

MODE D'EMPLOI DE CE TRAITÉ

1. Le traité prend les mathématiques à leur début, et donne des démonstrations complètes. Sa lecture ne suppose donc, en principe, aucune connaissance mathématique particulière, mais seulement une certaine habitude du raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abstraction.

Néanmoins, le traité est destiné plus particulièrement à des lecteurs possédant au moins une bonne connaissance des matières enseignées, en France, dans les cours de mathématiques générales (à l'étranger, dans la première ou les deux premières années de l'Université), et, si possible, une certaine connaissance des parties essentielles d'un cours de calcul différentiel et intégral.

2. La première partie du traité est consacrée aux structures fondamentales de l'Analyse (sur le sens du mot « structure », cf. Livre I, chap. 2) ; dans chacun des Livres en lesquels se divise cette partie, on étudie une de ces structures, ou plusieurs structures étroitement apparentées (Livre I, Théorie des Ensembles ; Livre II, Algèbre ; Livre III, Topologie générale ; Livres suivants : Fonctions d'une variable réelle, Espaces vectoriels topologiques, Intégration, Différentielles et intégrales de différentielles, etc.).

Les principes généraux étudiés dans la première partie trouveront, dans les parties suivantes, leur application à des théories où interviennent simultanément diverses structures.

3. Le mode d'exposition suivi dans la première partie est axiomatique et abstrait ; il procède le plus souvent du général au particulier. Le choix de cette méthode était imposé par l'objet principal de cette première partie, qui est de donner des fondations solides à tout le reste du traité, et même à tout l'ensemble des mathématiques modernes. Il est indispensable pour cela d'acquérir d'emblée un assez grand nombre de notions et de principes très généraux. De plus, les nécessités de la démonstration exigent que les chapitres, les livres et les parties se suivent dans

un ordre logique rigoureusement fixé. L'utilité de certaines considérations n'apparaîtra donc au lecteur que s'il possède déjà des connaissances assez étendues, ou bien s'il a la patience de suspendre son jugement jusqu'à ce qu'il ait eu l'occasion de s'en convaincre.

4. Pour obvier en quelque mesure à cet inconvénient, on a inséré assez souvent, dans le cours du texte, des exemples qui se réfèrent à des faits que le lecteur peut déjà connaître par ailleurs, mais qui n'ont pas encore été exposés dans le traité ; ces exemples sont toujours placés entre deux astérisques *.....*. La plupart des lecteurs trouveront sans doute que ces exemples leur faciliteront l'intelligence du texte, et préféreront ne pas les omettre, même en première lecture ; une telle omission, néanmoins, n'aurait, bien entendu, du point de vue logique, aucun inconvénient.

5. Le lecteur voudra peut-être parfois se faire une idée sommaire de l'ensemble d'un Livre, avant d'en aborder l'étude détaillée. Cette tâche lui sera facilitée par des *fascicules de résultats*, annexés, en principe, à chaque Livre, et destinés également aux lecteurs pressés, qui désireraient arriver le plus vite possible à l'étude de problèmes spéciaux. Ces fascicules contiendront, autant que possible, l'essentiel de ce qui sera nécessaire à l'étude des parties suivantes.

6. L'armature logique de chaque chapitre est constituée par les *définitions*, les *axiomes* et les *théorèmes* de ce chapitre : c'est là ce qu'il est principalement nécessaire de retenir en vue de ce qui doit suivre. Les résultats moins importants, ou qui peuvent être facilement retrouvés à partir des théorèmes, figurent sous le nom de « propositions », « lemmes », « corollaires », « remarques », etc. ; ceux qui peuvent être omis en première lecture sont imprimés en petits caractères. Sous le nom de « scholie », on trouvera quelquefois un commentaire d'un théorème particulièrement important.

7. Certains passages sont destinés à prémunir le lecteur contre des erreurs graves, où il risquerait de tomber ; ces passages sont signalés en marge par le signe Σ (« tournant dangereux »).

8. Les *exercices* sont destinés, d'une part, à permettre au lecteur de vérifier qu'il a bien assimilé le texte ; d'autre part, à lui faire connaître des résultats qui n'avaient pas leur place dans le

texte, mais qui ont néanmoins leur intérêt. Ils peuvent être omis en première lecture ; mais on recommande à l'étudiant de les résoudre, en tout cas, en deuxième lecture. Les plus difficiles sont marqués du signe ¶.

9. La terminologie suivie dans ce traité a fait l'objet d'une attention particulière. *On s'est efforcé de ne jamais s'écarter de la terminologie reçue sans de très sérieuses raisons.* Non seulement chaque fascicule sera pourvu d'un *index* détaillé, mais chaque Livre sera suivi d'un *Dictionnaire*, où seront expliqués et discutés, en plus des termes employés dans ce traité, les termes correspondants employés jusqu'ici dans les langues principales. Ce dictionnaire permettra donc au lecteur du traité d'aborder l'étude de mémoires originaux dans ces diverses langues, et aussi au mathématicien accoutumé à une autre terminologie de se familiariser rapidement avec celle du traité.

10. On s'est efforcé, sans sacrifier la simplicité de l'exposé, de se servir toujours d'un langage rigoureusement correct. Autant qu'il a été possible, les *abus de langage*, sans lesquels tout texte mathématique risque de devenir pédantesque et même illisible, ont été signalés au passage ; s'il y a lieu, ils sont mentionnés à l'*index* ou au dictionnaire.

11. Le texte étant consacré, en principe, à l'exposé dogmatique d'une théorie, on n'y trouvera qu'exceptionnellement des références bibliographiques ; les références seront groupées dans un *exposé historique*, placé le plus souvent à la fin de chaque chapitre et où l'on trouvera, le cas échéant, des indications sur les problèmes non résolus de la théorie. On se bornera à donner les références aux livres et mémoires originaux dont l'étude peut être le plus profitable au lecteur. Les références qui servent seulement à fixer des points de priorité seront presque toujours omises ; à plus forte raison, le lecteur ne doit pas s'attendre à trouver ici de bibliographie complète des sujets traités.

Quant aux exercices, il n'a pas été jugé utile, en général, d'indiquer leur provenance, qui est très diverse (mémoires originaux, ouvrages didactiques, recueils d'exercices).

12. Les renvois à une partie du traité sont donnés comme suit :

a) Si l'on se réfère à des théorèmes, axiomes ou définitions énoncés dans le même paragraphe, on les désigne s'il y a lieu par leur numéro.

b) S'ils sont énoncés *dans un autre paragraphe du même chapitre*, on indique en outre ce paragraphe.

c) S'ils sont énoncés *dans un autre chapitre du même Livre*, on indique le chapitre et le paragraphe correspondants.

d) S'ils se trouvent *dans un autre Livre*, on commence par indiquer en outre ce Livre par son titre.

Les *fascicules de résultats* sont désignés par la lettre R : par exemple, *Ens. R* signifie « fascicule de résultats de la Théorie des Ensembles ».

13. Chaque fois qu'il peut être utile au lecteur d'avoir présents sous les yeux, durant toute la lecture d'un fascicule, certains axiomes, certaines définitions, etc., ceux-ci sont reproduits sur un *dépliant* placé à la fin du fascicule (et mentionné dans la table des matières).
