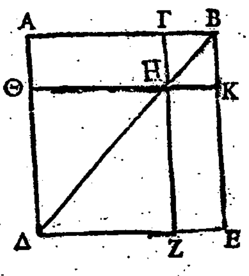
[...]

PROPOSITION IV.

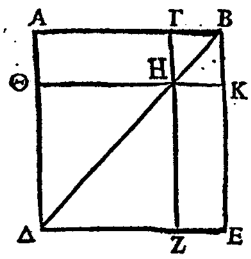
Si la droite est coupée à volonté, le quarré de la droite entière est égal aux quarrés des segments, et à deux fois le rectangle contenu sous les deux segments.

Que la droite AB soit coupée à volonté au point Γ; je dis que le quarré de AB est égal aux quarrés des segments AΓ, ΓB, et à deux fois le rectangle contenu sous AΓ, ΓB.



Avec AB décrivons le quarré AΔEB (46. 1); joignons BΔ; par le point Γ conduisons ΓHZ parallèle à l'une ou à l'autre des droites AΔ, EB (31. 1), et par le point H conduisons ΘK parallèle à l'une ou à l'autre des droites AB, ΔE.

Puisque ΓΖ est parallèle à ΑΔ, et que ΒΔ tombe sur ces deux droites, l'angle extérieur ΓΗΒ est égal à l'angle intérieur et opposé ΑΔΒ (29. 1). Mais l'angle ΑΔΒ est égal à l'angle ΑΒΔ (5. 1), puisque le côté ΒΑ est égal au côté ΑΔ; donc l'angle ΓΗΒ est égal à l'angle ΗΒΓ; donc le côté ΒΓ est égal au côté ΓΗ (6. 1); mais ΓΒ est égal à ΗΚ (34. 1), et ΓΗ égal à ΒΚ; donc ΗΚ est égal à ΚΒ; donc le quadrilatère ΓΗΚΒ est équilatéral. Je dis qu'il est rectangle. Car puisque ΓΗ est parallèle à ΒΚ, et que ΓΒ tombe sur ces deux droites, les angles ΚΒΓ, ΒΓΗ sont égaux à deux droits (29. 1). Mais l'angle ΚΒΓ est droit (déf. 30. 1); donc l'angle ΒΓΗ est droit. Donc les angles opposés ΓΗΚ, ΗΚΒ sont droits aussi (34. 1); donc le quadrilatère ΓΗΚΒ est rectangle. Mais on a démontré qu'il est équilatéral; donc ce quadrilatère est un quarré, et ce quarré est décrit avec ΓΒ. Par la même raison ΘΖ est aussi un quarré, et ce quarré est décrit avec ΘΗ, c'est-à-dire avec ΑΓ; donc ΘΖ, ΓΚ sont des quarrés décrits avec ΑΓ, ΓΒ. Et puisque le rectangle ΑΗ est égal au rectangle ΗΕ (43. 1), et que le rectangle ΑΗ est com-



pris sous les droites ΑΓ, ΓΒ, car ΗΓ est égal à ΓΒ, le rectangle ΗΕ est égal au rectangle sous ΑΓ, ΓΒ; donc les rectangles ΑΗ, ΗΕ sont égaux à deux fois le rectangle sous ΑΓ, ΓΒ. Mais les quarrés ΘΖ, ΓΚ sont décrits avec les droites ΑΓ, ΓΒ; donc les quatre figures ΘΖ, ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ sont égales aux quarrés des droites ΑΓ, ΓΒ et à deux fois le rectangle compris sous ΑΓ, ΓΒ. Mais les quatre figures ΘΖ, ΓΚ, ΑΗ, ΗΕ sont la figure entière ΑΔΕΒ, qui est le quarré de ΑΒ; donc le quarré de ΑΒ est égal aux quarrés des droites ΑΓ, ΓΒ, et à deux fois le rectangle compris sous ΑΓ, ΓΒ. Donc, etc.

[...]