

L'ENSEIGNANT : David Aubin

– *Examen final* –

13 mai 2009.

Questions

L'examen comporte trois parties :

- I. 25 questions à choix multiples (total 25 points) ;
- II. Une unique question à développement (total 20 points).

Première Partie : questions à choix multiples.

- 1) Selon Georg Cantor, comment caractériser le nombre transfini des nombres réels c par rapport à \aleph_0 ?
 - a) Il n'y a qu'un seul nombre infini : ils sont donc égaux ($c = \aleph_0$).
 - b) Comme il est impossible de prouver l'hypothèse du continu, on ne peut pas comparer ces deux nombres transfinis.
 - c) L'infini du continu est strictement inférieur à l'infini dénombrable ($c < \aleph_0$).
 - d) L'infini du continu est strictement supérieur à l'infini dénombrable ($c > \aleph_0$).
 - e) Aucune de ces réponses.
- 2) Comment s'appelle le livre de David Hilbert de 1899 ?
 - a) *Les Fondements de la géométrie.*
 - b) *Les Éléments de mathématique.*
 - c) *Théorie analytique de la géométrie.*
 - d) *L'axiomatique des géométries non euclidiennes.*
 - e) Aucune de ces réponses.
- 3) Quelle est la théorie algébrique abstraite due à Arthur Cayley qui est employée en mécanique quantique dans les années 1920 ?
 - a) La théorie des groupes.
 - b) Les quaternions.
 - c) L'algèbre des matrices.
 - d) La théorie des déterminants.
 - e) Aucune de ces réponses.

- 4) Quel est l'historien qui, dans le livre *La Structure des révolutions scientifiques*, a insisté sur la notion d'anomalie préparant les révolutions scientifiques ?
- Michel Serres.
 - Simon Schaffer.
 - Gaston Bachelard.
 - T. S. Kuhn.
 - Aucune de ces réponses.
- 5) Laquelle des observations suivantes n'est pas l'une des anomalies inexplicées par la physique du 19^e siècle ?
- Le rayonnement des corps noirs.
 - La géométrie non euclidienne.
 - L'expérience de Michelson-Morley sur la vitesse de la Terre par rapport à l'éther.
 - Le mouvement du périhélie de Mercure.
 - Aucune de ces réponses.
- 6) Le théorème d'incomplétude de Gödel affirme :
- que l'hypothèse du continu n'est pas vraie.
 - que si une théorie axiomatique contient l'arithmétique, alors cette théorie est soit incomplète soit incohérente.
 - qu'il est impossible d'avoir une représentation complète des géométries non euclidiennes.
 - que la théorie axiomatique de Zermelo-Fraenkel est incomplète et qu'il faut lui adjoindre l'axiome du choix.
 - Aucune de ces réponses.
- 7) En quel sens est-ce que la pseudosphère de Beltrami offre un « modèle » de la géométrie de Lobatchevski ?
- Parce que la vraie géométrie à la surface de la pseudosphère est celle de Lobatchevski.
 - Parce que supposant que la pseudosphère est plongée dans l'espace lobatchevskien à trois dimensions, les axiomes de la géométrie euclidienne s'appliquent alors à sa surface.
 - Parce qu'on peut en fabriquer un modèle en plâtre qui permet intuitivement de faire sens de la géométrie de Lobatchevski.
 - Parce que supposant que la pseudosphère est plongée dans un espace euclidien à trois dimensions, en la projetant sur le plan de base, on obtient une réalisation exacte de la géométrie de Lobatchevski.
 - Aucune de ces réponses.
- 8) Que montrent les coupures de Dedekind ?
- Que les réels sont infiniment plus nombreux que les rationnels.
 - Que toute équation algébrique de degré n à coefficients dans \mathbf{Q} a exactement n racines dans le corps des complexes \mathbf{C} .
 - Qu'il est possible de construire un ensemble (l'ensemble des coupures de \mathbf{Q}) qui est homomorphe à l'ensemble des réels \mathbf{R} .
 - Que toute suite bornée croissante dans \mathbf{Q} a une limite dans \mathbf{Q} .
 - Aucune de ces réponses.

- 9) Que doit-on à Cauchy en termes de rigueur mathématique ?
- L'insistance pour prouver la convergence des séries numériques.
 - La définition de la limite en termes de ϵ et de δ .
 - La démonstration que les séries de Fourier convergent vers la fonction initiale quelque soit la fonction.
 - La première définition générale des fonctions.
 - Aucune de ces réponses.
- 10) La réforme de l'université allemande de Guillaume de Humboldt au début du 19^e siècle correspond à l'affirmation de trois principes importants. Parmi les choix suivants, lequel n'en fait pas partie ?
- La liberté d'enseignement de chercher.
 - L'unité entre recherche et enseignement.
 - L'autogestion par les professeurs.
 - L'évaluation par les gouvernements.
 - Aucune de ces réponses.
- 11) A quelle époque sont constitués les grands laboratoires de recherche universitaires ?
- Dès le moyen-âge.
 - A l'époque de Newton.
 - Pendant la Révolution française, suite à la fondation de l'École polytechnique.
 - Pendant la Révolution industrielle.
 - Aucune de ces réponses.
- 12) Pourquoi le savoir-faire de brasseur de James Joule est-il important dans ses travaux ?
- Car il est capable de déterminer les applications pratiques de ses découvertes.
 - Car il est capable de mesurer de très petites variations de température dans un liquide.
 - Car il est capable de mesurer de très petites proportions d'alcool dans un liquide.
 - Car il sait fabriquer des machines mécaniques complexes.
 - Aucune de ces réponses.
- 13) Quel est le mathématicien du début du 19^e siècle qui s'élève contre ce qu'il appelle les fabrications d'évidence et écrit : « il faut exposer le fondement objectif que possède la vérité à démontrer. »
- Louis-Augustin Cauchy.
 - Bernhard Bolzano.
 - Évariste Galois.
 - Joseph Fourier.
 - Aucune de ces réponses.
- 14) Parmi les institutions suivantes laquelle n'est pas apparue avec la révolution française ?
- L'École polytechnique.
 - L'École normale supérieure.
 - L'Institut de France.
 - L'Académie française.
 - Aucune de ces réponses.

15) Qui écrit : « Rien n'est plus incontestable que l'existence de nos sensations; ainsi, pour prouver qu'elles sont le principe de nos connaissances, il suffit de démontrer qu'elles peuvent l'être: car, en bonne philosophie, toute déduction qui a pour base des faits ou des vérités reconnues, est préférable à ce qui n'est appuyé que sur des hypothèses, même ingénieuses » ?

- a) Bacon dans le *Nouvel Organon*.
- b) Galilée dans le *Discours sur deux nouvelles sciences* ?
- c) Descartes dans le *Discours de la Méthode*.
- d) Diderot et d'Alembert dans le « Discours préliminaire » de *l'Encyclopédie*.
- e) Aucune de ces réponses.

16) Quel est le but des travaux de James Joule ?

- a) Déterminer l'équivalent mécanique de la chaleur : la quantité d'énergie cinétique équivalente à l'augmentation de la température d'un litre d'eau de 1°C.
- b) Mesurer la quantité de calorique contenue dans un litre d'eau à 25°C et à la pression atmosphérique.
- c) Déterminer l'équivalent électrique de la chaleur : la quantité d'énergie électrique nécessaire à l'augmentation de la température d'un litre d'eau de 1°C.
- d) A montrer l'équivalence entre énergie magnétique et énergie électrique à l'aide d'un courant passant dans un fil électrique.
- e) Aucune de ces réponses.

17) En quoi est-ce que le fait que Bolyai, Lobatchevski et Gauss aient tous travaillé dans le domaine de la géodésie vous paraît-il pertinent pour l'histoire de la géométrie ?

- a) La géodésie est l'étude des surfaces courbes, tout comme la géométrie non euclidienne ; tout géodésien est nécessairement amené à douter de la pertinence de la géométrie euclidienne.
- b) La géodésie utilise des instruments de grande précision, tel le théodolite, et permet de s'apercevoir que la géométrie de l'espace n'est pas euclidienne.
- c) C'est, entre autres choses, la précision du travail géodésique qui les a conduit à s'interroger sur la nature de l'espace.
- d) Les lignes géodésiques sont les équivalents des droites en géométrie non euclidiennes.
- e) Aucune de ces réponses.

18) Quels sont les rôles principaux de l'Académie des Sciences au XVIIIe siècle ?

- a) L'enseignement des sciences et des techniques.
- b) La recherche scientifique et l'expertise auprès du gouvernement royal.
- c) La recherche scientifique et l'enseignement....
- d) Le développement de la navigation, de l'art de la guerre et la construction des fontaines.
- e) Aucune de ces réponses.

19) Qui était Pierre Varignon (1654–1722) ?

- a) Un savant français qui a traduit la physique de Newton dans le langage de Leibniz.
- b) Un ardent défenseur de Descartes qui refuse les idées de Newton.
- c) Un des encyclopédistes, responsables de la rédaction des articles sur la mécanique.
- d) Le principal précurseur du calcul différentiel et intégral.
- e) Aucune de ces réponses.

- 20) Le chimiste Lavoisier a été guillotiné par les Révolutionnaires. Pourquoi ?
- a) Parce que la République n'avait pas besoin de savants.
 - b) Parce qu'on s'opposait à ses théories sur la combustion.
 - c) Parce qu'on s'opposait aux réformes du système métrique.
 - d) Parce qu'il a trahit le Roi.
 - e) Aucune de ces réponses.
- 21) Qu'appelle-t-on le « phlogiston » ?
- a) Une substance qu'on pensait qu'elle était dégagée lors de la combustion des corps.
 - b) C'est le premier nom qu'a donné Lavoisier à l'oxygène.
 - c) C'est la substance responsable des phénomènes électriques.
 - d) Il s'agit de la théorie selon laquelle la vapeur qui s'échappe des locomotives est perdue pour le mouvement des trains.
 - e) Aucune de ces réponses.
- 22) Comment appelle-t-on la période de l'histoire des sciences pendant laquelle un grand nombre de phénomènes physiques peu ou pas mathématisés auparavant font l'objet de théories mathématiques ?
- a) La révolution industrielle.
 - b) La révolution scientifique.
 - c) La seconde révolution industrielle.
 - d) La seconde révolution scientifique.
 - e) Aucune de ces réponses.
- 23) Laquelle des phrases suivantes représente le mieux l'opinion de Condorcet lors de sa réception à l'Académie française ?
- a) Il faut oser penser par soi-même.
 - b) Le progrès scientifique va bientôt toucher à son terme.
 - c) La méthode analytique permet de repousser indéfiniment les limites de la science.
 - d) La civilisation scientifique est corruptrice de l'homme.
 - e) Aucune de ces réponses.
- 24) Qui était James Watt ?
- a) Un ingénieur anglais du 18^e siècle inventeur du régulateur.
 - b) Un savant anglais qui a fait la théorie thermodynamique de la machine à vapeur.
 - c) Un artisan qui a le premier construit une machine à vapeur imparfaite qui servait dans les mines de charbon.
 - d) L'un des Luddites qui détruisent les machines au 19^e siècle, car il pense qu'elles détruisent des emplois.
 - e) Aucune de ces réponses.

- 25) Les quaternions de William Rowan Hamilton permettent de modéliser le produit vectoriel dans \mathbf{R}^3 . Comment ?
- a) Le produit vectoriel existe également en quatre dimensions : si A et B sont des quaternions et \mathbf{A} et \mathbf{B} sont les vecteurs correspondant dans \mathbf{R}^4 , alors $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = AB$.
 - b) C'est à cause de la géométrie non euclidienne des quaternions.
 - c) Si \mathbf{A} et \mathbf{B} sont un vecteur de \mathbf{R}^3 , alors $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ est la partie non réelle du quaternion obtenu en multipliant $(0, \mathbf{A})$ par $(0, \mathbf{B})$, où $(0, \mathbf{X})$ est le quaternion $X_x i + X_y j + X_z k$.
 - d) Si \mathbf{A} et \mathbf{B} sont un vecteur de \mathbf{R}^3 , alors $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ est la partie réelle du quaternion obtenu en multipliant $(0, \mathbf{A})$ par $(0, \mathbf{B})$, où $(0, \mathbf{X})$ est le quaternion $X_x i + X_y j + X_z k$.
 - e) Aucune de ces réponses.

Deuxième partie : Question à développement.

Question unique (20 points) : commentez le texte que vous trouverez dans les pages suivantes.

Il s'agit d'un extrait tiré du livre du comte vénitien Francesco Algarotti (1712–1764) publié en 1737, traduit en 1739 par Louis-Adrien du Perron de Castera (1705-1752) et publié sous le titre de *Newtonianisme pour les dames, ou entretiens sur la lumière, sur les couleurs et sur l'attraction*. Dans l'extrait ci-dessous, le traducteur oppose une objection au système newtonien.

Quelle objection principale le traducteur oppose-t-il au newtonianisme ?

En vous aidant de ce qui a été vu en cours, résumez les principaux traits du newtonianisme ?

Pouvez-vous mettre en contexte la réception française du newtonianisme ?

Comment les partisans de Newton répondent-ils à cette objection ?

Bon courage pour la suite !

LE
NEWTONIANISME
POUR LES DAMES,
OU
ENTRETIENS

SUR LA LUMIERE, SUR LES COULEURS,
ET SUR L'ATTRACTION.

Traduits de l'Italien de M. ALGAROTTI.

Par M. DU PERRON DE CASTERA.

Seconde Edition revue, corrigée & augmentée.

TOME I.



A PARIS,

Chez MONTALANT, Imprimeur-Libraire, Quay des
Augustins, à la Ville de Montpellier.

M. DCC XXXIX.

Avec Approbation & Privilège de Roy.

OBJECTION I.

L'Attraction est le grand principe des Newtoniens ; avec le secours de l'Attraction ils se flattent d'expliquer tous les secrets de la Nature. Une chose étonnante, c'est qu'ils ne veulent pas avouer que cela s'appelle faire un Système ; & un Système d'autant plus singulier, qu'il n'est fondé que sur une qualité occulte. Telle fut à peu près l'opi-

nion de Pythagore & d'Empédocle ; ils supposoient que Dieu avoit mis dans tous les corps une tendance mutuelle, qui les faisoit graviter l'un vers l'autre ; c'étoit une force unitive, une espèce d'amour, qui soutenoit l'équilibre de l'Univers, & qui en regloit les mouvemens. N'est-ce pas là sous une expression différente l'idée du Philosophe Anglois, excepté que le Philosophe Anglois porte l'audace de la conjecture encore plus loin, puisqu'à l'Attraction d'Empédocle, il joint une Attraction immatérielle au travers du vuide ?

Selon Newton les corps s'attirent en raison directe de

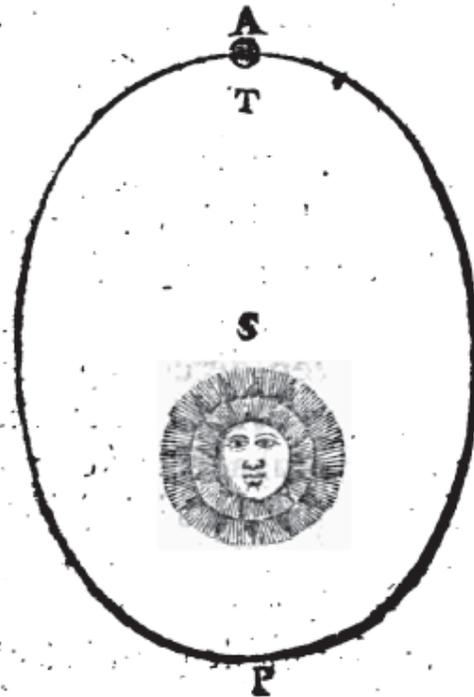
leurs masses , & en raison inverse des carrés de distance. Examinons dans cette hypothese le cours de la Terre autour du Soleil.

Soit l'Ovale suivante l'Ellipse de la Terre T. & le Soleil S. foyer de cette même Ellipse.

Supposons que le Soleil n'a qu'un degré d'attraction sur la Terre , lorsqu'elle est au point de son Aphélie A. il en aura quatre de plus, quand elle parviendra au point de son Perihélie P. parce que cette seconde distance est à la première comme 1. à 2.

Dans cette seconde position , où le Soleil , selon les Newtoniens mêmes, s'avance

un peu vers la Terre, la Terre



doit s'avancer aussi vers le Soleil. Accordons qu'elle ne fera d'abord dans un instant donné qu'un pas imperceptible, l'inf-

tant d'après elle en fera deux, puis quatre, puis seize, & toujours de plus en plus, jusqu'à ce qu'enfin le Soleil l'ait absorbée.

En vain diroit-on que le contre-poids de la force projectile doit nous préserver d'un pareil malheur, parce qu'au moyen de cette force, le mouvement des Planetes est beaucoup plus accéléré dans la Perihélie que dans l'Aphélie.

Cela est vrai; mais on ne peut en tirer aucune conséquence favorable pour le Système Newtonien. Il faut de trois choses l'une; ou la force projectile prévaut sur la force d'attraction, ou la force d'attraction prévaut sur la force

projectile, ou bien elles sont toutes deux dans une égalité parfaite.

Si la force projectile prévaut sur la force d'attraction, il est certain que la Terre s'échappera par la tangente, & décrira une ligne droite. Voilà le cours de la Nature entièrement perverti, voilà une Planete qui sort de son orbite sans espoir d'y rentrer.

Si la force d'attraction prévaut sur la force projectile, celle-ci ne sauroit empêcher que la Terre n'aille se jeter dans le Soleil. Bientôt toutes les autres Planetes auront la même destinée, parce que plus la masse du Soleil s'accroîtra, plus son attraction deviendra

violente. Ainsi cet Astre, que Dieu créa pour l'entretien & pour la beauté de l'Univers, en feroit le destructeur.

Enfin si la force projectile & la force d'attraction sont absolument égales, la Terre décrira un Cercle parfait, dont le foyer sera le centre. Car dans cette égalité, qui suppose autant de vertu centripete, que de vertu centrifuge, rien ne pourra ni éloigner la Planete, ni l'approcher du Soleil. Nous y perdrons beaucoup, l'année seroit toujours uniforme, les saisons ne changeroient point, les végétations ne commenceroient plus, ou ne s'achèveroit pas, & nos champs ne nous offrieroient

au foyer attirant. Or cette force médiatrice parfaitement inconcevable ne serviroit qu'à multiplier dans leur Système les êtres de raison; on les entend crier sans cesse que telle & telle choses sont prouvées; mais dans le fonds ils ne prouvent rien; l'évidence les fuit, & sans l'évidence il n'est point de certitude dans les Sciences humaines; ce qu'il y a de vrai, c'est qu'ils n'ont employé qu'en pure perte la Géométrie la plus laborieuse.