

LA MESURE DU CERCLE

1.

Tout cercle est équivalent à un triangle rectangle dans lequel l'un des côtés de l'angle droit est égal au rayon du cercle et la base (c'est-à-dire l'autre côté de l'angle droit) égale au périmètre du cercle .

Que le cercle $AB\Gamma\Delta$ soit au triangle E comme l'indique l'hypothèse ; je dis qu'il lui est équivalent.

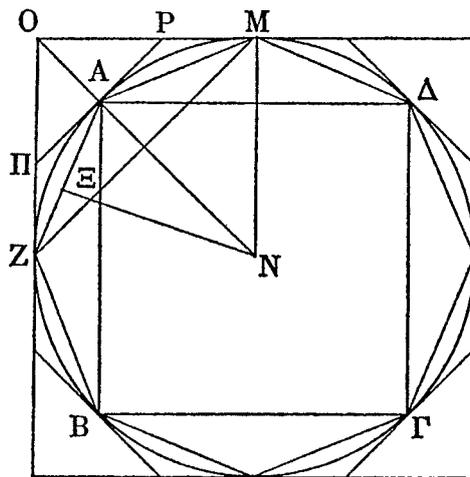


Fig. 61.

Que le cercle soit en effet, si possible, plus grand. Inscrivons-y le carré $A\Gamma$ et divisons en deux parties égales les arcs (sc. admettant comme cordes les côtés du carré) ; que les segments de cercle aient à la fin (sc. si on répète les opérations de division en deux parties égales) une somme inférieure à la différence entre l'aire du cercle et celle du triangle . La figure rectiligne sera donc encore plus grande que le triangle. Prenons le centre N et abaissons la perpendiculaire NE . NE sera donc inférieur au (sc. plus petit) côté du triangle.

Mais le périmètre de la figure rectiligne est à son tour plus petit que le côté restant, du moment qu'il est plus petit que le périmètre du cercle . La figure rectiligne est par conséquent plus petite que le triangle E, ce qui est absurde.

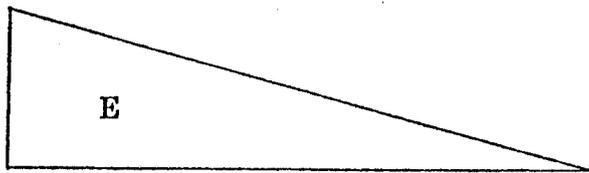


Fig. 62.

Que le cercle soit, d'autre part, plus petit, si possible, que le triangle E ; circoncrivons-lui un carré, divisons les arcs en deux parties égales et menons des tangentes par les points (sc. de division). L'angle OAP est donc droit ; OP est par conséquent supérieur à MP, du moment que PM est égal à PA, et le triangle POII est plus grand que la moitié de la figure OZAM . Qu'il reste donc des segments tels que IIZA, dont la somme soit inférieure à la différence entre l'aire du triangle E et celle du cercle ABΓΔ . La figure rectiligne circonscrite est, par conséquent, encore inférieure au triangle E, ce qui est absurde ; elle est, en effet, plus grande, du moment que NA est égal à la hauteur du triangle, et que le périmètre est plus grand que la base du triangle . Il s'ensuit que le cercle est équivalent au triangle E.

[...]