Al - Khwarizmi

Quant au carré et au nombre qui égalent des racines, c'est comme quand tu dis : Un carré et vingt et un en nombre égalent dix de ses racines. Cela vaut aussi pour tout bien qui est tel que si on lui ajoute vingt et un dirham, la somme qui en résulte est égale à dix racines de ce bien.

La méthode de résolution consiste en ceci :
Prends la moitié des racines, cela fera cinq.
Tu la multiplies par elle-même, cela fera vingt cinq.
Tu retranches les vingt et un dont a dit qu'ils étaient avec les carrés, il restera quatre.
Tu prends sa racine qui est deux.
Tu le retranches de la moitié des racines qui est cinq, il restera trois.
Et c'est la racine du carré que tu voulais et le carré est neuf.
Si tu veux, ajoutes la racine (de quatre) à la moitié des racines.
Cela fera sept et ce sera la racine du carré que tu voulais et le carré est quarante neuf.

Si tu rencontres un problème qui te mène à ce cas, tu vérifies sa validité par l'accroissement, si elle n'est pas (vérifiée), elle le sera alors nécessairement par diminution.

Ce cas se résout à la fois par l'accroissement et par la diminution et, cela n'est pas ainsi pour les autres cas parmi les trois pour lesquels on a besoin de prendre la moitié des racines.

Sache aussi que, dans ce cas, si, ayant pris la moitié des racines et les ayant multipliées par elles-mêmes, le résultat est inférieur aux dirham qui sont avec le carré, le problème est alors impossible.
S'il est égal aux dirham eux-mêmes, la racine du carré est alors égale, exactement, à la moitié des racines, sans accroissement ni diminution.

[...]

Quant à (la justification de la solution de) : un carré et vingt et un dirham égalent dix de ses racines, nous prenons pour le carré une surface carrée de côtés inconnus et c'est la surface (AD) puis, nous lui accolons une surface à côtés parallèles de largeur égale à l'un des côtés de la surface (AD), ce sera le côté EN, et la surface sera (EB). La longueur des deux surfaces réunies sera alors CE. Et nous avons appris que sa longueur était dix en nombre car, pour toute surface carrée de côtés et d'angles égaux, un de ses côtés multiplié par un est égal à la racine de cette surface, et (multiplié) par deux, (il est égal) à deux de ses racines .
Comme on a dit: Un carré et vingt un égalent dix de ses racines, on sait alors que la longueur du côté CE est dix en nombre, car le côté CD est le côté du carré.

Puis, nous divisons le côté CE en deux moitiés, au point H. Nous voyons que le segment EH est égal au segment HC. (Soit I milieu de DN). Nous voyons que HI est égal à CD. Ajoutons au segment HI, dans son prolongement, l'équivalent de l'excès de CH sur HI, (ajoutons au segment EN, dans son prolongement le segment EM) afin que surface (NK) soit un carré. Le segment IK est alors égal à KM. Nous avons donc une surface carrée de côtés et d'angles égaux et c'est la surface (MI). Or, nous avons vu que le segment IK est (égal à) cinq et les côtés sont égaux. La surface est donc (égale à) 25, et c'est le résultat du produit de la moitié des racines par elle-même, (c'est à dire) cinq (mulitiplié) par cinq qui donne vingt-cinq. (Mais), on avait vu que la surface (EB) était les vingt et un qui avaient été ajoutés aux carrés. A l'aide du segment IK qui est un des côtés de la surface (MI), nous dissocions (EI) de la surface (EB) et il reste la surface (AI). Nous prenons, du segment KM, le segment KL qui est égal au segment HK (et, sur HE, le segment HG égal à LK). Nous voyons que le segment IH est égal au segment ML, et il reste du segment MK le segment LK qui est égal au segment KH. La surface (MG) est alors égale à (IA).

On voit donc que la surface (EI), augmentée de la surface (MG), est égale à la surface (EB) qui est vingt et un. Mais la surface (MI) est (égale à) vingt cinq. Lorsque nous aurons retranché de la surface (MI) les surfaces (EI) et (MG) qui sont (égales à) vingt et un, il nous restera une petite surface et c'est la surface (GK) qui est la différence entre vingt cinq et vingt et un et c'est quatre. Sa racine est le segment GH qui est égal au segment HA qui est (égal à) deux. Si tu le retranches du segment HC qui est la moitié des racines, il reste le segment AC qui est (égal à) trois et c'est la racine du premier carré. Si tu l'ajoutes au segment CH qui est (égal à) la moitié des racines, cela vaudra sept et c'est le segment GC. Ce sera la racine d'un carré plus grand que le (premier carré) et qui, si tu lui ajoutes vingt et un, est égal à dix de ses racines.

Et voici la figure (de la preuve) : [à faire]

Et c'est ce que nous voulions démontrer .