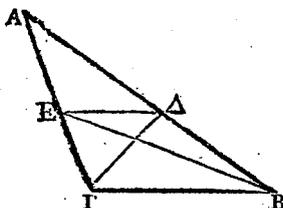


PROPOSITION II.

Si l'on mène une droite parallèle à un des côtés d'un triangle, cette droite coupera proportionnellement les côtés de ce triangle; et si les côtés d'un triangle sont coupés proportionnellement, la droite qui joindra les sections sera parallèle au côté restant du triangle.

Menons ΔE parallèle à un des côtés BT du triangle ABT ; je dis que BA est à ΔA comme TE est à EA .

Joignons BE , ΓA .



Le triangle $B\Delta E$ sera égal au triangle $\Gamma\Delta E$ (37. 1), parce qu'ils ont la même base ΔE , et qu'ils sont compris entre les mêmes parallèles ΔE , BT . Mais $A\Delta E$ est un autre triangle; et des grandeurs égales ont la même raison avec une même grandeur (7. 5); donc le triangle $B\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$ comme le triangle $\Gamma\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$. Mais le triangle $B\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$ comme BA est à ΔA ; car ces deux triangles, qui ont la même hauteur, savoir, la perpendiculaire menée du point E sur la droite AB , sont entr'eux comme leurs bases (1. 6). Par la même raison le triangle $\Gamma\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$ comme TE est à EA ; donc BA est à ΔA comme TE est à EA (11. 3).

Mais que les côtés AB , AT du triangle ABT soient coupés proportionnellement aux points Δ , E , c'est-à-dire que BA soit à ΔA comme TE est à EA , et joignons ΔE ; je dis que ΔE est parallèle à BT .

Faisons la même construction. Puisque BA est à ΔA comme TE est à EA , que BA est à ΔA comme le triangle $B\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$ (1. 6), et que TE est à EA comme le triangle $\Gamma\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$, le triangle $B\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$ comme le triangle $\Gamma\Delta E$ est au triangle $A\Delta E$ (11. 5). Donc chacun des triangles $B\Delta E$, $\Gamma\Delta E$ a la même raison avec le triangle $A\Delta E$. Donc le triangle

142 LE SIXIÈME LIVRE DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

$\triangle BAE$ est égal au triangle $\triangle ADE$ (9. 5); et ils sont sur la même base AE . Mais les triangles égaux et construits sur la même base sont entre les mêmes parallèles (39. 1). Donc AE est parallèle à BT . Donc, etc.

[...]