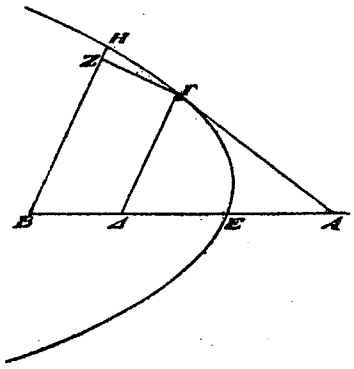
APOLLONIUS

[...]

PROPOSITION XXXIII.

Si l'on prend un point sur une parabole ; si, de ce point, l'on abaisse une droite d'une manière ordonnée sur le diamètre, et si l'on pose une droite égale à celle que cette dernière droite découpe sur le diamètre, dans la direction de celui-ci, et à partir du sommet, la droite de jonction, menée du point ainsi obtenu au point que l'on a pris, sera tangente à la section.

Soit une parabole dont un diamètre est la droite AB. Abaissons une droite ΓΔ de manière ordonnée ; posons une droite AE égale à la droite EΔ, et menons la droite de jonction AΓ. Je dis que la droite AΓ prolongée tombera à l'extérieur de la section.

En effet, qu'elle tombe à l'intérieur comme la droite ΓZ, et abaissons la droite HB de manière ordonnée. Dès lors, puisque le rapport du carré de BH au carré de ΓΔ est plus grand que celui du carré de ZB au carré de ΓΔ ; mais que le carré de BA est au carré de AΔ comme le carré de ZB est au carré de ΓΔ, et que BE est à ΔE comme le carré de HB est au carré de ΓΔ , il s'ensuit que le rapport de BE à EΔ est plus grand que celui du carré de BA au carré de AΔ. Or, le quadruple du rectangle délimité sous BE, EA est au quadruple du rectangle délimité sous AE, EΔ comme BE est à EΔ; donc, le rapport du quadruple du rectangle délimité sous BE, EA au quadruple du rectangle délimité sous AE, EΔ est plus grand que celui du carré de BA au carré de AΔ. Dès lors, par permutation, le rapport du quadruple du rectangle délimité sous BE, EA au carré de AB est plus grand que celui du quadruple du rectangle délimité sous AE, EΔ au carré de AΔ ; ce qui ne peut avoir lieu, car, EΔ étant égal à AE, le quadruple du rectangle délimité sous AE, EΔ équivaut au carré de AΔ, et le quadruple du rectangle délimité sous BE, EA est moindre que le carré de BA, puisque le point E n'est pas le milieu de la droite AB. Dès lors, la droite AΓ ne tombe pas à l'intérieur de la section ; donc elle lui est tangente.