



Cours 6

« Mathématiciens »
à l'époque moderne
– la nouvelle analyse

SCIENCES
SORBONNE
UNIVERSITÉ

LMJ-PRG

LU3MA209
ÉLÉMENTS D'HISTOIRE DES
MATHÉMATIQUES

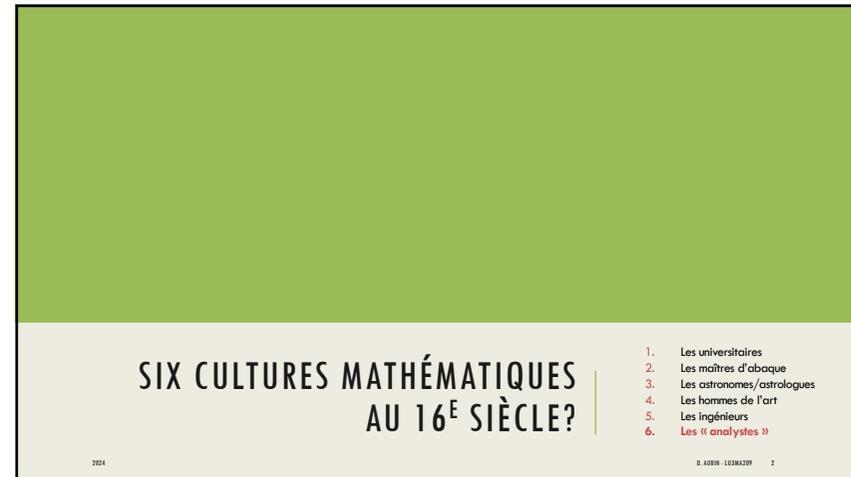
2023-2024, 2^e période

David Aubin
david.aubin@sorbonne-université.fr

10/01/2024

D. AUBIN - LU3MA209 1

1



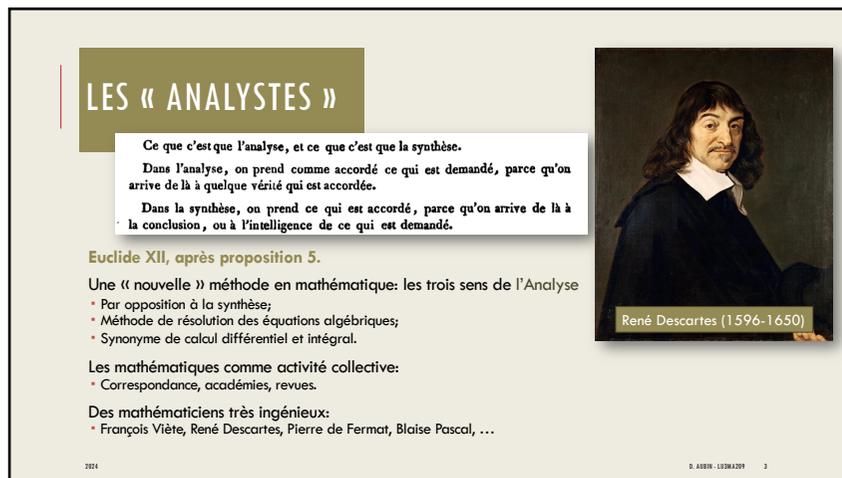
SIX CULTURES MATHÉMATIQUES
AU 16^E SIÈCLE?

1. Les universitaires
2. Les maîtres d'abaque
3. Les astronomes/astrologues
4. Les hommes de l'art
5. Les ingénieurs
6. Les « analystes »

2024

D. AUBIN - LU3MA209 2

2



LES « ANALYSTES »

Ce que c'est que l'analyse, et ce que c'est que la synthèse.
Dans l'analyse, on prend comme accordé ce qui est demandé, parce qu'on arrive de là à quelque vérité qui est accordée.
Dans la synthèse, on prend ce qui est accordé, parce qu'on arrive de là à la conclusion, ou à l'intelligence de ce qui est demandé.

Euclide XII, après proposition 5.

Une « nouvelle » méthode en mathématique: les trois sens de l'Analyse

- Par opposition à la synthèse;
- Méthode de résolution des équations algébriques;
- Synonyme de calcul différentiel et intégral.

Les mathématiques comme activité collective:

- Correspondance, académies, revues.

Des mathématiciens très ingénieux:

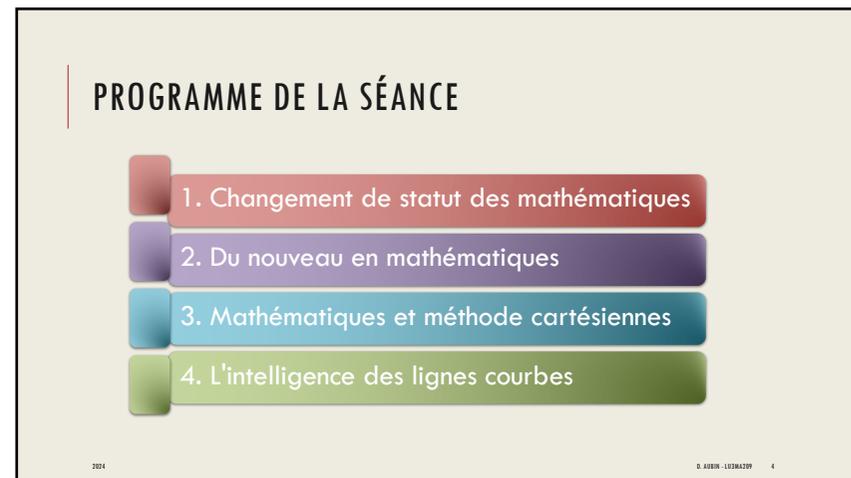
- François Viète, René Descartes, Pierre de Fermat, Blaise Pascal, ...

René Descartes (1596-1650)

2024

D. AUBIN - LU3MA209 3

3



PROGRAMME DE LA SÉANCE

1. Changement de statut des mathématiques
2. Du nouveau en mathématiques
3. Mathématiques et méthode cartésiennes
4. L'intelligence des lignes courbes

2024

D. AUBIN - LU3MA209 4

4

CHANGEMENT DE STATUT DES MATHÉMATIQUES

2024 D. AUBIN - LU3MA209 5

5

LE COLLÈGE ROYAL

Oronce Finé (1494-1555)

Le pouvoir de l'État s'implique directement dans l'enseignement supérieur et concurrence l'université de Paris

1530 : six lecteurs royaux (langues anciennes et mathématiques)

1610 : début des travaux de construction

2024 D. AUBIN - LU3MA209 4

6

ENSEIGNEMENT DES MATH

Pierre de la Ramée (1515-1572)

Les mathématiques sont mal enseignées à l'Université

« Les artz mathématiques n'ont encores point eu de lieu ny d'honneur par les loix et statutz publics concernans l'estude de philosophie; de sorte qu'un du tout ignorant d'icelles, toutesfois par les statutz de l'Université de Paris, ne laisse d'obtenir le degré en la philosophie. Doncques à grand peine l'on touche du bout des lèvres, ou plus tost on ne touche point du tout à ces artz mathématiques, qui sont les premiers des libéraux, voire (s'ilz sont bien nommez) qui sont uniquement et principalement par sus tous à congnoître, pour raison de l'honneste fruit qui en revient, et sans lesquels toute l'autre philosophie est aveuglée, parce que sans eux on ne sçait la symétrie et proportion des choses qui viennent de l'arithmétique, ny la figure et conformation des qu'on apprend par la geometrie. »
— Pierre de la Ramée, *Advertissements sur la reformation de l'Vniuersité de Paris, au Roy* (1562).

2024 D. AUBIN - LU3MA209 7

7

MATH AU COLLÈGE ROYAL

Pierre de la Ramée, *Remonstrance faite au Conseil privé, en la Chambre du Roy au Louvre, le 18 de janvier 1567, touchant la profession Royale en mathématiques.*

« Car ça esté toute mon estude iusques icy d'oster du chemin des arts liberaux les espines, les caillous et tous empechements et retardemens des bons esprits, de faire la voye plainne & droicte, pour paruenir plus aisement, non seulement a l'intelligence, mais à la pratique et à l'usage des arts liberaux, & finalement d'exhorter la ieunesse aux choses bonnes & louables, & la retirer du contraire ».

Arithmétique (1559) ; *Scholarum mathematicarum* (1569).

Logica in fundamentum scientiarum	42
Mathematica quibus tractat de viis	42-43
Mathematica iuris de prole de figura	43-44
de Musica	44
de Cyrticis	45
de Physicis Platonicis	46
de Physicis Aristotelicis	46-47-48
de Astrologia	49-50
de Medicina	50
de Ethicis et Politicis	51
de Theologia	51-52
Mathematica utilia ad agenda	52-53-54
de Mathematica utilia ad agenda	54-55-56
de Geografia	57-58
de Mechanicis et reuolutis figuris	58-59-60.
de Musica	61
de Iudicis	62
de re militari	63-64
de re topographica	64
de Nautica	64

2024 D. AUBIN - LU3MA209 8

8

MATH POUR GENTILSHOMMES

Projet d'Académies à Paris, Lyon, Bordeaux et Angers par François de La Noue, *Discours politiques et militaires* (1587).

« Là s'enseigneroient plusieurs sortes d'exercices tant pour le corps que pour l'esprit. Ceux du corps seroyent apprendre à manier chevaux, courir la bague en pourpoint, & quelques armés, tirer des armes, voltiger, sauter, & si on adioustoit le nager et le lucter, il ne seroit que meilleur, car tout cela rend la personne plus robuste & adextre. [...] Quant aux exercices de l'Esprit, qui ne sont moins nécessaires que les autres: ils seroient tels. On feroient des lectures, en notre langue, des meilleurs liures des Anciens. [...] On enseigneroit aussi les Mathematiques, la Geographie, la Fortification, & quelques langues vulgaires: ce qui est fort utile à vn gentil-homme (l'entends d'en sauoir autant qu'il en peut mettre en vsage). »



9

INGÉNIEUR DU ROY

Formation mathématique à Heidelberg.

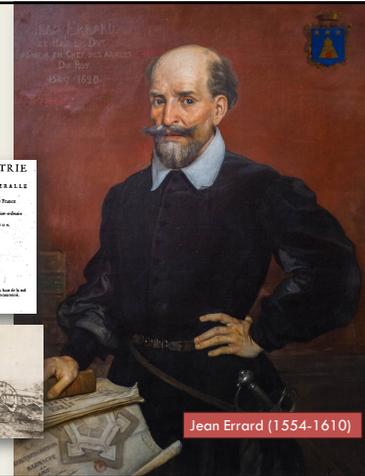
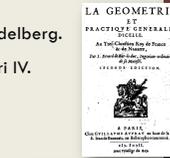
Ingénieur du roi de France Henri IV.

La Fortification démontrée et réduite en art (1594).

Traduction d'Euclide.

Instruments mathématiques

Influence sur Vauban.



Jean Errard (1554-1610)

10

STATUT SOCIAL DES MATH

Une période d'éclipse:

- Au début du 16^e siècle, les « humanistes » prêtent peu d'attention aux sciences mathématiques associées à la pensée scolastique.

Changement de statut des mathématiques à l'université:

- [Galilée qui avait appris les mathématiques d'un tuteur privé Ostilio Ricci quitte l'université pour la cour des Médicis à Florence]
- Pierre de la Ramée (1515–1572) au Collège Royal.
- Chaires à Oxford (Savilian chair, 1619) et à Cambridge (Lucasian chair, 1664).

On continue à les apprendre et les développer en dehors des universités:

- Isaac Beeckman (1588–1637) → René Descartes (1596–1650) → Frans van Schooten (1615–1660) → Christian Huygens (1629–1695).
- John Wallis (1616–1703, Savilian) et Isaac Newton (1642–1727, Lucasian) sont largement autodidactes.

11

STATUT ÉPISTÉMOLOGIQUE DES MATHÉMATIQUES

Les Anciens et les Modernes

- La « Querelle »
- Du nouveau en mathématiques (Descartes)
 - L'algèbre,
 - Les logarithmes,
 - L'intelligence des lignes courbes, tangentes et quadratures.

Mathesis universalis = science universelle

Chez Proclus → P. de La Ramée: principe d'unité entre arithmétique et géométrie.
La science « qui explique tout ce qu'il est possible de rechercher touchant l'ordre et la mesure, sans assignation à quelque matière que ce soit » (Descartes, Règle IV).

Chez Leibniz = une mathématique universelle.

12

DU NOUVEAU EN MATHÉMATIQUES

Algèbre / Logarithmes

D. AUBIN - LU3MA209 13

13

L'ALGÈBRE (1554)

Jacques Pelletier du Mans (1517–1582).

L'ALGÈBRE DE JACQUES PELLETIER
PAR JACQUES PELLETIER
DEUXIÈME ÉDITION
A PARIS CHEZ ANTOINE TOURNEL
M. DC. LIII.
Avec Privilege de Sa Cour.

L'ALGÈBRE, est un art de parfaire et préciser nombre : et de fonder toutes quelz Arithmétiques et Géométriques de possible solution par nombres Rationnels et Irrationnels. La grède singularité d'elle, confit en l'inuacion de routes fortes de Lignes et Superficiés, ou l'aide des nombres Rationnels nous defaut. Elle apprend a discourir, et a chercher tous les points necessaires pour résoudre une difficulté : et monstrez qu'il n'y a chose tant ardue, a laquelle l'esprit ne puisse atteindre, aulfant bien les moyens qui y adrefest. Le premier inuenteur de cet art, selon au.

De l'inuacion e viage de l'Algebre. Et de ceux qui au ont écrit. **CHAP. I.**
Des Nombres appartenans aus operations de l'Algebre. **II.**
De l'inuacion des Nombres Radicaux : e de leurs Caracterz significatif. **III.**
De l'inuacion des Sinz appartenans a chaque nombre Radical. **IIII.**
Des Nombres appartenans particulièrement a l'Algebre. **V.**
De l'Algorithme des nombres simples Cosifiqués : Et premier, de l'Addicion e Soustraccion. **VI.**
De la Multiplicacion e Diuifion des Nombres simples Cosifiqués. **VII.**
Des multiplicacions Radicales, e des simples Radicaux. **VIII.**
De l'Algorithme des Cosifiqués Composez e Comuns composez, e de celui des Sinz Plus e Moins : Et premier, de l'Addicion e Soustraccion. **IX.**
De la Multiplicacion e Diuifion des Sinz Plus e Moins. **X.**

« E parce que leur vérité et manifeste, infallible e constante pensez quelle immortalité elles pourroet apporter à une langue ».

D. AUBIN - LU3MA209 14

14

L'EXTENSION DU DOMAINE DES NOMBRES

Pour resolution, Nous dirons, puis que les nombres Irrationnaux participet (bien qu'ont brageusement) de la nature des nombres Absoluz, tant Anters que Rompus : qu'iz se dequert receuoir parmi les Nombres. Mes nous ne les appellerons Nombres, purement : eins avec ajout, nombres Irrationnaux. E comparerons leur effance, a la région obscure des Animaux bruz : lequez, bien qu'iz est quelque apprehension, voerz quelque jugemat : leur defaut pourtant de quoç pouuoer exprimer ce qu'iz veulet, qui est la parole. E touttefois, nous au fçons nous profit, e nous au fçurons selon les occasions : e au rez afferes, que nous n'y pourrions trouuer secours d'alteurs.

Jacques Le Pelletier, L'Algebre (1554).

Nombres « rompus » = fractions (déjà chez les mathématiciens arabes)

Nombres irrationnels ou « **sourds** », y compris divers types de radicaux

Nombres négatifs

Nombres imaginaires (Bombelli)

Nombres et continu (Stevin, Descartes)

SOMMAIRE DE L'ALGÈBRE, TRÈS NÉCESSAIRE pour faciliter l'interprétation du distique Laire d'Euclide.
Essemble la reforme Arithmetique, pour les escoliers concepre des Elements Geometriques d'Euclide.
Par D. HENRION Mathématicien.
A PARIS, Chez JEAN ANTOINE TOURNEL, dans la Cour du Palais, presche la fontaine de l'Horloge, contre la volée de la porte de Venise.
D. Henrion, *Sommaire de l'algebre* (Paris, 1623).

D. AUBIN - LU3MA209 15

15

TARTAGLIA EN FRANÇAIS

Guillaume **Gosselin** (de Caen), professeur au collège de Cambrai.

Les 3 parties de l'arithmétique :

- Arithmétique
- Musique
- Et l'admirable règle de la chose, ou Arte grande.

« La troisieme est appellée d'un mot Arabic, ou Algebre, ou Almucabale, laquelle est toute fondée sur les proportiōs, plus secreta, subtile & diuine qu'aucune des autres partie ».

Reconstitution du collège de Cambrai à la fin de la période médiévale. Dessin J.-C. Galvin.

L'ARITHMETIQUE DE NICOLAS TARTAGLIA BRESCIAN, GRAND MATHÉMATICIEN, ET PRINCE DES PRATICIENS.
Diuifée en deux parties.
La delation se verra en la page suivante.
Recueillie, & traduite d'Italien en François, par GUYLLAUME GOSSELIN de Caen.
Avec toutes les demonstrations Arithmetiques, & plusieurs autres de GOSSELIN, & autres choses en plus.
A tres-haute & Venerable Prince de MAREMBERT de France, Royne de Navarre, SECONDE PARTIE.
A PARIS, Chez Gilles Beyer, rue S. Jacques, au Lié blanc.
1578.
AVEC PRIVILEGE DV ROY.

D. AUBIN - LU3MA209 16

16

LE MATHÉMATICIEN D'HENRI IV

« Il découvrit les plus secrets mystères des Sciences les plus abstruses, et (...) il vint à bout sans peine de tout ce qu'un homme subtil est capable de concevoir et d'exécuter. Mais parmi ses diverses occupations, et les embarras des affaires dont son vaste et infatigable esprit ne fut jamais exempt, il exerça surtout son industrie aux Mathématiques, et il y excella d'une telle manière, que tout ce qui a été inventé par les Anciens en cette Science, et dont nous sommes privés par l'injure du temps qui a aboli leurs écrits, il l'a inventé lui-même de nouveau, il en a renouvelé l'usage, et a même ajouté beaucoup de choses à leurs merveilleuses découvertes »

— T.A. de Thou, *Histoire de mon temps* (1620).



François Viète (1540–1603)

D. AUBIN - LU3MA209 17

17

UN DÉFI « À TOUS LES MATHÉMATIENS DE LA TERRE »

Posé en 1593 par Adriaen van Roomen (1561–1615), mathématicien à l'université de Würzburg

PROBLEMA MATHEMATICVM OMNIBVS ORBIS MATHEMATICIS AD CONSTVENDVM PROPOSITVM.

Si duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, uti ad 45 0 — 3795 0 — 9,5634 0 — 11,8100 0 — 78,1175 0 — 3458,2075 0 — 1,1, 0590, 6075 0 — 2, 2267, 6280 0 — 3, 8494, 2375 0 — 4, 3849, 4725 0 — 48884, 1800 0 — 2, 7865, 8800 0 — 3, 3603, 0692 0 — 1, 2767, 3100 0 — 4495, 1700 0 — 1494, 1040 0 — 376, 4165 0 — 74, 0419 0 — 14, 1190 0 — 1, 2300 0 — 945 0 — 45 0 — 1 0 detrahe terminus posterior, invenire priorem.

Un problème trigonométrique caché: la longueur de la corde de 45° d'un angle donné.

« Moi qui ne me vante pas d'être mathématicien, mais qui fais seulement de l'étude des le délassement de mes loisirs, j'ai résolu le problème d'Adrien en le lisant et sans tomber dans la moindre erreur. Me voilà du coup posé en grand géomètre ». (F. Viète)

« "Mais, Sire, [...] vous n'avez point de mathématiciens, car Adriaenus Romanus n'en nomme pas un de français dans le catalogue qu'il en fait. -- Si fait, si fait, dit le Roi, j'ai un excellent homme : qu'on m'aille quérir M. Viète." M. Viète avait suivi le conseil et était à Fontainebleau ; il vient. L'ambassadeur avait envoyé chercher le livre d'Adriaenus Romanus. On montre la proposition à M. Viète, qui se met à une des fenêtres de la galerie où ils étaient alors, et avant que le roi en sortit, il écrivit deux solutions avec du crayon ».

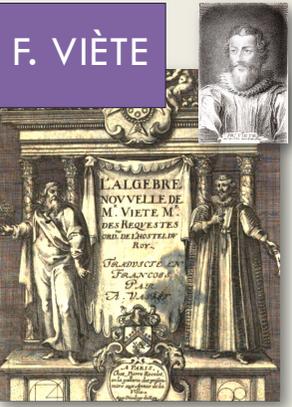
— *Les Historiettes* de Tallemant de Réaux, le 10 octobre 1594 à la cour de Henri IV à Fontainebleau.

D. AUBIN - LU3MA209 18

18

L'ALGÈBRE NOUVELLE DE F. VIÈTE

« Tous les mathématiciens savaient que sous leur Algèbre ou Almulcabale qu'ils vantaient, et qu'ils nommaient le Grand Art, étaient cachées des masses d'or incomparables, mais il ne les trouvaient pas. Aussi voulaient-ils des hécatombes, faisaient-ils des sacrifices à Apollon et aux Muses lorsqu'ils parvenaient à la solution d'un seul de ces problèmes que je résous spontanément par dizaines, par vingtaines; ce qui prouve que notre art est la méthode d'invention la plus certaine en mathématiques. »



L'ALGÈBRE NOUVELLE DE M. VIÈTE M. DES REQUESTES SUR LE DRIFTLEIN ROY.

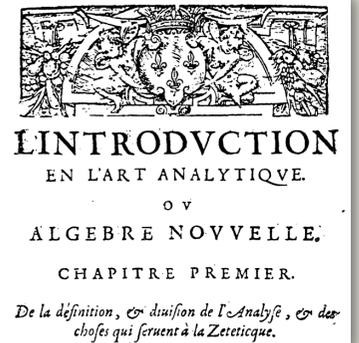
FRANÇOIS VIÈTE
FRANCOIS
EPIQUE
DE THOU

D. AUBIN - LU3MA209 19

19

L'ART ANALYTIQUE

L se rencontre dans les Mathématiques vne certaine maniere & façon de rechercher la verité, laquelle on dit avoir esté premierement inuentée par Platon, que Theon a appellée Analyse, & par luy définie la supposition de ce que l'on cherche, comme s'il estoit concédé pour paruenir à vne verité cherchée, & ce par le moyen des consequences; comme au contraire la Synthese est la supposition d'vne chose concédée pour paruenir à la cognoissance de ce que l'on cherche par le moyen des consequences.



L'INTRODVCTION
EN L'ART ANALYTIQVE.
O V
ALGEBRE NOUVELLE.
CHAPITRE PREMIER.

De la définition, & diuision de l'Analyse, & des choses qui seruent à la Zeticque.

D. AUBIN - LU3MA209 20

20

NULLUM NON PROBLEMA SOLVERE



La nouvelle algèbre de François Viète

Sa définition : Une méthode pour trouver	« La science de bien trouver dans les mathématiques »
Son but : Résoudre tous les problèmes	« L'Art analytique s'attribue justement le magnifique problème des problèmes qui est : résoudre tout problème »
Son moyen : une invention nouvelle	« Mais la forme sous laquelle on doit aborder la recherche exige les ressources d'un art spécial , qui exerce sa logique non sur des nombres, suivant l'erreur des analystes anciens, mais au moyen d'une logistique nouvelle... »
La logistique spéieuse : un calcul avec des symboles, un calcul littéral	« Logistique spéieuse est celle qui est exposée par des signes ou des figures, par exemple, par des lettres de l' 'alphabet' »

2024 D. AUBIN - LU3MA209 21

21

L'ALGÈBRE FIGURÉE

La méthode :

Écrire avec des lettres les relations entre grandeurs :

les grandeurs cherchées avec la lettre A ou toute autre voyelle E, I, O, U, Y.

les grandeurs données avec les lettres B, C, D ou d'autres consonnes

Respecter la loi des homogènes, c'est-à-dire la dimension des grandeurs :

dimension 2 : A carré, B plan
dimension 3 : D cube, F solide

Ex: Trouver deux nombres connaissant leur somme et leur différence (Zététiques I)

A + E æquatur B $(x + y = a)$
A - E æquatur D $(x - y = b)$

Trouver les deux côtés d'un rectangle connaissant son aire et la différence des carrés des côtés (Zététiques II 9)

A in E æquatur B plano $(xy = a \text{ et } x^2 - y^2 = b)$
Aq - Eq æquatur D plano

2024 D. AUBIN - LU3MA209 22

22

LES LOGARITHMES

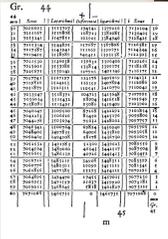
logos + arithmos

1614: *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*;
trad. anglaise 1616.

« The **Logarithme** therefore of any sine is a number very neerely expressing the line, which increased equally in the meane time, whiles the line of the whole sine decreased proportionally into that sine, both motions being equal-timed, and the beginning equally swift. »



John Napier of Merchiston (1550–1617), dit Néper



2024 D. AUBIN - LU3MA209 23

23

UN OUTIL DE CALCUL



Bâtons de Néper

Remplacer les multiplications par des additions

Inspiration : dès 1580, la *prosthaphæresis* (utilisée par T. Brahe)

$\sin a \sin b = \frac{\cos(a - b) - \cos(a + b)}{2}$

Après 1614, diffusion très rapide des logarithmes :

- 1615 – visite de Henry Briggs (Gresham, Oxford)
- 1618 – logarithmes en base 10 par Briggs
- 1624 – tables logarithmiques de Kepler
- 1628 – tables d'Adrien Vlacq



Johannes Kepler, *Tables rudolphine* (1627)

$\ln 2 = 0,6931472\dots$



D. Henrion, *Traité des logarithmes* (1626)

2024 D. AUBIN - LU3MA209 24

24

NOUVELLE CONCEPTION DU CONTINU

Lignes représentées par des nombres (approche de Stevin):

"Surd quantities, or vnexplicable by number, are said to be defined, or expressed by numbers very neere, when they are defined or expressed by great numbers which differ not so much as one vnite from the true value of the Surd quantities."

« As for example. Let the semidiameter, or whole sine be the rational number 10 000 000 the sine of 45 degrees shall be the square root of 50 000 000 000 000, which is surd, or irrational and inexplicable by any number, & is included between the limits of 7071067 the lesse, and 7071068 the greater: therefore, it differeth not an vnite from either of these. Therefore that surd sine of 45 degrees, is said to be defined and expressed very neere, when it is expressed by the whole numbers, 7071067, or 7071068, not regarding the fractions. For in great numbers there ariseth no sensible error, by neglecting the fragments, or parts of an vnite. »

25

MATHÉMATIQUES ET MÉTHODE CARTÉSIENNES

Géométrie analytique

26

UNE CONTRE-RÉFORME MATHÉMATIQUE ?



Christopher Clavius
(1538–1612)

L'enseignement des mathématiques :
une priorité

René Descartes fait ses études au collège royal de La Flèche (chez les Jésuites) entre 1608 et 1614.



Collège royal de La Flèche en 1621, avec travaux

27

DESCARTES EN HOLLANDE

- Guerre de 80 ans (1568-1648).
- Ingénieurs au service de Maurice de Nassau (1567–1625) → **Simon Stevin**.
- Descartes dans l'armée en 1618
→ une expérience déterminante.
- Réorganisation de l'organisation des troupes suite à l'introduction massive des armes à feu.
 - Petites unités autonomes.
 - Origine de l'analyse cartésienne?



28

RÉVOLUTION SCIENTIFIQUE

- Descartes rencontre Isaac Beeckman (1588 – 1637) en novembre 1618, devant une affiche proposant un problème mathématique.
 - « C'est vous seul qui avez secoué mon indolence, rappelé un savoir presque échappé de ma mémoire et ramené à de meilleures occupations mon intelligence errant loin des choses sérieuses ».
- Les mathématiques au service d'une nouvelle vision du monde:
 - Expériences, instruments et philosophie naturelle.
 - La nouvelle mécanique et la « **physico-mathématique** ».
- Un traité du monde, non publié en 1633, à cause de la condamnation de Galilée.



René Descartes (1596–1650)

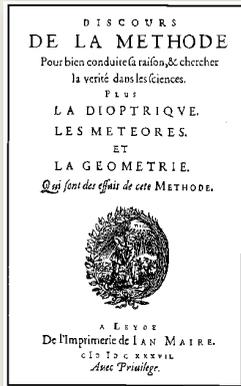
2024 D. AUBIN - LU3MA209 29

29

LA MÉTHODE, 1637

1637 : grand traité d'épistémologie en plusieurs parties (publié en français).

- l'introduction = *Discours de la méthode*
 - « Je pense donc je suis »
 - Les préceptes de la méthode
- la *Dioptrique* : étude des instruments optiques pour montrer qu'on peut leur faire confiance.
- les *Météores* : étude de la nature par observation et analyse mathématique.
- la *Géométrie* : la langue de la science et des raisonnements.

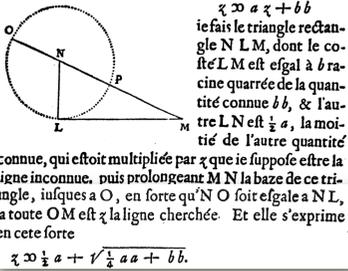


2024 D. AUBIN - LU3MA209 30

30

LA GÉOMÉTRIE

- Des problèmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles et des lignes droite.
 - Équivalence entre problèmes géométriques et équations algébriques
- De la nature des lignes courbes.
 - Cercles auscultatoires pour le calcul des tangentes.
- De la construction des problèmes solides ou plus que solides
 - Étude des solutions des équations algébriques.



$x^2 \propto a^2 x + bb$
 ie fais le triangle rectangle NLM, dont le côté LM est égal à la racine carrée de la quantité connue bb , & l'autre LN est $\frac{1}{2} a$, la moitié de l'autre quantité connue, qui estoit multipliée par x que ie suppose estre la ligne inconnue, puis prolongeant MN la base de ce triangle, jusques a O, en sorte qu'NO soit égale a NL, la toute OM est x la ligne cherchée. Et elle s'exprime en cete forte
 $x \propto \frac{1}{2} a + \sqrt{\frac{1}{4} aa + bb}$.

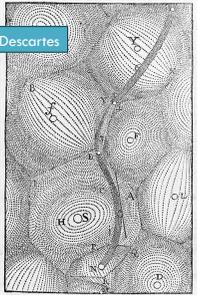
2024 D. AUBIN - LU3MA209 31

31

CARTÉSIANISME

L'univers selon Descartes

- La mécanique cartésienne est exposée dans son traité *Du Monde*, rédigé entre 1629 et 1633, mais publié en 1664.
- La matière est caractérisée par le concept d'étendue; l'Univers est infini, sans vide et en constant mouvement.
- La mécanique de Descartes s'appuie sur deux lois essentielles :
 - la loi de l'inertie
 - la loi de conservation de la quantité de mouvement
- Son système du monde repose sur la **théorie des tourbillons** :
 - l'Univers est composé d'un ensemble de tourbillons imbriqués au centre desquels se trouvent les astres (Soleil et planètes)
 - la matière solaire est au centre d'un tourbillon principal qui emporte les planètes, lesquelles forment des tourbillons emportant les satellites.



16/01/2024 D. AUBIN - LU3MA209 32

32

L'INTELLIGENCE DES LIGNES COURBES

2024

D. AUBIN - LU3MA209 33

33

LA VIE COLLECTIVE DES MATHÉMATIQUES

La « République des lettres » : un réseau de correspondance dans toute l'Europe:

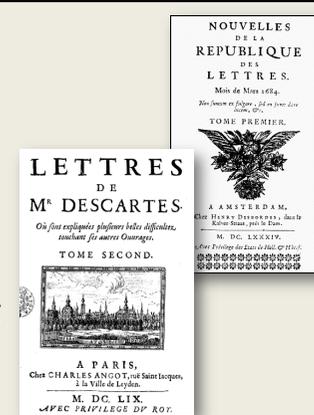
- princes et princesses, clercs, gentilshommes, savants...

Exemple: la correspondance mathématiques de René Descartes:

- Mersenne, Fermat, Blaise Pascal, Gassendi, Torricelli, Desargues, Huygens, Roberval, Thomas Hobbes, la Princesse Élisabeth, etc. ...

Des nœuds particuliers :

- le rôle du père Marin Mersenne (1588–1648).



2024

D. AUBIN - LU3MA209 34

34

RÉSEAUX ET NŒUDS

Études chez les Jésuites (collège de La Flèche) et à la Sorbonne, frère minime.

L'Academia parisensis (1635-1648) : 193 correspondants



Lieu de naissance des correspondants de Mersenne



[Nombres premiers de Mersenne : $M_n = 2^n - 1$]

Marin Mersenne (1588-1648)

2024

D. AUBIN - LU3MA209 35

35

DEUX ÉPISTOLIERS CÉLÈBRES



Pierre de Fermat (v. 1605–1665)

Avocat toulousain
Lecteur de Viète
Correspondant de Mersenne à partir de 1634
Traduit Apollonius et Diophante.
Querelles avec Descartes



Blaise Pascal (1623-1662)

Originaire de Clermont-Ferrand
À Paris à partir de 1647
Expériences sur la pression atmosphérique (1648)
Triangle arithmétique (1654)
Expérience religieuse mystique en 1654 : Port-Royal



La pascaline (1642)

2024

D. AUBIN - LU3MA209 36

36

LA « ROULETTE »

1615: **Mersenne** commence à s'y intéresser.

1634: Gilles Personne de **Roberval** communique à Mersenne son travail sur l'aire sous la cycloïde

1635: **Fermat** et **Descartes** écrivent à Mersenne avec de nouvelles solutions; Roberval étudie le solide et les « touchantes » de la cycloïde

1640: **Désargues** publie la solution de Roberval et celle de Fermat

1644: **Torricelli** publie la solution de Fermat (d'après une lettre de Beaugrand trouvée dans les papiers de Galilée)

1658 Blaise **Pascal** étudie des centres de gravité des figures et solides réalisés à l'aide de la cycloïde et écrit une histoire de la roulette.

Pascal 1658:

HISTOIRE DE LA ROULETTE,
APPELÉE AUTREMENT
TROCHOÏDE OU CYCLOÏDE:
Où l'on rapporte par quels degrés on est
arrivé à la connoissance de cette ligne.

Baillet, Vie de Descartes [1691]:

C. XCV. XIII. Quelque jeunesse de la ligne appelée la Roulette. Histoire de cette ligne découverte par le P. Mersenne & expliquée par M. de Roberval. Parfois d'autre les Géomètres du Jété n'en pas donner la démonstration que M. de Fermat & M. Descartes après M. de Roberval. Examen du récit historique qu'en a fait M. Pajot. le jeune. M. Descartes donne l'explication de sa démonstration. Il envoie aussi au Père Mersenne la solution de diversifis chifre concernant la Roulette que M. de Roberval avoit tâché de ne pas sçavoir. 367

37

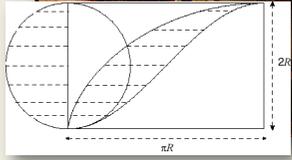
LES QUERELLES DE LA ROULETTE

Descartes à Mersenne, 23 août 1638:

« Je vous envoie des solutions de tout ce que M. de Roberval di ne sçavoir pas [...]. Mais je vous prie de les faire voir à plusieurs avant luy, & même de ne luy en point donner l'original. Car [...] s'il n'avait pu comprendre ma première démonstration de la Roulette, il ne comprendra peut-être pas non plus tout ce qui est dans celles-cy. Mais il m'auroit coûté trop de peine, pour expliquer & éclaircir toutes choses en es réduisant à la portée des enfans. [...] je crois qu'elle est si claire [la démonstration de Descartes] que, s'il la nie, les moindres écoliers seront capables de se moquer de lui. » (Baillet, 1:373)



Gilles Personne de Roberval (1602–1675),
collège de France, Académie des sciences



38

LA MÉTHODE DES INDIVISIBLES

Grégoire de Saint-Vincent aux Pays-Bas, ~1623

Gilles Personne de Roberval à Paris, 1628-1634

Bonaventura Cavalieri (1598–1647)

Bonaventura Cavalieri à Bologne :

- le seul à publier son traité : *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*. (1635)

La critique de Thomas Hobbes (*Six lessons to the Professors of Mathematics*, 1656):
« You have this, That a Parallelogram whose Altitude is else but a Line. Is this the Language of Geometry? How do you determine this word scarce? The least Altitude is Somewhat or Nothing. »

Ses disciples:

- Evangelista Torricelli (1644)
- John Wallis (1656).

39

L'INTELLIGENCE DES LIGNES COURBES

Problèmes plans, solides et mécaniques

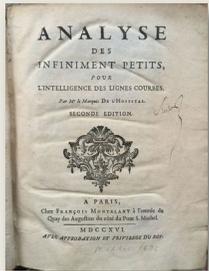
- Descartes, *Géométrie*, livre 2.

Problème des quadratures

- La méthode des indivisibles de Cavalieri et Roberval
- Aire sous la parabole (Pascal et Fermat)

Problème des tangentes:

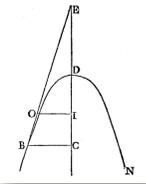
- Fermat, *Methodus ad disquirendam maximam et minimam* (à voir en td).
- Descartes: méthode des cercles ausculteurs.



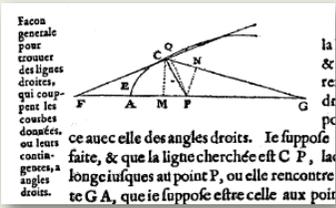
40

PROBLÈME DES TANGENTES

Fermat, *Varia Opera*, 1679, p. 64. Méthode développée en 1629.



Descartes, *La Géométrie*, 1637, livre 2, p. 342.



2024 D. AUBIN - LU3MA209 41

41

QUADRATURES DE LA PARABOLE

Pierre de Fermat
« carrer au moyen d'une progression géométrique ».

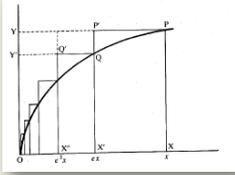
$$S = x\sqrt{x}(1-e)(1+e\sqrt{e}+e^3+\dots)$$

$$= \frac{x\sqrt{x}(1+\sqrt{e})}{1+\sqrt{e}+e} = \frac{2}{3}x\sqrt{x}.$$

Blaise Pascal
« Somme des $d(nd)^2$ ».

$$S = d^3(1+2^2+3^2+\dots+n^2)$$

$$= d^3\left(\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}\right)$$



Cf. Dahan-Dalmedico et Peiffer, p. 182.

2024 D. AUBIN - LU3MA209 42

42

DE L'ESPRIT GÉOMÉTRIQUE

Marin Mersenne, *La Vérité dans les sciences* (Paris, 1625).

La vérité des sciences et des mathématiques : « contre laquelle se bandent un tas de libertins lesquels [...] s'efforcent de persuader aux ignorants qu'il n'y a rien de certain au monde : [...] ce qu'ils tâchent de faire glisser dans l'esprit de certains jeunes hommes qu'ils connaissent être portés au libertinage & à toute sorte de volupté [...] afin qu'ayant fait perdre le crédit à la vérité des sciences. »

Blaise Pascal, *De l'esprit géométrique et de l'art de persuader*, vers 1657–58.

« On peut avoir trois principaux objets dans l'étude de la vérité : l'un, de la découvrir quand on la cherche ; l'autre, de la démontrer quand on la possède ; le dernier, de la discerner d'avec le faux quand on l'examine. [...] La géométrie, qui excelle en ces trois genres, a expliqué l'art de découvrir les vérités inconnues ; et c'est ce qu'elle appelle **analyse** [...] »

2024 D. AUBIN - LU3MA209 43

43