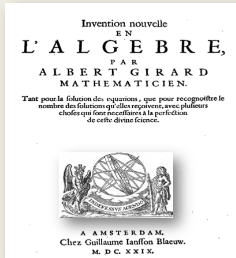
35

L'ALGÈBRE EN VERNACULAIRE

Diffusion et innovation

Rafael Bombelli (1526–1572)
- « *più di meno* » : la racine carrée de −1.

Albert Girard (1596–1632)
- traducteur de Stevin
- ingénieur dans l'Armée
- première formulation du théorème fondamental de l'algèbre



2024 D. AUBIN - LU3MA209 36

36

LES IMAGINAIRES DE BOMBELLI

Formule de Cardan : $x=\sqrt[3]{\frac{q}{2}+\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}+\sqrt[3]{\frac{q}{2}-\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{3}\right)^3}}.$

Posons l'équation : $x^3=15x+4$,
qui a pour solution évidente $x=4$.

En appliquant la formule, on obtient :

$$x=\sqrt[3]{2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$$
$$=\left(2+\sqrt{-1}\right)+\left(2-\sqrt{-1}\right)=4.$$

→ Une règle générale :

Più uia più di meno, fà più di meno.
Meno uia più di meno, fà meno di meno.
Più uia meno di meno, fà meno di meno.
Meno uia meno di meno, fà più di meno.
Più di meno uia più di meno, fà meno.
Più di meno uia men di meno, fà più.
Meno di meno uia più di meno, fà più.
Meno di meno uia men di meno fà meno.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 37

37

C. ASTRONOMES/ ASTROLOGUES

2024 D. AUBIN - LU3MA209 38

38

LES ASTRONOMES/ASTROLOGUES

Une très ancienne tradition, renouvelée à la fin du Moyen Âge.

Georg von Peurbach (1423–1461)

Regiomontanus (1436–1476)

La *Sphère* de Sacrobosco, manuscrit du 13e siècle

2024 D. AUBIN - LU3MA209 39

39

ASTROLOGIE AU 16E SIÈCLE

Une pratique lucrative, mais controversée.

- Particuliers, cours, villes, non approuvée par l'Église…
- Des tables, des éphémérides, des almanachs…
- Des chaires à l'université.

Quelles innovations en mathématiques ?

- Utilisation des tables
- Importance du calcul : intérêt pour l'algorisme
- Trigonométrie
- Nouveaux standards d'exactitude ?

Sébastien Brandt, *La Nef des fous*

2024 D. AUBIN - LU3MA209 40

40

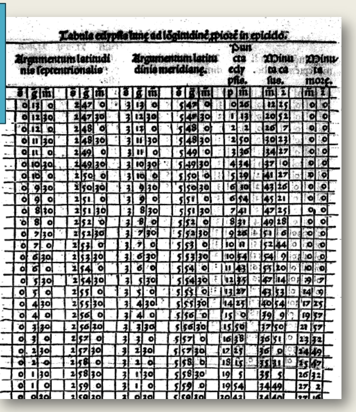
TABLES ALPHONSINES

Commandées par Alphonse X, le sage, roi d'Espagne (1221–1282)

Recalculée à Paris au 13e siècle

Publiés à venise dès 1483

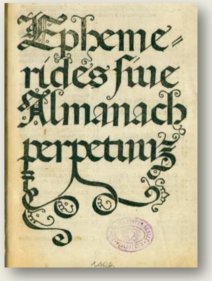
→ Une grande démocratisation de la pronostication astrologique.

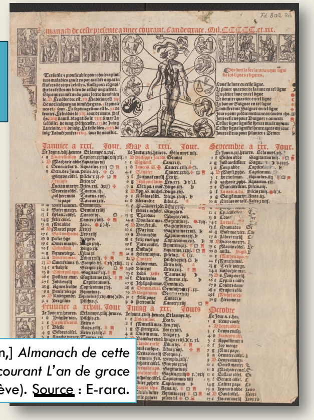


41

ÉPHÉMÉRIDES ET ALMANACHS

Régiomontanus, *Éphémérides ou Almanach perpétuel* (Venise, 1498). Source : E-rara.





[Jacques Vivian,] *Almanach de cette presente annee courant L'an de grace 1519* (Genève). Source : E-rara.

42

UN HOROSCOPE DU 15E SIÈCLE

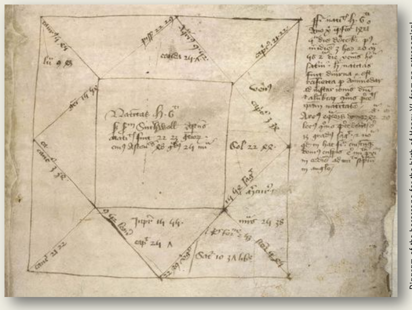


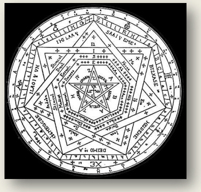
Diagram of the horoscope for the birth of Henry VI, from an astronomical and astrological compendium (the 'Codex Holbrookensis'), England (Cambridge), between c. 1420 and 1437, Egerton MS 889, f. 5r - See more at: http://britishlibrary.typepad.co.uk/digitisedmanuscripts/2013/04/what-can-we-learn-from-a-scribal-colophon.html#sthash.xp3hzYvk.dpuf

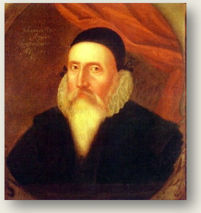
43

DES « MATHÉMAGICIENS »

John Dee « Mathematicall Preface » à la traduction d'Euclide par Henry Billingxsley (1571).

- "By Numbers propertie therefore, of vs, by all possible meanes, (to the perfection of the Science) learned, we may both winde and draw our selues into the inward and deepe search and vew, of all creatures distinct vertues, natures, properties, and Formes: And also, farder, arise, clime, ascend, and mount vp (with Speculatiue winges) in spirit, to behold in the Glas of Creation, the Forme of Formes, the Exemplar Number of all thinges Numerable: both visible and inuisible, mortall and immortall, Corporall and Spirituall."





Hermétisme, néo-pythagorisme et néoplatonisme

- Napier, Cardan et beaucoup d'autres y sont sensibles…

44

INFLUENCE SUR KEPLER

Néoplatonisme: une nouvelle mathesis ?

Mathématiques comme clé pour comprendre le monde.


Johannes Kepler (1571-1630)

45

D. LES HOMMES DE L'ART

46

« ARTISTES » MATHÉMATICIENS

Architectes, peintres, graveurs…

Intéressés par l'optique, la vision et la perspective.

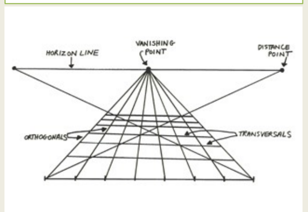
Ne se considèrent pas comme mathématiciens
[et ces derniers ne font presque jamais mention de leurs œuvres…]

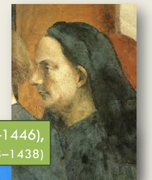

Brunelleschi Alberti Della Francesca Da Vinci

47

LA PERSPECTIVE

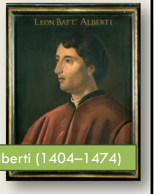
Comment faire une peinture qui soit la copie exacte de ce qu'on peut apercevoir à travers un trou ?




Filippo Brunelleschi (1377–1446), Architecte du Dôme de Florence (1418–1438)

48

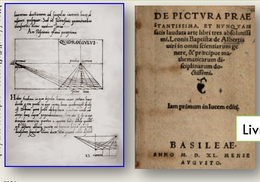
CONSTRUCTION LÉGITIME ET *VELO*



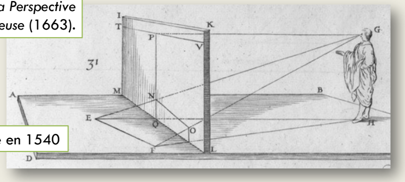
Leon Battista Alberti (1404–1474)

De pictura (1435) ; *Della pittura* (1436)
- Théorie de Brunischelli
- Le *velo*
- La *costruzione leggitima*

https://euclidinflorence.wordpress.com/exhibition-catalog/albertis-de-pictura/



Livre publié à Bâle en 1540



Nicéron, *La Perspective curieuse* (1663).

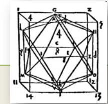
49

LA PERSPECTIVE EN PEINTURE

Piero Della Francesca (V. 1412–1492)

La flagellation du Christ, v. 1450

Trois traités importants :
- *De prospectiva pingendi* (« De la Perspective en Peinture »)
- *Libellus de quinque corporibus regularibus* (« Des Cinq Corps réguliers »)
- *Trattato d'abaco.*



50

PEINTRE ET INGÉNIEUR

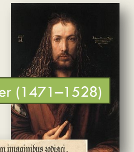
Léonard de Vinci (1452–1519)

Rencontre **Luca Pacioli** en 1496 à Milan ; il collabore à l'édition de la *Divine Proportion* (1509).

Synthèse en mathématiques
- Classiques (Euclide),
- Nouvelles (l'algèbre et l'arithmétique des Arabes),
- Mais aussi le savoir des peintres : la perspective de Piero della Francesca.

51

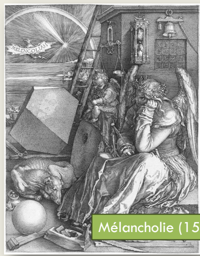
INFLUENCES EN EUROPE



Albrecht Dürer (1471–1528)

Dürer commence à s'intéresser aux mathématiques lors d'un voyage en Italie en 1494.

Etude d'Euclide, de Vitruve, de Pacioli et d'Alberti.

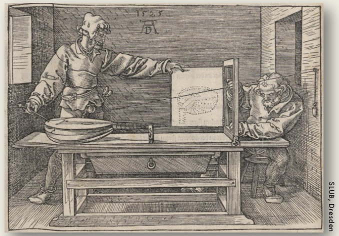


Mélancholie (1514)

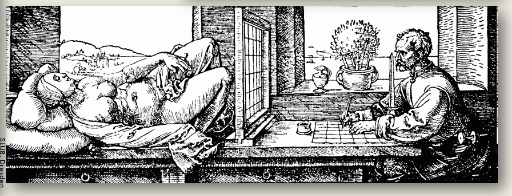
Carte céleste (1515)

52

LES TECHNIQUES DE LA PERSPECTIVE



Gravures de Dürer



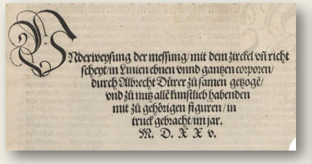
SLUB, Dresden

2024 D. AUBIN - LU3MA209 53

53

DÜRER, MATHÉMATICIEN

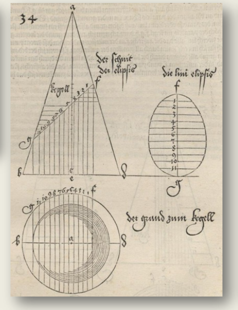
Dürer et la géométrie projective.
Cf. les indivisibles?

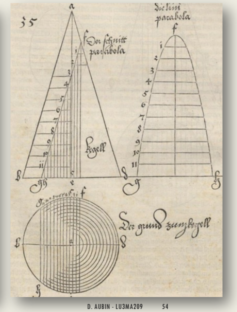


Underweysung der messung/mit dem zirckel vñ richtscheyt/in Linien ebnen vnnd gantzen corporen/durch Albrecht Dürer zůsamen getzoge/vnd zů nutz allẽ kunstliebhabenden mit zů gehörigen figuren/in truck gebracht im jar. M. D. X X V.

De Symmetria… und Underweysung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheit (1525).

De la symétrie et enseignement de la mesure du cercle et perspective





SLUB, Dresden

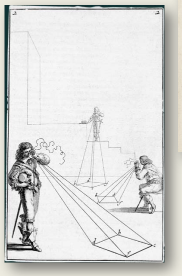
2024 D. AUBIN - LU3MA209 54

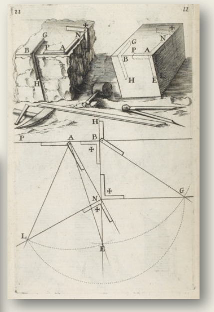
54

UN DISCIPLE FRANÇAIS

Girard Désargues (1591–1661)
- Lyonnais, il habite à Paris entre 1630 et 1648.
- Membre de l'Académie de Mersenne.

Ses œuvres:
- *Brouillon project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan (1639).*
- *La pratique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'architecture* (1643).
- *Maniere universelle pour poser l'essieu et placer les heures et autres choses aux cadrans au soleil* (1643).
- *Maniere universelle pour praticquer la perspective par petit pied comme le geometral* (1647).



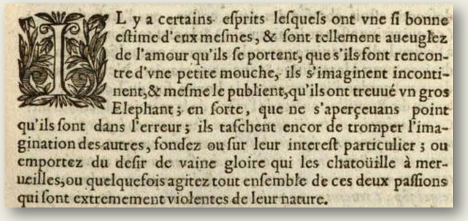


2024 D. AUBIN - LU3MA209 55

55

UN GÉOMÈTRE CONTROVERSÉ

Jacques Curabelle (architecte lyonnais),
Examen des Œuvres du Sieur Desargues (1643).



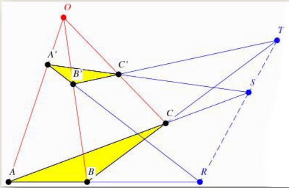
Il y a certains esprits lesquels ont vne si bonne estime d'eux mesmes, & sont tellement aueuglez de l'amour qu'ils se portent, que s'ils font rencontre d'vne petite mouche, ils s'imaginent incontinent, & mesme le publient, qu'ils ont treuué vn gros Elephant; en sorte, que ne s'aperçeuans point qu'ils sont dans l'erreur; ils taschent encor de tromper l'imagination des autres, fondez ou sur leur interest particulier; ou emportez du desir de vaine gloire qui les chatoüille à merueilles, ou quelquesfois agitez tout ensemble de ces deux passions qui sont extremement violentes de leur nature.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 56

56

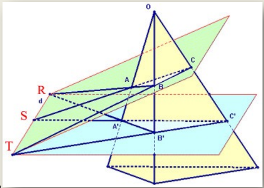
THÉORÈME DE DESARGUES

Soient deux triangles sans point commun, alors les six droites obtenues en prolongeant leurs côtés se coupent sur une même droite.



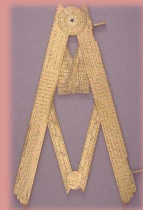
http://home.nordnet.fr/~ajuhel/Quatuor_Sorbonne/Desargues/Desargues_math.html

Une preuve par le biais de la perspective, méthode qui sera reprise au 19e siècle par la **géométrie descriptive**.



2024 D. AUBIN - LU3MA209 57

57



E. LES INGÉNIEURS

2024 D. AUBIN - LU3MA209 58

58

MATHÉMATIQUES PRATIQUES

- Des domaines privilégiés:
  - Techniques de navigation (dont l'astronomie)
  - Arpentage et cartographie
  - Conception des ports et fortifications
  - Artillerie, etc.
- Des outils privilégiés: cercles, cadrans et règles gradués

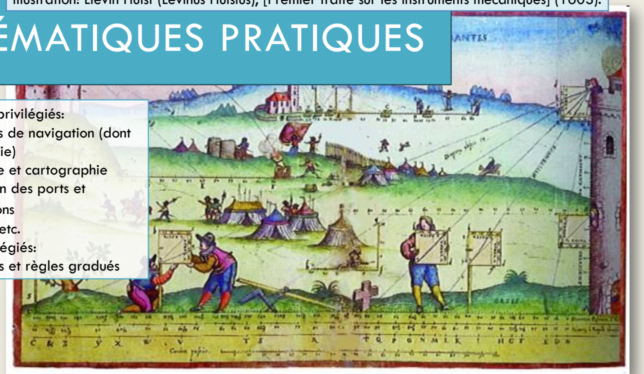


Illustration: Liévin Hulst (Levinus Hulsius), [Premier traité sur les instruments mécaniques] (1603).

2024 D. AUBIN - LU3MA209 59

59

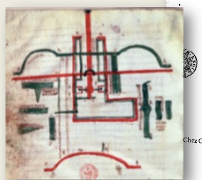
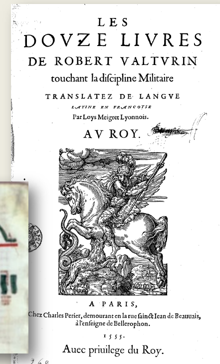
LES MATHÉMATIQUES POUR LA GUERRE

La guerre : l'une des raisons les plus importantes du développement des mathématiques ?

Un genre littéraire depuis l'Antiquité:

- Ouvrages de mathématiques de guerre: en particulier, les machines de guerre
- Héron d'Alexandrie: *Bellopoesis.*

Renouveau à la fin du Moyen Âge et à la Renaissance:

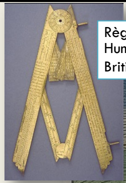
- Innovations dans les machines de guerre (trébuchet)
- Apparition de la poudre à canon



Roberto Valturio, *De re militari et machinis bellicis*; trad. 155.

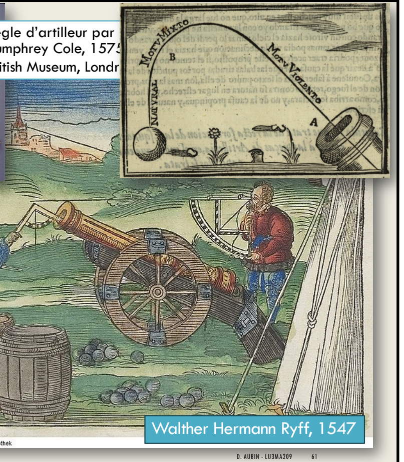
2024 D. AUBIN - LU3MA209 60

60

L'ARTILLERIE EN EUROPE



Règle d'artilleur par Humphrey Cole, 157
British Museum, Londr



Le canon apparait au 13e siècle en Europe.

Son usage se répand au 15e siècle.

Il est décisif au 16e siècle.

Le **quadrant du canonnier**: un instrument de mesure pour la visée.

Walther Hermann Ryff, 1547

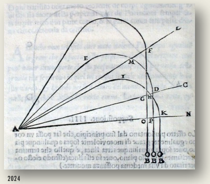
Quelle: Deutsche Fotothek

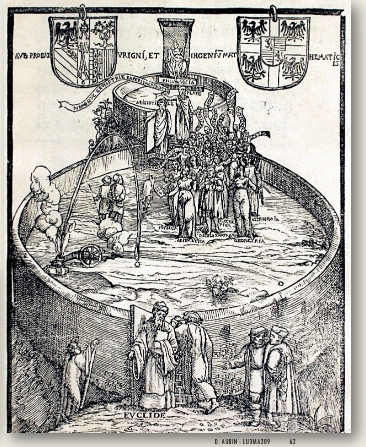
61

UNE NOUVELLE SCIENCE

Euclide garde la porte, Tartaglia dans l'enclos entouré des muses du quadrivium, Platon et Aristote dans l'enclos de la philosophie.

Niccolo Tartaglia, ***Nova scientia*** (1537).





62

FORTIFICATIONS

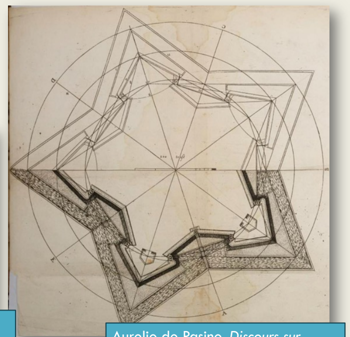
Les mathématiques au service des puissants

La figure de l'« ingénieur »

Diffusion d'Euclide

Les académies militaires

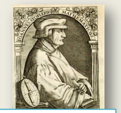
Girolamo Catano, *Libro nuovo di fortificare* (Brecia, 1567)



Aurelio de Pasino, *Discours sur plusieurs points de l'architecture de guerre* (Anvers 1579).

63

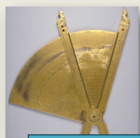
UNE CULTURE INSTRUMENTALE



Johann Stöffler (1452–1531)

« Les instruments de mathématiques » : inventeurs et constructeurs, de nouveaux métiers

Sphère par Girolamo della Volpaia, 1557
Istituto e Museo di Storia della Scienza, Firenze



Instrument calculer la durée maximale du jour à une latitude donnée, par Erasmus Habermel, 1592
British Museum, Londres.

Premières Œuvres de Jacques Devaux, un pilote de marine, dédié au roi Henri II en 1573.

64

LE CAS STEVIN

Simon Stevin (1548–1620)

Commerçant flamand
(vivant à Bruges, Anvers, etc.)

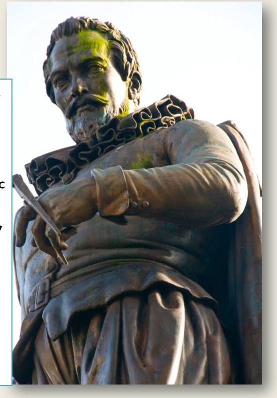
Ingénieur au service de
Maurice de Nassau.

Ecole d'ingénieur à Leyde.

QVIL NY A AVCVNS NOMBRES ABSVRDES, IRRATIONELS, IRreguliers, inexplicables, ou sourds.

Les *œuvres mathématiques* de Simon Stevin (1634)

1. L'Arithmétique :
   - Algèbre de Diophante;
   - Pratique d'arithmétique avec tables d'intérêt et la **Disme**.
2. La Cosmographie : triangles, géographie, et astronomie
3. La Pratique de géométrie
4. L'Art pondéraire, ou la statique
5. L'Optique
6. La Castramétation : fortifications.



2024 D. AUBIN - LU3MA209 65

65

F. LES ANALYSTES

2024 D. AUBIN - LU3MA209 66

66

LES « ANALYSTES »

Ce que c'est que l'analyse, et ce que c'est que la synthèse.

Dans l'analyse, on prend comme accordé ce qui est demandé, parce qu'on arrive de là à quelque vérité qui est accordée.

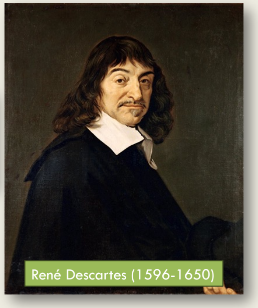
Dans la synthèse, on prend ce qui est accordé, parce qu'on arrive de là à la conclusion, ou à l'intelligence de ce qui est demandé.

Euclide XII, après proposition 5.

Une « nouvelle » méthode en mathématique: les trois sens de **l'Analyse**
- Par opposition à la synthèse;
- Méthode de résolution des équations algébriques;
- Synonyme de calcul différentiel et intégral.

Les mathématiques comme activité collective:
- Correspondance, académies, revues.

Des mathématiciens très ingénieux:
- François Viète, René Descartes, Pierre de Fermat, Blaise Pascal, …


René Descartes (1596-1650)

2024 D. AUBIN - LU3MA209 67

67