EUTOCIUS

[...]

Ménechme.

Soit A et E les deux segments de droite donnés ; il faut trouver deux moyennes proportionnelles entre A et E.

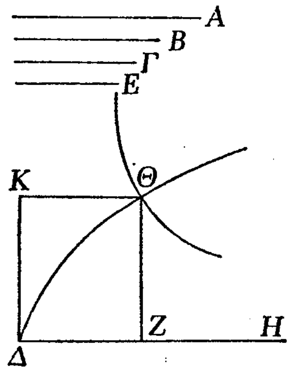

Fig. 31.

Supposons le problème résolu, et soit B et Γ (sc. les moyennes proportionnelles cherchées) ; soit ΔH une demi-droite, issue de Δ, donnée par sa position ; portons sur elle à partir de Δ le segment ΔZ égal à Γ, élevons la perpendiculaire en Z et portons sur elle ZΘ égal au segment B. Du moment donc que les trois segments A, B et Γ sont proportionnels, le rectangle de côtés A et Γ est équivalent au carré sur B, d'où il suit que le rectangle ayant pour côtés les segments donnés A et Γ, c'est-à-dire A et ΔZ, est équivalent au carré sur B, c'est-à-dire au carré sur ZΘ. Le point Θ est donc situé sur une parabole passant par le point Δ. Menons les parallèles ΘK et ΔK. Comme le rectangle de côtés B et Γ est donné, étant égal au rectangle de côtés A et E, le rectangle de côtés KΘ et ΘZ est à son tour donné. Le point Θ est donc situé sur une hyperbole d'asymptotes KΔ et ΔZ. Il s'ensuit que le point Θ et, partant, aussi le point Z, est donné.

Le problème sera dès lors composé de la manière que voici. Soit A et E les segments de droite donnés, ΔH la demi-droite issue de Δ ; faisons passer par Δ une parabole ayant pour axe ΔH et pour paramètre A ; que les carrés sur les perpendiculaires abaissées sur ΔH soient équivalents aux aires appliquées à A et ayant pour largeurs les segments découpés par elles (sc. par les perpendiculaires) à partir de Δ. Soit ΔΘ la parabole ainsi décrite, ΔK la perpendiculaire (sc. en Δ sur ΔH) ; entre KΔ et ΔZ comme asymptotes traçons une hyperbole telle que les parallèles à KΔ et ΔZ menées de ses points comprennent une aire équivalente au rectangle de côtés A et E ; cette hyperbole coupera donc la parabole. Soit Θ le point d'intersection ; menons les perpendiculaires ΘK et ΘZ. Du moment donc que le carré sur ZΘ est équivalent[1] au rectangle de côtés A et ΔZ, A est à ZΘ comme ΘZ est à ZΔ. Comme, en outre, le rectangle de côtés A et E est équivalent au rectangle de côtés ΘZ et ZΔ, A est à ZΘ comme ZΔ est à E. Mais A est à ZΘ comme ZΘ est à ZΔ ; il s'ensuit que A est à ZΘ comme ZΘ est à ZΔ et comme ZΔ est à E. Posons B égal à ΘZ et Γ égal à ΔZ ; A sera alors à B comme B est à Γ et comme Γ est à E. Les segments de droite A, B, Γ et E sont donc en proportion continue, ce qu'il fallait trouver.

[...]