André-Marie AMPÈRE — 1827 — Théorie mathématique des phénomènes électro-dynamiques uniquement déduite de l'expérience.

géométrique continue, et l'on place d'abord le conducteur mobile de manière que les distances OO′, O′O″ sont dans le même rapport que les termes consécutifs de cette proportion ; de sorte que les cercles O et O′ forment un système semblable à celui des cercles O′ et O″. On plonge alors le rhéophore positif en A et le rhéophore négatif en A′, le courant parcourt successivement les trois cercles dont les centres sont en O, O′, O″, qui se repoussent deux à deux, parce que le courant va en sens opposés dans les parties voisines.

Le but de l'expérience qu'on fait avec cet instrument est de prouver que le conducteur mobile reste en équilibre dans la position où le rapport OO′ à O′O″ est le même que celui des rayons de deux cercles consécutifs, et que si on l'écarte de cette position il y revient en oscillant autour d'elle.

Je vais maintenant expliquer comment on déduit rigoureusement de ces cas d'équilibre la formule par laquelle j'ai représenté l'action mutuelle de deux éléments de courant voltaïque, en montrant que c'est la seule force agissant suivant la droite qui en joint les milieux qui puisse s'accorder avec ces données de l'expérience. Il est d'abord évident que l'action mutuelle de deux éléments de courants électriques est proportionnelle à leur longueur ; car, en les supposant divisés en parties infiniment petites égales à leur commune mesure, toutes les attractions ou répulsions de ces parties, pouvant être considérées comme dirigées suivant une même droite, s'ajoutent nécessairement. Cette même action doit encore être proportionnelle aux intensités des deux courants. Pour exprimer en nombre l'intensité d'un courant quelconque, on concevra qu'on ait choisi un autre courant arbitraire pour terme de comparaison, qu'on ait pris deux éléments égaux dans chacun de ces courants, qu'on ait cherché le rapport des actions qu'ils exercent à la même distance sur un même élément de tout autre courant, dans la situation où il leur est parallèle et où sa direction est perpendiculaire aux droites qui joignent son milieu avec les milieux de deux autres éléments. Ce rapport sera la mesure d'une des intensités, en prenant l'autre pour unité.

Désignant donc par i et i' les rapports des intensités des deux courants donnés à l'intensité du courant pris pour unité, et par ds, ds' les longueurs des éléments que l'on considère dans chacun d'eux ; leur action mutuelle, quand ils seront perpendiculaires à la ligne qui joint leurs milieux, parallèles entre eux et situés à l'unité de distance l'un de l'autre, sera exprimée par $ii'dsds'$; que nous prendrons avec le signe + quand les deux courants, allant dans le même sens, s'attireront, et avec le signe — dans le cas contraire.

Si l'on voulait rapporter l'action des deux éléments à la pesanteur, on prendrait pour unité de forces le poids de l'unité de volume d'une matière convenue. Mais alors le courant pris pour unité ne serait plus arbitraire ; il devrait être tel, que l'attraction entre deux de ses éléments ds, ds', situés comme nous venons de le dire, pût soutenir un poids qui fût à l'unité de poids comme $dsds'$ est à 1. Ce courant une fois déterminé, le produit $ii'dsds'$ désignerait le rapport de l'attraction de deux éléments d'intensités quelconques, toujours dans la même situation, au poids qu'on aurait choisi pour unité de force.

Cela posé, si l'on considère deux éléments placés d'une manière quelconque ; leur action mutuelle dépendra de leurs longueurs, des intensités des courants dont ils font partie, et de leur position respective. Cette position peut se déterminer au moyen de la longueur r de la droite qui joint leurs milieux, des angles θ et θ' que font, avec un même prolongement de cette droite, les directions des deux éléments pris dans le sens de leurs courants respectifs, et enfin de l'angle ω que font entre eux les plans menés par chacune de ces directions et par la droite qui joint les milieux des éléments.

La considération des diverses attractions ou répulsions observées dans la nature me portait à croire que la force dont je cherchais l'expression, agissait de même en raison inverse de la distance ; je la supposai, pour plus de généralité, en raison inverse de la puissance $n^{\text{ième}}$ de cette distance, n étant une constante à déterminer. Alors en représentant par ρ, la fonction inconnue des angles θ, θ', ω, j'eus $\frac{\rho ii'dsds'}{r^n}$ pour l'expression générale de l'action de deux éléments ds, ds' de deux courants ayant pour intensités i et i'. Il me restait à déterminer la fonction ρ, je considérai d'abord pour cela deux éléments ad, $a'd'$ (pl. I^re, fig. 5) parallèles entre eux, perpendiculaires à la droite qui joint leurs milieux, et situés à une distance quelconque r l'un de l'autre ; leur action étant exprimée d'après ce qui précède par $\frac{ii'dsds'}{r^n}$, je supposai que ad restât fixe, et que $a'd'$ fût transporté parallèlement à lui-même, de manière que son milieu fût toujours à la même distance de celui de ad ; ω étant toujours nul, la valeur de leur action mutuelle ne pouvait dépendre que des angles désignés ci-dessus par θ, θ', et qui, dans ce cas, sont égaux ou suppléments l'un de l'autre, selon que les courants sont dirigés dans le même sens ou en sens opposés ; je trouvai ainsi pour cette valeur $\frac{ii'\,ds\,ds'\varphi(\theta,\theta')}{r^n}$. En nommant k la constante positive ou négative à laquelle se réduit $\varphi(\theta,\theta')$ quand l'élément $a'd'$ est en $a'''d'''$ dans le prolongement de ad, et dirigé dans le même sens, j'obtins $\frac{kii'\,ds\,ds'}{r^n}$ pour l'expression de l'action de ad sur $a'''b'''$; dans cette expression la constante k représente le rapport de l'action de ad sur ad''' à celle de ad sur $a'd'$, rapport indépendant de la distance r, des intensités i, i', et des longueurs ds, ds' des deux éléments que l'on considère.

Ces valeurs de l'action électro-dynamique, dans les deux cas les plus simples, suffisent pour trouver la forme générale de la fonction φ, en partant de l'expérience qui montre que l'attraction d'un élément rectiligne infiniment petit est la même que celle d'un autre élément sinueux quelconque, terminé aux deux extrémités du premier, et de ce théorème que je vais établir, savoir : qu'une portion infiniment petite de courant électrique n'exerce aucune action sur une autre portion infiniment petite d'un courant situé dans un plan qui passe par son milieu, et qui est perpendiculaire à sa direction. En effet, les deux moitiés du premier élément produisent sur le second des actions égales, l'une attractive et l'autre répulsive, parce que dans l'une de ces moitiés le courant va en s'approchant et dans l'autre en s'éloignant de la perpendiculaire commune. Or, ces deux forces égales font un angle qui tend vers deux angles droits à mesure que l'élément tend vers zéro. Leur résultante est donc infiniment petite par rapport à ces forces, et doit par conséquent être négligée dans le calcul. Cela posé, soient Mm (fig. 6) $= ds$ et $M'm = ds'$, deux éléments de courants électriques, dont les milieux soient aux points A et A'; faisons passer le plan $MA'm$ par la droite AA' qui les joint, et par l'élément Mm. Substituons à la portion de courant ds qui parcourt cet élément, sa projection $Nn = ds\cos\theta$ sur la droite AA', et sa projection $Pp = ds\sin\theta$ sur la perpendiculaire élevée en A cette droite dans le plan $MA'm$; substituons ensuite à la portion de courant ds' qui parcourt $M'm'$ sa projection $N'n' = ds'\cos\theta$ sur la droite AA' et sa projection $P'p' = ds'\sin.\theta'$ sur la perpendiculaire à AA' menée par le point A' sur AA' dans le plan $M'Am'$; remplaçons enfin cette dernière par sa projection $T't' = ds'\sin\theta'\cos\omega$ sur le plan $MA'm$ et par sa projection $U'u' = ds'\sin\theta'\sin\omega$ sur la perpendiculaire à ce plan menée par le point A'; d'après la loi établie ci-dessus, l'action des deux éléments ds et ds' sera la même que celle de l'assemblage des deux portions de courants $ds\cos\theta$ et $ds\sin\theta$ sur celui des trois portions $ds'\cos\theta'$, $ds'\sin\theta'\cos\omega$, $ds'\sin\theta'\sin\omega$; cette dernière ayant son milieu dans le plan MAm auquel elle est perpendiculaire, il n'y aura aucune action entre elle et les deux portions $ds\cos\theta$, $ds\sin\theta$, qui sont dans ce plan. Il ne pourra non plus, par la même raison, y en avoir aucune entre les portions $ds\cos\theta$, $ds'\sin\theta'\cos.\omega$, ni entre les portions $ds\sin\theta$, $ds'\cos\theta'$, puisqu'en concevant par la droite AA' un plan perpendiculaire au plan $MA'm$, $ds\cos\theta$ et $ds'\cos\theta'$ se trouvent dans ce plan, et que les portions $ds'\sin\theta'\cos\omega$ et $ds\sin\theta$ lui sont perpendiculaires et ont leurs milieux dans ce même plan. L'action des deux éléments ds et ds' se réduit donc à la réunion des deux actions restantes, savoir : l'action mutuelle de $ds\sin\theta$ et de $ds'\sin\theta'\cos\omega$ et à celle de $ds\cos\theta$ et de $ds'\cos\theta'$, ces deux actions étant toutes deux dirigées suivant la droite AA' qui joint les milieux des portions de courants entre lesquelles elles s'exercent, il suffit de les ajouter pour avoir l'action mutuelle des deux éléments ds et ds'. Or les portions $ds\sin\theta$ et $ds'\sin\theta'\cos\omega$ sont dans un même plan, et toutes deux perpendiculaires à la droite AA'; leur action mutuelle suivant cette droite est donc, d'après ce que nous venons de voir, égale à

$$\frac{ii'\,ds\,ds'\sin\theta\sin\theta'\cos\omega}{r^n}$$

et celle des deux portions $ds\cos\theta$ et $ds'\cos\theta'$ dirigée suivant la même droite AA', a pour valeur

$$\frac{kii'\,ds\,ds'\cos\theta\cos\theta'}{r^n},$$

et par conséquent l'action des deux éléments ds, ds' l'un sur l'autre est nécessairement exprimée par

$$\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}(\sin\theta\sin\theta'\cos\omega + k\cos\theta\cos\theta').$$

nous aurons

$$\frac{1}{2}ii'ds'\left[r^{1-n}\cos^2\theta' - (1-n-2k)\int r^{-n}\cos^2\theta' dr\right].$$

Le premier terme $r^{1-n}\cos^2\theta'$ s'évanouit aux limites. Quant à l'intégrale $\int r^{-n}\cos^2\theta' dr$, il est très facile de concevoir un circuit fermé pour lequel elle ne se réduise pas à zéro. En effet, si on coupe ce circuit par des surfaces sphériques très rapprochées ayant pour centre le milieu de l'élément ds', les deux points où chacune de ces sphères coupera le circuit donneront la même valeur pour r et des valeurs égales et de signes contraires pour dr; mais les valeurs de $\cos^2\theta'$ pourront être différentes, et il y aura une infinité de manières de faire en sorte que les carrés de tous les cosinus relatifs aux points situés d'un même côté entre les points extrêmes du circuit soient moindres que ceux relatifs aux points correspondants de l'autre côté; or, dans ce cas, l'intégrale ne s'évanouira pas; et comme l'expression ci-dessus doit être nulle, quelle que soit la forme du circuit, il faut donc que le coefficient $1-n-2k$ de cette intégrale soit nul, ce qui donne entre n et k cette première relation $1-n-2k=0$.

Avant de chercher une seconde équation pour déterminer ces deux constantes, nous commencerons par prouver que k est négatif, et, par conséquent, que $n=1-2k$ est plus grand que 1; nous aurons recours pour cela à un fait bien facile à constater par l'expérience, savoir qu'un conducteur rectiligne indéfini attire un circuit fermé, quand le courant électrique de ce circuit va dans le même sens que celui du conducteur dans la partie qui en est la plus voisine, et qu'il le repousse dans le cas contraire.

Soit UV (fig. 7) le conducteur rectiligne indéfini; supposons pour plus de simplicité que le circuit fermé THKT'K'H' soit dans le même plan que le fil conducteur UV, et cherchons l'action exercée par un élément quelconque MM' de ce dernier. Pour cela tirons du milieu A de cet élément des rayons vecteurs à tous ces points du circuit, et cherchons l'action perpendiculaire à UV exercée par cet élément sur le circuit.

La composante perpendiculaire à UV de l'action exercée par $MM'=ds'$ sur un élément $KH=ds$ s'obtiendra en multipliant l'expression de cette action par $\sin\theta'$; elle sera donc, on observant que $1-n-2k=0$,

$$ii'ds'\sin\theta' r^k\frac{d(r^k\cos\theta')}{ds}ds,$$

ou

$$\frac{1}{2}ii'ds'\operatorname{tang}\theta'\frac{d(r^{2k}\cos^2\theta')}{ds}ds,$$

expression qui doit être intégrée dans toute l'étendue du circuit. L'intégration par parties donnera

$$\frac{1}{2}ii'ds'\left(r^{2k}\sin\theta'\cos\theta' - \int r^{2k}d\theta'\right).$$

Le premier terme s'évanouissant aux limites, il reste seulement

$$-\frac{1}{2}ii'ds'\int r^{2k}d\theta',$$

Considérant maintenant les deux éléments KH, K'H' compris entre les deux mêmes rayons consécutifs, $d\theta'$ est le même de part et d'autre, mais doit être pris avec un signe contraire, en sorte qu'en faisant $AH=r$, $AH'=r'$, on a pour l'action réunie des deux éléments

$$-\frac{1}{2}ii'ds'\left[\int(r'^{2k}-r^{2k})d\theta'\right],$$

où nous supposons que r' est plus grand que r. Le terme de cette intégrale qui résulte de l'action de la partie THT' convexe vers UV l'emportera sur celui qui est produit par l'action de la partie concave TH'T' si k est négatif; le contraire aura lieu si k est positif, et il n'y aura pas d'action si k est nul. Les mêmes conséquences ayant lieu pour tous les éléments de UV, il s'ensuit que la partie convexe vers UV aura plus d'influence sur le mouvement du circuit que la partie concave, si $k<0$, autant si $k=0$, et moins si $k>0$. Or l'expérience prouve qu'elle en a davantage. On a donc $k<0$, et par suite $n>1$, puisque $n=1-2k$.

On déduit de là cette conséquence remarquable, que les parties d'un même courant rectiligne se repoussent; car si l'on fait $\theta=0$, $\theta'=0$, la formule qui donne l'attraction de deux éléments, devient $\frac{kii'\,ds\,ds'}{r^n}$; et comme elle est négative, puisque k l'est, il y a répulsion. C'est ce que j'ai vérifié par l'expérience que je vais décrire. On prend un vase de verre PQ (fig. 8) séparé par la cloison MN en deux compartiments égaux et remplis de mercure, on y place un fil de cuivre recouvert de soie ABCDE, dont les branches AB, ED, situées parallèlement à la cloison MN, flottent sur le mercure avec lequel communiquent les extrémités nues A et E de ces branches. En mettant les rhéophores dans les capsules S et T, dont le mercure communique avec celui du vase PQ par les portions du conducteur hH, kK, on établit deux courants, dont chacun a pour conducteur une partie de mercure et une partie solide : quelle que soit la direction du courant, on voit toujours les deux fils AB, ED marcher parallèlement à la cloison MN en s'éloignant des points H et K, ce qui indique une répulsion pour chaque fil entre le courant établi dans le mercure et son prolongement dans le fil lui-même. Suivant le sens du courant, le mouvement du fil de cuivre est plus ou moins facile, parce que, dans un cas, l'action exercée par le globe sur la portion BCD de ce fil, s'ajoute à l'effet obtenu, et que dans l'autre, au contraire, elle le diminue et doit en être retranchée.

Examinons maintenant l'action qu'exerce un courant électrique formant un circuit fermé, ou un système de courants formant aussi des circuits fermés, sur un élément de courant électrique.

Prenons l'origine des coordonnées au milieu A (fig. 9) de l'élément proposé M'N', et nommons λ, μ, ν, les angles qu'il fait avec les trois axes. Soit MN un élément quelconque du courant formant un circuit fermé, ou d'un des courants formant également des circuits fermés dont se compose le système de courants que l'on considère, en nommant ds' et ds les éléments M'N', MN, r la distance AA' de leurs milieux et θ' l'angle du courant M'N' avec AA', la formule que nous avons trouvée précédemment pour exprimer l'action mutuelle des deux éléments deviendra, en y remplaçant $\frac{dr}{ds}$ par $-\cos\theta'$,

$$ii'\,ds'r^k\,\frac{d(r^n\cos\theta')\,ds}{ds}.$$

Les angles que AA' fait avec les trois axes ayant pour cosinus $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$, on a

$$\cos\theta' = \frac{x}{r}\cos\lambda + \frac{y}{r}\cos\mu + \frac{z}{r}\cos\nu;$$

en substituant cette valeur à $\cos\theta$, et en multipliant par $\frac{x}{r}$, nous trouverons pour l'expression de la composante suivant l'axe des x,

$$ii'\,ds'r^{k-1}x\,d(r^{k-1}x\cos\lambda + r^{k-1}y\cos\mu + r^{k-1}z\cos\nu),$$

le signe d se rapportant seulement, excepté dans le facteur ds', aux différentielles prises en ne faisant varier que s, cette expression peut s'écrire ainsi

$$\begin{aligned}
&= ii'\,ds'\left[\cos\lambda r^{k-1}x\,d(r^{k-1}x) + \frac{x\cos\mu}{y}r^{k-1}y\,d(r^{k-1}y) + \frac{x\cos\nu}{z}r^{k-1}z\,d(r^{k-1}z)\right]\\
&= \frac{1}{2}ii'\,ds'\left[\cos\lambda\,d(r^{2k-2}x^2) + \frac{x}{y}\cos\mu\,d(r^{2k-2}y^2) + \frac{x}{z}\cos\nu\,d(r^{2k-2}z^2)\right]\\
&= \frac{1}{2}ii'\,ds'\left[d\,\frac{x^2\cos\lambda + xy\cos\mu + xz\cos\nu}{r^{n+1}} - \frac{y^2\cos\mu}{r^{n+1}}\,d\,\frac{x}{y} - \frac{z^2\cos\nu}{r^{n+1}}\,d\,\frac{x}{y}\right]\\
&= \frac{1}{2}ii'\,ds'\left[d\,\frac{x\cos\theta'}{r^n} + \frac{x\,dy - y\,dx}{r^{n+1}}\cos\mu - \frac{z\,dx - x\,dz}{r^{n+1}}\cos\nu\right],
\end{aligned}$$

en remplaçant $2k-2$ par sa valeur $-n-1$.

Si l'on représente par r_1, x_1, θ'_1, et r_2, x_2, θ'_2, les valeurs de r, x, θ', aux deux extrémités de l'arc s et par X la résultante suivant l'axe des x de toutes les forces exercées par les éléments de cet arc sur ds', on aura

$$X = \frac{1}{2}ii'\,ds'\left[\frac{x_2\cos\theta'_2}{r_2^n} - \frac{x_1\cos\theta'_1}{r_1^n} + \cos\mu\int\frac{x\,dy - y\,dx}{r^{n+1}} - \cos\nu\int\frac{z\,dx - x\,dz}{r^{n+1}}\right].$$

Si cet arc forme un circuit fermé r_2, x_2, θ'_2, seront égaux à r_1, x_1, θ'_1, et la valeur de X se réduira à

$$X = \frac{1}{2}ii'\,ds'\left[\cos\mu\int\frac{x\,dy - y\,dx}{r^{n+1}} - \cos\nu\int\frac{z\,dx - x\,dz}{r^{n+1}}\right].$$

En désignant par Y et Z les forces suivant les axes des y et des z résultant de l'action des mêmes éléments sur ds', on trouvera par un calcul semblable

$$Y = \frac{1}{2}\,ii'ds'\left[\cos\nu\int\frac{y\,dz - z\,dy}{r^{n+1}} - \cos\lambda\int\frac{x\,dy - y\,dx}{r^{n+1}}\right],$$

$$Z = \frac{1}{2}\,ii'ds'\left[\cos\lambda\int\frac{z\,dx - x\,dz}{r^{n+1}} - \cos\mu\int\frac{y\,dz - z\,dy}{r^{n+1}}\right],$$

et en faisant

C. F. Gauss Werke, tome 5 p. 612

$$\int\frac{y\,dz - z\,dy}{r^{n+1}} = A, \quad \int\frac{z\,dx - x\,dz}{r^{n+1}} = B, \quad \int\frac{x\,dy - y\,dx}{r^{n+1}} = C,$$

il viendra

$$X = \frac{1}{2}\,ii'ds'(C\cos\mu - B\cos\nu),$$

$$Y = \frac{1}{2}\,ii'ds'(A\cos\nu - C\cos\lambda),$$

$$Z = \frac{1}{2}\,ii'ds'(B\cos\lambda - A\cos\mu).$$

En multipliant la première de ces équations par A, la seconde par B et le troisième par C, on trouve $AX + BY + CZ = 0$; et si l'on conçoit par l'origine une droite A'E qui fasse avec les axes des angles dont les cosinus soient respectivement

D/

$$\frac{A}{B} = \cos\xi_1, \quad \frac{B}{D} = \cos\eta_1, \quad \frac{C}{D} = \cos\zeta_1,$$

en supposant, pour abréger,

$$\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = D,$$

elle sera perpendiculaire sur la résultante R des trois forces X, Y, Z, qui fait avec les axes des angles dont les cosinus sont

$$\frac{X}{R}, \quad \frac{Y}{R}, \quad \frac{Z}{R},$$

puisqu'on a, en vertu de l'équation précédente,

$$\frac{A}{D}\cdot\frac{X}{R} + \frac{B}{D}\cdot\frac{Y}{R} + \frac{C}{D}\cdot\frac{Z}{R} = 0.$$

Il est à remarquer que la droite que nous venons de déterminer est tout à fait indépendante de la direction de l'élément M'N'; car elle se déduit immédiatement des intégrales A, B, C qui ne dépendent que du circuit fermé et de la position des plans coordonnés, et qui sont les sommes des projections sur les plans coordonnés des aires des triangles qui ont leur sommet au milieu de l'élément ds', et pour bases les différents éléments des circuits fermés s, toutes ces aires étant divisées par la puissance $n + 1$ du rayon vecteur r. La résultante étant perpendiculaire sur cette droite A'E que je nommerai directrice, elle se trouve, quelle que soit la direction de l'élément, dans le plan élevé au point A' perpendiculairement à A'E; je donnerai à ce plan le nom de plan directeur. Si l'on fait la somme des carrés de X, Y, Z, on trouvera pour valeur de la résultante de l'action du circuit unique ou de l'ensemble de circuits que l'on considère,

$$R = \frac{1}{2}\,Dii'ds'\sqrt{(\cos\zeta_1\cos\mu - \cos\eta_1\cos\nu)^2 + (\cos\xi_1\cos\nu - \cos\zeta_1\cos\lambda)^2 + (\cos\eta_1\cos\lambda - \cos\xi_1\cos\mu)^2},$$

ou, en appelant ε l'angle de l'élément ds' avec la directrice,

$$R = \frac{1}{2}\,Dii'ds'\sin\varepsilon.$$

Il est facile de déterminer la composante de cette action dans un plan donné passant par l'élément ds' et faisant un angle φ avec le plan mené par ds' et la directrice. En effet, la résultante R étant perpendiculaire à ce dernier plan, sa composante sur le plan donné sera

$$R\sin\varphi, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}\,Dii'ds'\sin\varepsilon\sin\varphi.$$

Or, $\sin\varepsilon\sin\varphi$ est égal au sinus de l'angle ψ que la directrice fait avec le plan donné. C'est ce que l'on déduit immédiatement de l'angle trièdre formé par ds', par la directrice et par sa projection sur le plan donné. La composante dans ce plan aura donc pour expression

$$\frac{1}{2}\,Dii'ds'\sin\psi.$$

Cette expression peut se mettre sous une autre forme en observant que ψ est le complément de l'angle que fait la directrice avec la normale au plan dans lequel on considère l'action. On a donc, en nommant ξ, η, ζ les angles que cette dernière droite forme avec les trois axes,

$$\sin\psi = \frac{A}{D}\cos\xi + \frac{B}{D}\cos\eta + \frac{C}{D}\cos\zeta,$$

et l'expression de l'action devient

$$\frac{1}{2}\,ii'\,ds'(A\cos\xi + B\cos\eta + C\cos\zeta),$$

ou

$$\frac{1}{2}\,Uii'\,ds',$$

en faisant

$$U = A\cos\xi + B\cos\eta + C\cos\zeta.$$

On voit que cette action est indépendante de la direction de l'élément dans le plan que l'on considère; nous la désignerons sous le nom d'action exercée dans ce plan, et nous conclurons de ce qu'elle reste la même lorsqu'on donne successivement à l'élément différentes directions dans un même plan, que si celle que la terre exerce sur un conducteur mobile dans un plan fixe est produite par des courants électriques formant des circuits fermés, et dont les distances au conducteur sont assez grandes pour être considérées comme constantes pendant qu'il se meut dans ce plan, elle aura toujours la même valeur dans les différentes positions que prendra successivement le conducteur, parce que les actions exercées sur chacun des éléments dont il est composé restant toujours les mêmes et toujours perpendiculaires à ces éléments, leur résultante ne pourra varier ni dans sa grandeur ni dans sa direction relativement au conducteur. Cette direction changera d'ailleurs dans le plan fixe en y suivant le mouvement de ce conducteur : c'est en effet ce qu'on observe à l'égard d'un conducteur qui est mobile dans un plan horizontal, et qu'on dirige successivement dans divers azimuts :

On peut vérifier ce résultat par l'expérience suivante : dans un disque de bois ABCD (fig. 10), on creuse une rigole circulaire KLMN dans laquelle on place deux vases en cuivre KL, MN de même forme, et qui occupent chacun presque la demi-circonférence de la rigole de manière cependant qu'il reste entre eux deux intervalles KN, LM, qu'on remplit d'un mastic isolant; à chacun de ces vases sont soudées les deux lames de cuivre PQ, RS, incrustées dans le disque et qui portent les coupes X, Y, destinées à mettre, au moyen du mercure qu'elles contiennent, les vases KL, MN, en communication avec les rhéophores d'une très forte pile; dans le disque est incrustée une autre lame TO portant la coupe Z, où l'on met aussi un peu de mercure; cette lame TO est soudée au centre O du disque à une tige verticale sur laquelle est soudée une quatrième coupe U, dont le fond est garni d'un morceau de verre ou d'agate pour rendre plus mobile le sautoir dont nous allons parler, mais dont les bords sont assez élevés pour être en communication avec le mercure qu'on met dans cette coupe; elle reçoit la pointe V (fig. 11) qui sert de pivot au sautoir FGHI, dont les branches EG, EI, sont égales entre elles et soudées en G et I aux lames *gxh*, *iyf* qui plongent dans l'eau acidulée des vases KL, MN, lorsque la pointe V repose sur le fond de la coupe U, et qui sont attachées par leurs autres extrémités *h*, *f* aux branches EH, EF, sans communiquer avec elles. Ces deux lames sont égales et semblables et pliées en arcs de cercle d'environ 90°. Lorsqu'on plonge les rhéophores, l'un dans la coupe Z, l'autre dans l'une des deux coupes X ou Y, le courant ne passe que par une des branches du sautoir, et l'on voit celui-ci tourner sur la pointe V par l'action de la terre, de l'est à l'ouest par le midi quand le courant va de la circonférence au centre, et dans le sens contraire quand il va du centre à la circonférence, conformément à l'explication que j'ai donnée de ce phénomène, et qu'on peut voir dans mon ***Recueil d'Observations électro-dynamiques***, page 284. Mais lorsqu'on les plonge dans les coupes X et Y, le courant parcourant en sens contraires les deux branches EG, EI, le sautoir reste immobile dans quelque situation qu'on l'ait placé, quand, par exemple, une des branches est parallèle et l'autre perpendiculaire au méridien magnétique, et cela lors même qu'en frappant légèrement sur le disque ABCD, on augmente, par les petites secousses qui en résultent, la mobilité de l'instrument. En pliant un peu les branches du sautoir autour du point E, on peut leur faire faire différents angles, et le résultat de l'expérience est toujours le même. Il s'ensuit évidemment que la force avec laquelle la terre agit sur une portion de conducteur, perpendiculairement à sa direction, pour la mouvoir dans un plan horizontal, et, par conséquent, ...

Théorie des Phénomènes Électro-dynamiques.

Pl. 1.