Le temps long d'une révolution mathématique

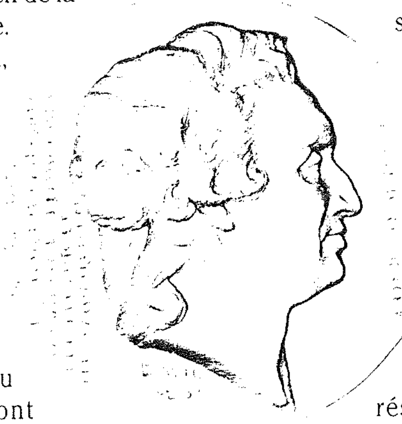
À maints égards, on peut qualifier de révolutionnaires aussi bien les leçons de mathématiques dispensées par Laplace, Lagrange et Monge à la nouvelle École normale dès 1795, que la variété des enseignements conçus par Monge un an auparavant pour l'École centrale des travaux publics, bientôt École polytechnique. Toujours actives aujourd'hui, les deux institutions ont en effet vu le jour dans des contextes politiques particulièrement agités.

Mais il ne s'agit pas que de cela. D'un point de vue strictement scientifique, leurs enseignements ont façonné, au tournant du XVIII^e siècle, des générations de savants et d'ingénieurs par lesquels la « science française » va atteindre son apogée. C'est-à-dire cette manière de penser et de faire la science – tenant à des réalisations et à un état d'esprit bien particulier – qui ne s'essoufflera qu'aux dernières décennies du XIX^e siècle.

1793. Dissolution de l'Académie royale des sciences. Avec la Terreur dans les mois qui suivront, disparaîtront deux des savants les plus actifs de leur temps, Condorcet et Lavoisier. Des jours meilleurs s'annoncent toutefois pour les mathématiciens et les scientifiques, auxquels la République, le Consulat puis l'Empire offriront des conditions institutionnelles particulièrement favorables. Dès 1795, date de la création de l'Institut et de sa première Classe (renouvelant ainsi l'ancienne Académie royale des sciences), ces hommes figurent parmi les principaux acteurs d'une France nouvelle, constructive et conquérante. Leur importance n'échappe pas à la Restauration : en 1816, elle réorganise l'École polytechnique et rétablit l'Académie royale des sciences.

C'est donc à cette époque fortement marquée que se situe une charnière de l'histoire des mathématiques. De nouveaux ouvrages, cours et traités constituent les points de départ des générations suivantes. De nouveaux comportements dans l'activité des scientifiques témoignent d'une modernisation de leurs rôles politiques, sociaux et éducatifs. La rupture des générations semble consommée.

Ainsi, le portrait de Condorcet, gravé par David, cristallise l'image qu'un Monge pouvait conserver de son ancien mentor : un beau profil épuré, comme hors du temps, composé de lignes géométriques à la manière de courbes de niveau. On en oublierait le tableau conservé aujourd'hui à Versailles (voir l'article p. 26), sur lequel le même Condorcet apparaît en habit de réformateur raisonnable, à la manière d'un citoyen de la Nouvelle Angleterre.



De la même façon, les mathématiques enseignées dans les écoles révolutionnaires, vues non pas depuis le début du XIX^e siècle mais depuis l'expérience du XVIII^e siècle, sont comme une surface lissée par le travail du temps. Les innovations institutionnelles furent en effet précédées par un long siècle de renouvellements du savoir-faire mathématique et de ses applications.

Un art de raisonner

Première condition pour appréhender le travail d'un mathématicien du siècle des Lumières : abandonner l'idée de mathématiques « appliquées » (c'est-à-dire lorsque le terme est employé au participe passé). L'expression date de la période révolutionnaire, alors même que celle de « mathématiques pures » est fort ancienne dans le vocabulaire des géomètres. Précisons que ces mathématiciens spécialistes de la géométrie forment, à l'Académie des sciences, l'une des trois classes de sciences mathématiques à côté des astronomes et des mécaniciens.

En effet, dans le *Discours préliminaire* de *L'Encyclopédie* de D'Alembert, les mathématiques sont réparties selon trois catégories : celles « pures » (géométrie et arithmétique étant entendues en un sens assez général pour embrasser le calcul différentiel et intégral) ; celles « mixtes » (mécanique, astronomie, optique, calcul sur les fluides et sur les probabilités) ; et enfin les « physico-mathématiques ». Pour un mathématicien d'aujourd'hui, les deux dernières rubriques semblent assez obscures. Leur signification apparaît dès lors que l'on reconnaît, dans cette subdivision des mathématiques, une hiérarchie allant du plus au moins abstrait, et du plus général au plus particulier.

Où se classe alors la résolution des équations différentielles et le calcul des séries ? Incontestablement, dans les mathématiques pures. Par ailleurs, D'Alembert assimile la cause générale des vents aux phénomènes d'ordre mixte, les mouvements effectifs des fluides aux physico-mathématiques et les relevés météorologiques à une physique particulière.

Quel est l'objet même de l'attention du géomètre d'alors ? Difficile à cerner pour le mathématicien d'aujourd'hui, qui dispose de bien d'autres développements [1]. Resitué dans le contexte du XVIII^e siècle, l'emploi des mathématiques présuppose le recours à des quantités concrètement définies.

1 – Pour prolonger le même exemple, l'équation de l'écoulement d'un fluide au voisinage d'un solide, et depuis peu, l'obtention d'une solution par le calcul numérique.

LE TEMPS LONG D'UNE RÉVOLUTION MATHÉMATIQUE

- PURES
  - ARITHMÉTIQUE
    - NUMÉRIQUE
    - ALGÈBRE
      - ÉLÉMENTAIRE
      - INFINITÉSIMALE
        - DIFFÉRENTIELLE
        - INTÉGRALE
  - GÉOMÉTRIE
    - ÉLÉMENTAIRE
    - TRANSCENDANTE
- MIXTES
  - MÉCHANIQUE
    - STATIQUE
      - STATIQUE proprement dite
      - HYDROSTATIQUE
    - DYNAMIQUE
      - DYNAMIQUE proprement dite
      - BALISTIQUE
      - HYDRODYNAMIQUE
        - HYDRAULIQUE
        - NAVIGATION
  - ASTRONOMIE GÉOMÉTRIQUE
    - COSMOGRAPHIE
      - URANOGRAPHIE
      - GÉOGRAPHIE
      - HYDROGRAPHIE
    - CHRONOLOGIE
    - GNOMONIQUE
  - OPTIQUE
    - OPTIQUE proprement dite
    - DIOPTRIQUE, PERSPECTIVE
    - CATOPTRIQUE
  - ACOUSTIQUE
  - PNEUMATIQUE
  - ART DE CONJECTURER — ANALYSE DES HASARDS
- PHYSICOMATHÉMATIQUES

En publiant dans le tome I de l'Encyclopédie, en 1751, ce *Système figuré des Connoissances humaines,* D'Alembert classe les mathématiques en trois catégories. Toutes sont soumises à une même hiérarchie, allant du plus au moins abstrait, du plus général au plus particulier.

Leur comparaison permet d'établir des mesures, soit des paramètres de la physique du phénomène. À l'observation, ainsi traduite en termes abstraits, s'ajoutent les conjectures, le recours à des travaux déjà connus, l'emploi du calcul différentiel et intégral développé depuis la fin du dix-septième siècle... Tout ce qui forme le savoir-faire des géomètres.

Plutôt que d'appliquer des techniques mathématiques à des problèmes nouveaux, les scientifiques du XVIII^e siècle développent simultanément l'attirail analytique et ses domaines d'application. Telle équation différentielle, telle intégrale, telle série utilisées pour résoudre un problème de mathématique mixte apportent en même temps de nouvelles ressources mathématiques et conquêtes physicomathématiques. Et la panoplie mathématique s'enrichit d'autant plus que ses applications deviennent techniques : calculs imposés par les problèmes de mécanique céleste, la théorie de l'écoulement des fluides ou celle des cordes vibrantes, ou encore les développements de la dynamique.

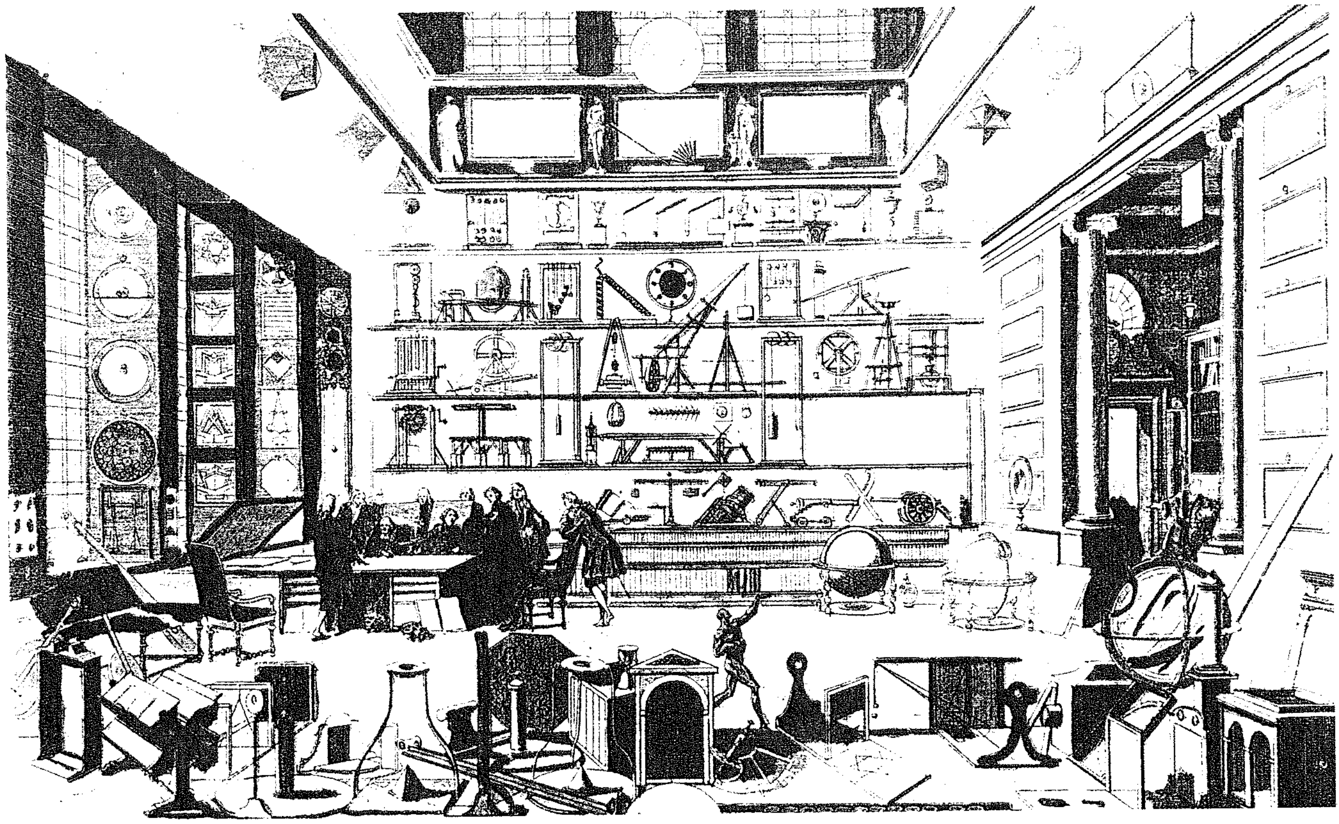
Voici ce que dit Condorcet de la méthode de travail d'Euler : il conçoit de véritables tableaux des procédés mathématiques et des problèmes physiques à résoudre. Jouant sur la formalisation et les applications, il procède de deux façons. Soit il tire de l'analyse d'un objet de mathématique mixte une méthode jusqu'alors inconnue; soit il déplace telle méthode d'une application à une autre, ouvrant ainsi un nouvel horizon de calcul.

On trouve les commentaires de ce genre de tableaux dans le *Discours préliminaire* de *L'Encyclopédie*, ainsi que dans ses multiples éclaircissements philosophiques. Condorcet, quant à lui, trace des schémas heuristiques représentant des décompositions systématiques des mathématiques et de leurs applications.

Le « succès » du calcul différentiel, et de l'intrication effective de son développement avec celui de ses applications, repose sur l'une de ses puissantes caractéristiques techniques. Face à un problème mixte, il s'agit de trouver la « bonne » construction des éléments différentiels à partir desquels on peut ensuite élaborer un calcul intégral. Tout le XVIII^e siècle mathématique va explorer le potentiel formidable de ce jeu heuristique entre les modélisations élémentaires au niveau différentiel et leur intégration (celle-ci restituant les phénomènes physiques étudiés).

À chaque géomètre, ou presque, correspondent des avancées mathématiques et des applications spécifiques. Mais au-delà de ces expertises personnelles s'affirme une démarche commune : le savoir-faire analytique, ou l'art de décomposer le problème étudié. Quiconque maîtrise celui-ci peut résoudre des questions hautement techniques. En véritable artisan-mathématicien, chaque géomètre possède toutefois sa propre « patte ». Aussi apparaissent de profondes divergences au sein de cette communauté.

Elles se révèlent à travers les préférences de chacun pour une certaine classe de procédés ou un genre d'applications. Comme la plupart d'entre eux vise à remporter les suffrages des sociétés savantes les plus réputées (Académie des sciences de Paris, de Berlin, de Pétersbourg, Société royale de Londres), il s'est formé pendant tout le siècle un vaste espace de



Panoplie d'instruments symbolisant les applications des mathématiques, savants spéculant autour d'une table à la manière académique... Telle est la vision allégorique, en 1712, d'un cabinet de travail d'un géomètre du siècle précédent.

conflits de personnes, où se trouvent en concurrence de multiples expertises et objets de prédilection. Il en résulte l'affirmation de plusieurs styles scientifiques, chacun associé à un nom précis : Clairaut, Euler, D'Alembert, Condorcet, Laplace, Lagrange ou Monge.

L'importance que prend le groupe des géomètres mené par D'Alembert appelle une réflexion sur le contexte de leurs travaux. Se situant à Paris, ce dernier bénéficie de conditions fort favorables : une transformation des publications scientifiques ; un contexte institutionnel propice grâce à l'Académie des sciences ; une rencontre, pendant les dernières décennies du siècle, avec les réformes puis les bouleversements politiques de la fin de l'Ancien Régime. C'est la conjugaison de tous ces facteurs qui va amener les plus brillants analystes de la Compagnie savante – emblème de l'Absolutisme – aux écoles révolutionnaires.

LES MATHÉMATIQUES ET LEURS LIVRES

Ouvrage majeur du dix-huitième siècle, *L'Encyclopédie* s'appuie sur le réseau des académiciens proches de D'Alembert pour élaborer les articles de mathématiques. On sait que celui-ci a assumé en partie la coordination de la première édition, tout au moins ses premiers volumes. De son côté, Condorcet a veillé à la cohérence des textes de mathématiques du *Supplément*. Quant à Bossut, lui aussi D'Alembertien, il dirigea les volumes de *L'Encyclopédie méthodique – Mathématiques*.

De 1751 à la veille de la Révolution, le public lettré peut ainsi bénéficier des connaissances mathématiques les plus récentes ainsi que de la récapitulation de ses antécédents. Elles sont abordées avec un souci analytique que revendiquent ostensiblement les discours préliminaires de ces trois éditions.

Outre l'occasion d'un long et difficile travail de mise en ordre, *L'Encyclopédie* a également le mérite de favoriser des rencontres intellectuelles jusqu'alors inimaginables, même par ses propres auteurs. Les deux animateurs de l'entreprise encyclopédique eux-mêmes, Diderot et D'Alembert, n'échappent pas à une telle logique quand leurs réflexions sur le calcul des probabilités se conjuguent à l'occasion de l'article *Absent* (1751) sur les droits des personnes disparues. Leurs divergences portent sur la possibilité d'appliquer les mathématiques et le calcul des probabilités aux questions de justice. L'un et l'autre défendent leurs positions au fil des quatre premiers volumes.

D'articles en articles, D'Alembert

esquisse un petit traité d'analyse des hasards. En 1754, il publie l'article *Croix ou pile* (sur le jeu de pile ou face). Mettant en doute les règles du calcul des probabilités issues des échanges entre Pascal et Fermat, ce texte agit comme un véritable détonateur : les controverses entre D'Alembert et le mathématicien bâlois Daniel Bernoulli, couvant depuis des années, éclatent en plein jour. Le géomètre parisien y défend une position si radicale – une critique de l'abstraction mathématique en matière de phénomènes humains – qu'il devra s'en expliquer jusqu'à la fin de sa vie. Multipliant opuscules et éclaircissements, il développera sa métaphysique du calcul qui est l'une des plus remarquables épistémologies des mathématiques du XVIIIe siècle.

Pourtant, en dehors du cercle des disciples parisiens, les doutes de l'encyclopédiste ne suscitent guère de soutiens. Au mieux un scepticisme, au pire de l'ironie (notamment chez les académiciens parisiens, peu versés dans la pratique analytique, ou encore chez les mathématiciens de Berlin, Londres ou Pétersbourg). Il faut attendre les œuvres de Condorcet et de Laplace pour que la position D'Alembertienne soit reconsidérée. Elle leur fournira le point de départ du renouvellement de l'analyse ainsi que de l'invention de la théorie analytique des probabilités.

Si *L'Encyclopédie* participe grandement au renouvellement du savoir mathématique à la fin du XVIIIe siècle, elle n'est pas le seul ouvrage impliqué. Il faut également considérer la refonte complète des *Cours*. Et plus particulièrement ceux à l'usage des collèges militaires, rédigés par Bossut et Bézout, deux académiciens et géomètres à la manière de D'Alembert.

Car la seconde moitié du siècle correspond à un temps de développement technique et de mise en ordre. Ce mouvement ne touche pas seulement la diffusion des mathématiques auprès d'un public lettré ou scolaire. Il marque également l'historiographie, comme en témoigne la monumentale *Histoire des mathématiques* (1758 pour la première édition) de Montucla, proche des académiciens et inspiré par l'encyclopédisme.

Un rapide tour d'horizon séculaire de la littérature mathématique montre l'évolution des générations d'auteurs : d'abord les promoteurs du nouveau calcul (Leibniz, Newton) et les premiers spécialistes français (Varignon, l'Hospital), puis les géomètres féconds du milieu du siècle (Clairaut, Fontaine, D'Alembert), enfin les savants produisant de véritables ouvrages de références : manuels d'enseignement ou bien théories accomplies (Bossut, Bézout, Condorcet, Laplace, Lagrange et Monge).

Un siècle de livres va ainsi permettre de propager, à partir des réseaux savants, les développements du calcul différentiel et intégral. Il aboutit à l'émergence d'une culture scientifique et technique propre à la nouvelle élite.

DES SCIENCES FORT UTILES

Alors que l'essor du livre scientifique contribue aux succès de l'esprit de géométrie, le gouvernement monarchique s'interroge sur l'utilité des sciences. Le fait que l'Académie des sciences soit l'un des moteurs du nouveau savoir-faire analytique est ici primordial. L'expression même de son travail scientifique, les relations de cette société savante avec sa tutelle ministérielle, ou encore les tentatives de réformes qu'elle a subies ... tous ces éléments le montrent : la question de l'utilité des sciences est alors au cœur de l'activité académicienne.

Durant la première moitié du XVIIIe siècle, le rôle des mathématiques s'illustre au travers des cartographies terrestre et maritime (directement marquées par l'essor de l'astronomie et de la géométrie), des machines mécaniques et hydrauliques (la mécanique et la théorie des fluides furent cette fois déterminantes). Mais la science « utile » va bientôt changer de camp.

À la fin du siècle, c'est la nouvelle chimie, plus précisément la nouvelle physique expérimentale incarnée par Lavoisier et ses pairs, qui remporte les suffrages. Tout un chacun peut admirer ses réalisations dans les rues de la capitale : assainissement des fosses d'aisances, éclairage urbain, projets de rénovation de l'Hôtel-Dieu.

Les mathématiciens se trouvent-ils désormais hors jeu ? Sûrement pas, affirme Condorcet dans les préfaces des ouvrages officiels de l'Académie des sciences. Misant sur la nouvelle analyse, le Secrétaire perpétuel de la célèbre institution lui prédit un renouveau mathématique et surtout, une grande utilité auprès du public. On verra que sa revendication était fondée. Auparavant, il importe de noter que la monarchie, à cette époque, commence à considérer les sciences et les savants comme un recours important.

La fin du règne de Louis XV se déroule sur fond d'intenses conflits entre l'Absolutisme et les Parlements. Déstabilisé, le gouvernement voit alors un appui non négligeable dans les savants, leur Académie et les écoles auxquelles ils transmettent leurs savoirs. À partir de 1765, il les soutient de façon systématique. Son objectif : affermir les expertises scientifiques pour contrer l'emprise des juristes et de leurs assemblées sur le régime.

À la suite de l'École royale du génie de Mézières, les collèges militaires sont réorganisés. De leur côté, les Trudaine père et fils, tous deux académiciens honoraires, donnent l'impulsion à la réforme de l'administration des Ponts et Chaussées et à l'organisation de leur école. Enfin, le gouvernement crée à l'Académie des sciences des places « d'associés libres » pour accueillir des savants instruits des nécessités administratives et gouvernementales.

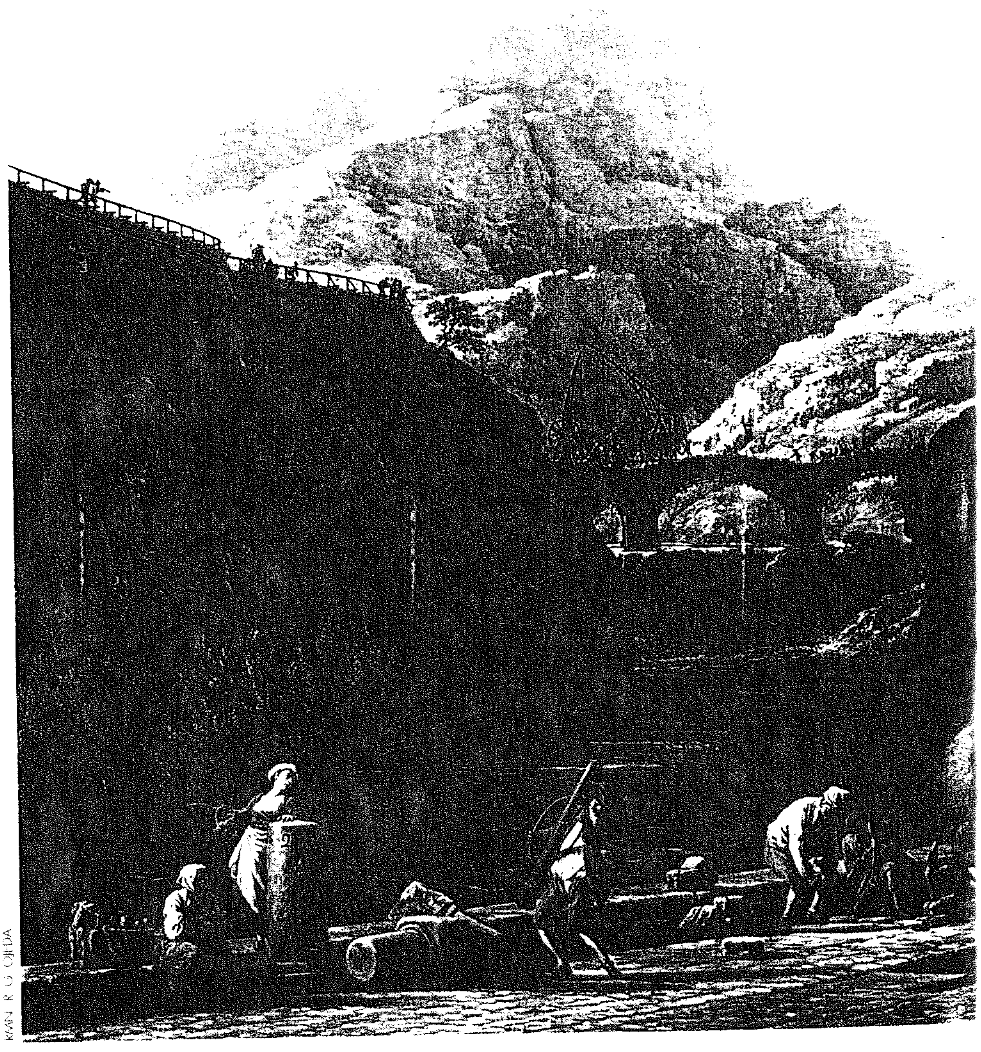
Scientifiques et administration tissent ainsi des liens de plus en plus serrés durant les dernières décennies de l'Ancien Régime. Dans un contexte de réformes gouvernementales, les premiers procurent à la seconde de nouveaux instruments en échange de moyens institutionnels. Ces relations prennent toute leur dimension sous le Ministère Turgot (1774-1776), avec Lavoisier et Condorcet comme principaux intervenants scientifiques. Se poursuivant jusqu'à la Révolution, leur action se concrétisera notamment avec la réforme de l'Académie des sciences en 1785.

UNE CRISE DES APPLICATIONS

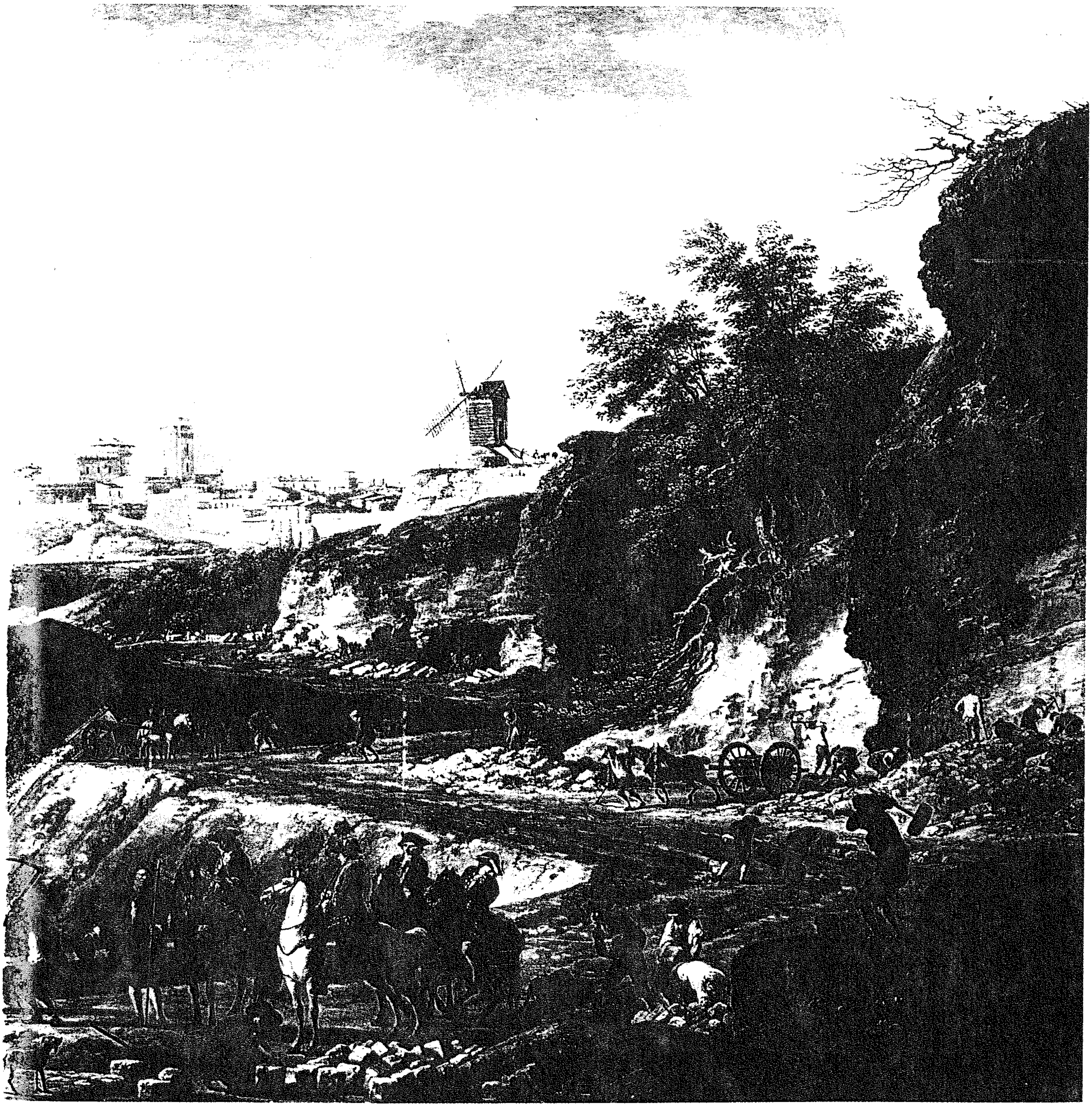
Vers le milieu des années 1770, alors que la nouvelle physique expérimentale suscite l'enthousiasme, la recherche mathématique, elle, renvoie l'image d'une science usée. Après avoir atteint des sommets, la technicité du calcul différentiel et intégral s'essouffle. Les démonstrations deviennent de plus en plus lourdes et encombrantes. Si encombrantes, même, qu'elles nécessitent, en 1774, une négociation de l'Académie avec son imprimeur quant à la longueur des textes et à la taille des caractères d'impression accordées aux mémoires de Lagrange.

À ce stade de la recherche mathématique, les calculs atteignent ce qu'on pourrait appeler des rendements décroissants. Formules inextricables, résolution effective des équations au prix de procédés laborieux... les belles œuvres de Clairaut, Euler et D'Alembert sont déjà loin, et Bossut, Bézout et Condorcet sont perçus comme leurs héritiers directs. Quant aux grands ouvrages de Lagrange, Laplace et Monge, ils sont, eux, en gestation.

À cette époque, tout problème devient très difficile à résoudre numériquement, notamment ceux de mécanique céleste ou d'hydrodynamique. Même la construction de systèmes d'intégrales ne conduit pas toujours à des solutions numériques. L'actualité scientifique doit établir l'équation de perturbations fines dans les problèmes de mécanique céleste, rendre compte des aberrations de mesure astrono-



Parmi les corvées imposées par le gouvernement, celle des déblais et remblais des routes s'avère particulièrement pénible. C'est pour tenter de l'adoucir que Monge envisage, en 1784, d'optimiser la surface ainsi dégagée à la lumière de sa géométrie.



mique, ou encore comparer les tables astronomiques obtenues par l'observation et par le calcul. Les plus habiles, tels Laplace ou Lagrange, ne s'en sortent qu'au prix de développements analytiques fulgurants. Autre solution, adoptée par Monge : se débarrasser de ces questions en développant sa propre géométrie, très abstraite.

À l'essor fantastique du calcul différentiel succède ainsi une crise – temporaire – des applications mathématiques. Vue du XX^{e} siècle, son ampleur n'est pas facile à mesurer. Tout au plus dispose-t-on du témoignage de Delambre, en 1808. Dressant le bilan officiel de la science devant l'Empereur, il indique que les leçons dispensées à l'École normale « *avaient donné à nos géomètres l'occasion d'éclaircir les théories les plus obscures* ». Quelques années plus tard, Cauchy soumettra la panoplie analytique aux critères de ce qu'il qualifie de « rigueur antique ».

Vers 1780, un seul mathématicien prédit de beaux jours à la géométrie. C'est Condorcet, coutumier de démonstrations d'une extrême complexité. D'où vient cet enthousiasme ? En partie, certes, de sa position de Secrétaire de l'Académie, qui lui confère le regard bienveillant d'un porte-parole institutionnel sur la science de son temps. Peut-être aussi du vent en poupe dont il bénéficie durant cette décennie. Mais il ne s'agit pas que de cela.

Laissons-lui la parole, extraite de son commentaire du mémoire de Monge, *Sur les déblais et les remblais* : « (Ces mémoires) *prouvent que, malgré tant de travaux souvent couronnés par le succès, nous sommes loin d'avoir épuisé toutes les applications de l'Analyse et de la Géométrie, et qu'au lieu de croire approcher du terme où ces Sciences doivent s'arrêter, parce qu'elles auraient atteint la limite des forces de l'esprit humain, nous devons avouer bien plutôt que nous ne sommes encore qu'aux premiers pas de cette carrière immense. Ces applications nouvelles, indépendamment de l'utilité qu'elles peuvent avoir en elles-mêmes, sont encore nécessaires au progrès de l'Analyse en général, elles font naître des questions qu'on ne se serait pas proposées, elles exigent qu'on crée des méthodes nouvelles. Les procédés des Arts sont les enfants du besoin, on en peut dire autant des méthodes les plus abstraites des Sciences ; mais nous les devons à des besoins d'une espèce plus noble, à celui de découvrir des vérités nouvelles, ou de mieux connaître les lois de la Nature* ».

Sur le fond, il n'a pas tort. Gageons seulement qu'il n'imagine pas les voies par lesquelles cette prophétie va bientôt se réaliser.

L'ANALYSE NOUVELLE

L'Analyse dont rêve Condorcet n'est cependant pas exactement celle qui sera professée dans les écoles révolutionnaires. Entre 1774 et 1785, il fait paraître et commente vingt-six mémoires dans les publications officielles de l'Académie des sciences, sous la rubrique « *Analyse* » spécialement créée par ses soins. Élaboré par Laplace, Monge, Bossut, Cousin, Le Gendre et Condorcet lui-même, l'ensemble forme, aux yeux de ce dernier, un tout cohérent.

Du point de vue des « mathématiques pures », on trouve dans ce corpus les textes les plus importants du jeune Laplace sur les suites récurro-récurrentes, les approximations et les équations aux différences finies ou partielles. Pour sa part, Monge contribue à l'édifice par ses recherches sur les fonctions arbitraires utiles à la résolution de ces équations. Il y publie également son premier mémoire, consacré aux rayons de courbure et aux inflexions des courbes à double courbure.

Cousin traite des équations différentielles. Bossut des suites. Condorcet, lui, publie une partie de sa correspondance avec Euler portant sur des théorèmes analytiques. On dispose donc ici de tout le bagage analytique, de la matière la plus neuve dont seront faits les futurs cours des Écoles normale et polytechnique.

À quelles questions de « mathématiques mixtes » cette série de mémoires peut-elle servir ? En premier lieu, il s'agit des applications pour lesquelles ces développements analytiques ont été conçus. En mécanique céleste, Laplace étudie les inégalités séculaires des planètes et l'inclinaison moyenne des orbites des planètes. Comme Le Gendre, il propose des éléments de reconstruction analytique de la loi d'attraction universelle. Mais ce n'est pas tout. Plusieurs de ces mémoires livrent les bases d'une nouvelle conception du calcul des probabilités. Celle-ci est analytique, fondée sur une définition des probabilités plus large qu'auparavant. Il ne s'agit plus simplement de rapporter le nombre des cas favorables à celui des cas possibles, mais d'intégrer une fonction différentielle mesurant la variation des événements.

Voici les mémoires fondamentaux de Laplace *Sur la probabilité des causes par les événements* (1774) ou son *Mémoire sur les probabilités* (1781). Mûris au cours de sa dixième leçon du cours de l'École normale de l'an III, les deux travaux préfigurent sa future *Théorie analytique*, publiée en 1812. Ils sont concurrencés et complétés par ceux de Condorcet (*Mémoire sur le calcul des probabilités*, publié en six parties entre 1784 et 1787), ainsi que par le texte de Monge *Sur un tour de cartes*, (1776), réflexion sur la théorie des combinaisons.

Le registre « physico-mathématique » est traité par les géomètres académiciens durant les années 1784 et 1785. Les années suivantes, après que la rubrique « *Analyse* » ait disparu, comme toutes les autres rubriques des volumes académiques d'ailleurs, plusieurs études reprennent explicitement des résultats établis dans les mémoires d'« analyse ».

Celles de Laplace, par exemple, passent des suites récurro-récurrentes au calcul des probabilités, puis à l'« approximation des formules qui sont fonctions de très grands nombres » (1785). Là, il applique cet attirail au recensement de la population du royaume. Cela lui permet d'estimer l'erreur susceptible d'affecter le calcul du multiplicateur des naissances. Or, ce procédé s'avère indispensable pour déduire le chiffre de la population à partir du nombre des naissances consigné dans les registres paroissiaux. Suivent six autres mémoires regroupés dans l'*Essai pour connaître la population du royaume, et le nombre des habitants de la campagne etc.* (1786-1791). Il

LE TEMPS LONG D'UNE RÉVOLUTION MATHÉMATIQUE

DES SCIENCES. 703

ESSAI

Pour connoître la Population du Royaume, & le nombre des habitans de la Campagne, en adaptant ſur chacune des Cartes de M. Caſſini, l'année commune des Naiſſances, tant des Villes que des Bourgs & des Villages dont il eſt fait mention ſur chaque Carte ; préſenté à l'Académie

Par M.rs DU SÉJOUR, le Marquis DE CONDORCET & DE LA PLACE.

IL y a long-temps que les Savans ont paru deſirer que le Gouvernement voulût bien s'occuper de cet objet intéreſſant, & l'Académie en particulier a formé des vœux pour l'exécution de ce Projet.

On connoît les réſultats relatifs à cet objet, donnés dans un Ouvrage qui a paru en dernier lieu : cette population a été portée à environ 25 millions d'habitans ; en la diviſant par le nombre de lieues carrées contenues dans la France, on a environ 720 habitans par lieue carrée ; mais dans cette évaluation, l'on a fait entrer en ligne de compte les Habitans des Villes & des Campagnes ; & l'on n'a point fait la comparaiſon du nombre des habitans d'une Province, au nombre des habitans d'une autre Province : ce réſultat fondé ſur des principes trop peu exacts, a donc paru ſuſceptible d'être ſoumis à de nouvelles recherches ; & un Magiſtrat recommandable par ſon amour pour le bien public, a reçu ordre de la part du Roi, de continuer, pour le Gouvernement, des recherches que ſon zèle lui avoit fait entreprendre il y a près de trente ans,

DES SCIENCES. 711

Population de la Carte de la France, n.° 93. BARFLEUR.

« CETTE Carte contient la petite ville de Barfleur, & 57 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Barfleur, eſt de . . . . 48.

Dans les 57 bourgs ou villages de . . . . [illegible]

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS & VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes.	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
26.	1.	57.	1248.	24,316.	25,184.	936.
Cette Carte ne contient que 26 lieues cultivées, le reſte eſt couvert par la mer.						

Population de la Carte de la France, n.° 95. AVRANCHES.

« CETTE Carte contient les villes d'Avranches, Domfront, Mortain, Vire, & 394 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances de la ville d'Avranches, eſt de . . . . [illegible]

Dans celle de Domfront . . . . . . de . . . . 38.

Dans celle de Mortain . . . . . . de . . . . 37.

Dans celle de Vire . . . . . . de . . . . 247.

Dans les 394 bourgs ou villages de . . . . [illegible]

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes.	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
252.	4.	394.	13,286.	233,376.	246,662.	933.

s'agit de la première publication française officielle – consacrée par des scientifiques – se rapportant au recensement annuel de la population.

Jusqu'alors limitée (à l'état de manuscrit) à l'entourage du Contrôleur général des finances et du roi, la diffusion de ce chiffre bénéficie désormais des autorités administrative et scientifique. Notons que la triple signature de Dionis du Séjour, Laplace et Condorcet laisse dans l'ombre le principal instigateur de ces recherches, La Michodière. Spécialiste des problèmes de démographie, cet administrateur réformateur a pourtant établi les calculs durant plusieurs années.

De par les innovations qu'elle apporte au calcul des probabilités, l'arithmétique politique – comme on disait alors – constitue l'un des terrains d'application les plus spectaculaires de la nouvelle analyse. Mais d'autres problèmes relèvent également

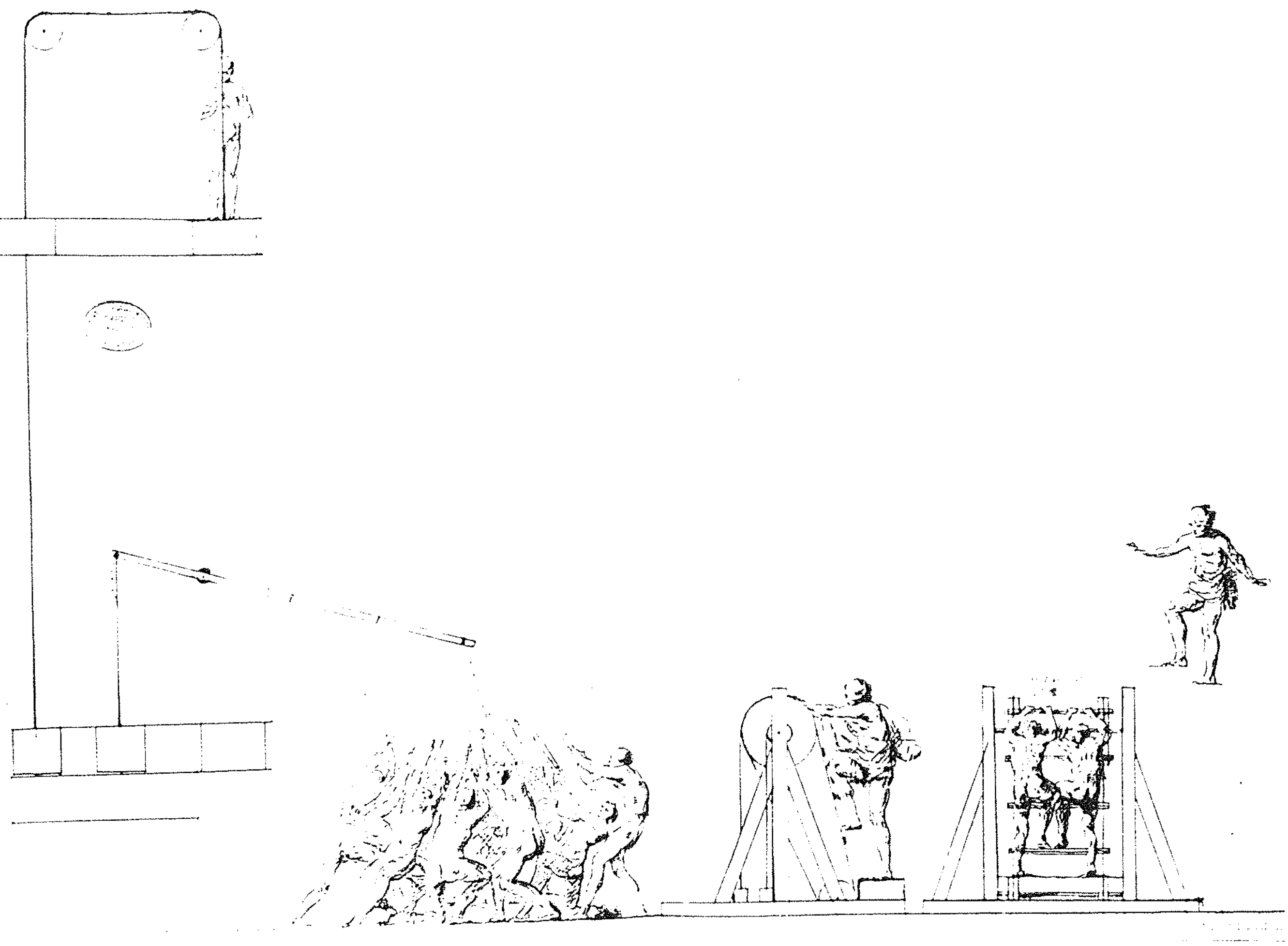
Paru dans les colonnes des mémoires de l'Académie des sciences, cet essai est une première. Il s'agit de la publication officielle d'un procédé scientifique de recensement, à partir de tableaux calculés pour chaque zone géodésique du Royaume.

des réformes administratives faisant l'actualité politique des années 1780.

Condorcet en commente les mémoires sous la même rubrique « *Analyse* ». Parmi eux figure celui de Borda *Sur les élections au scrutin* (1784). Dans le même temps, il soumet à l'approbation de ses collègues académiciens la publication de son célèbre *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix* (1785). La question du scrutin se trouve en effet au cœur du grand projet de réforme que la monarchie tente alors de mettre en place : l'organisation des municipalités. Le plan de Turgot prévoit de leur déléguer la collecte et la gestion de l'impôt territorial. Ses successeurs le reprendront partiellement en instaurant des assemblées provinciales.

C'est sur un autre versant réformateur que se place le mémoire de Monge *Sur les déblais et les remblais* (1784). Avec force habileté, il applique sa nouvelle géométrie à l'optimisation de la surface que forment les lignes tendues entre le point de départ (le déblai) et le point d'arrivée (le remblai) de « chaque molécule » de terre déblayée. Le plus court chemin de chaque molécule étant la droite, il s'agit d'établir une surface optimale pour « *déterminer de quelle manière doit se faire cette opération pour que la force employée soit un minimum* ».

À qui peut s'adresser un mémoire aussi abstrait ? À un lecteur tout à la fois féru de géométrie et averti de l'impossibilité gouvernementale de supprimer les corvées. Aussi, le texte



Tout travail élémentaire peut être désormais décomposé par le raisonnement, voire assimilé à un procédé mathématique. Ainsi, la force exercée par un groupe d'hommes (comme ici, en bas à gauche) s'apparente à l'intégrale des tractions élémentaires.

de Monge lui permet d'imaginer l'adoucissement des peines infligées aux victimes de l'impôt en nature.

Toujours dans le chapitre « *Analyse* », le Secrétaire de l'Académie introduit en 1785 un *Rapport sur un projet pour la réformation du cadastre de la Haute Guyenne* (2). La question des échelles d'imposition territoriale y est traitée avec le plus grand soin mathématique. Même année et mêmes colonnes : il s'agit cette fois d'une application, par Condorcert lui-même, du nouveau calcul des probabilités à « l'évaluation des droits éventuels ». C'est-à-dire les droits féodaux que l'État, après actualisation financière, pourrait être amené à racheter.

Ainsi, sous l'impulsion de Condorcet, les deux dernières décennies de l'Ancien Régime sont propices aux géomètres de l'Académie et, *a priori*, à la diffusion de leurs recherches analytiques. Jusque dans ses ouvrages, notamment la *Vie de Monsieur Turgot* (1786) et l'*Essai sur les assemblées provinciales* (1788), il indique les bienfaits que tout un chacun peut attendre de cette nouvelle science.

En vain, semble-t-il, puisque le public éclairé néglige cet horizon réformateur au profit de celui, plus concret, de la nouvelle chimie incarnée par Lavoisier. En témoigne l'absence, parmi les nombreux ouvrages d'arithmétique politique parus vers 1789, de références aux travaux des académiciens consacrés au calcul de la population. Ainsi, l'*Essai sur la population du royaume* passe quasiment inaperçu ; ses résultats sont noyés dans le flot des chiffres que mentionnent les multiples publications d'économie politique à la veille de la Révolution. Même sort pour la plupart des applications de l'« *Analyse* » nouvelle, que les bouleversements politiques rendent obsolètes.

Restent les « mathématiques mixtes », plus particulièrement le nouveau calcul des probabilités – dont Laplace synthétisera la théorie et la

2 - Rédigé par les académiciens Tillet, Bossut, Desmarest, Dionis du Séjour et Condorcet.

philosophie dans les années 1810 – et, bien entendu, les « mathématiques pures ». De ces dernières subsiste le prodigieux arsenal de calcul intégral et différentiel accumulé au cours du siècle. Sans oublier les acquis les moins éphémères de ces calculs : la mécanique céleste perfectionnée par Laplace, la mécanique analytique de Lagrange, la géométrie descriptive de Monge, et surtout, le savoir-faire analytique. Il faudra transmettre aux nouvelles élites cet art de la résolution des problèmes les plus difficiles.

La portée d'une révolution

Certes, les mathématiques enseignées par Laplace, Lagrange ou Monge aux élèves des toutes nouvelles Écoles normale et polytechnique ne comportent pas les applications les plus concrètes qu'elles avaient suscitées pendant les années 1780, notamment par les mémoires de l'Académie des sciences. Mais elles ont un grand mérite : récapituler un siècle de développement dans l'art de raisonner par l'analyse. C'est dans ce sens que les cours dispensés aux jeunes élus des régimes postérieurs à Thermidor apparaissent indiscutablement nouveaux.

De cet enseignement vont émerger plusieurs décennies de développements scientifiques éblouissants. On peut même élargir le champ de son efficacité objective – dans la formation d'une élite par les sciences – au-delà de la stricte chronologie des créations institutionnelles de la Révolution française. Ce, grâce à une large diffusion de deux types d'écrits : les cours publiés pour l'enseignement dans les collèges de l'Ancien Régime ; les éditions successives de *L'Encyclopédie*.

À l'échelle séculaire, malgré l'échec de Condorcet à sensibiliser le public éclairé à la conception analytique, malgré les succès de la nouvelle chimie, ce phénomène est bien tangible. Car c'est dans le corpus mathématique que les savants puiseront la matière première des enseignements les plus élevés de la République. Pour cette raison, l'École du génie de Mézières ou celle des ponts et chaussées préfigurent les innovations du milieu des années 1790.

Deux facteurs ont marqué l'histoire de la formation du savoir-faire analytique contemporain. D'une part, l'essor du livre scientifique au Siècle des lumières, d'autre part, la crise de l'absolutisme durant la seconde moitié du XVIII^e siècle. Cette dernière explique le rôle actif qu'a tenu l'Académie des sciences dans l'élaboration des instruments nécessaires aux réformes de la fin de l'Ancien Régime. Paradoxalement, la formation des cadres de la société française post-révolutionnaire s'inscrit dans un processus de longue durée engagé bien avant 1789.

On qualifie parfois de « seconde révolution scientifique » le renouvellement des sciences mathématiques et physiques à la fin du XVIII^e siècle. Moment complexe de ruptures et de continuités, imbriquant, en France, sciences et Révolution, il peut en effet apparaître comme une démarcation. Tenant compte des conditions très particulières qui l'ont préparée, on peut se demander pourquoi cette affaire, somme toute bien française, aurait une portée plus générale.

Aventurons deux considérations. D'abord, loin d'être propre à cette seule révolution scientifique, ce paradoxe s'applique également à la Révolution de 1789. Ensuite, l'esquisse ici parcourue n'indique rien de ce qui se passait ailleurs au même moment. Rien non plus de l'accueil réservé par les autres pays à l'analyse « à la française », tant à la fin du XVIII^e siècle qu'au siècle suivant. Étudier la portée de ces renouvellements signifierait enquêter sur les mathématiciens anglais ou allemands. Ces savants qui, dès l'aube du XIX^e siècle, ont assimilé et concurrencé les réalisations de leurs homologues issus des écoles de la Révolution française. ■

Pour en savoir plus :

- M. Antoine, *Louis XV*, Fayard, 1989.
- B. Belhoste, A. Dahan Dalmedico, A. Picon, *La Formation polytechnicienne. 1794-1994*, Dunod, 1994.
- E. Brian, *La Mesure de l'État. Administrateurs et géomètres au XVIII^e siècle*, Albin Michel, 1994.
- E. Brian et Chr. Demeulenaere-Douyère, *Histoire et mémoire de l'Académie des sciences*, éd. Lavoisier, 1996.
- P. Crépel et B. Bru, *Condorcet. Arithmétique politique. Textes rares ou inédits (1767-1789)*, éd. de l'INED, 1994.
- N. et J. Dhombres, *Naissance d'un nouveau pouvoir : sciences et savants en France – 1793-1824*, Payot, 1989.
- J. Dhombres (dir.), *L'École normale de l'An III. Leçons de Mathématiques*, Dunod, 1992.
- Ch. C. Gillispie, *Science and Polity in France at the End of the Old Regime*, Princeton, 1980.
- R. Hahn, *L'anatomie d'une institution scientifique. L'Académie des sciences. 1666-1803*, éd. des Archives contemporaines, 1993.
- Chr. Licoppe, *La Formation de la pratique scientifique. Le discours de l'expérience en France et en Angleterre (1630-1820)*, La Découverte, 1996.
- A. Picon, *L'Invention de l'ingénieur moderne. L'École des ponts et chaussées*, Presses de l'ENPC, 1992.
- R. Rashed (dir.), *Sciences à l'époque de la Révolution française*, Blanchard, 1988.
- R. Taton (dir.), *Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIII^e siècle*, Hermann, 1986.