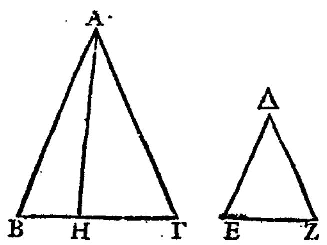
PROPOSITION XIX.

Les triangles semblables sont entr'eux en raison double des côtés homologues.

Soient les triangles semblables ABΓ, ΔEZ, ayant l'angle en B égal à l'angle en E, et que AB soit à BΓ comme ΔE est à EZ, de manière que le côté BΓ soit l'homologue du côté EZ; je dis que le triangle ABΓ a avec le triangle ΔEZ une raison double de celle que BΓ a avec EZ.

Prenons une troisième proportionnelle BH aux droites BΓ, EZ, de manière que BΓ soit à EZ comme EZ est à BH; et joignons HA (11. 6).

Puisque AB est à BΓ comme ΔE est à EZ, par permutation, AB est à ΔE comme BΓ est à EZ (16. 6). Mais BΓ est à EZ comme EZ est à BH; donc AB est à ΔE comme EZ est à BH (11. 5); donc les côtés des triangles ABH, ΔEZ, autour des angles égaux, sont réciproquement proportionnels. Mais deux triangles sont égaux entr'eux lorsqu'ils ont un angle égal à un angle, et les côtés autour des angles égaux, réciproquement proportionnels (15. 6); donc le triangle ABH est égal au triangle ΔEZ. Et puisque BΓ est à EZ comme EZ est à BH, et que lorsque trois droites sont proportionnelles, la première est dite avoir avec la troisième une raison double de celle que la première a avec la seconde (10. 5), la droite BΓ a avec la droite BH une raison double de celle



que BΓ a avec EZ. Mais BΓ est à BH comme le triangle ABΓ est au triangle ABH (déf. 1. 6); donc le triangle ABΓ a avec le triangle ABH une raison double de celle que BΓ a avec EZ. Mais le triangle ABH est égal au triangle ΔEZ; donc le triangle ABΓ a avec le triangle ΔEZ une raison double de celle que BΓ a avec EZ (7. 5). Donc, etc.

[...]

PROPOSITION XX.

Les polygones semblables peuvent être divisés en triangles semblables, égaux en nombre, et homologues aux polygones; et le polygone a avec le polygone une raison double de celle qu'un côté homologue a avec un côté homologue.

[...]