DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuoue ſcienze

Attenenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;

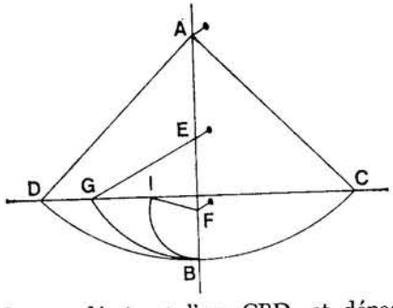
del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.

Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

SALV. Votre remarque a toutes les apparences du vrai ; mais je veux l'accroître au moyen d'une expérience jusqu'à en faire pratiquement l'équivalent d'une démonstration nécessaire. | Imaginez que cette page représente un mur vertical, et qu'une boule de plomb d'une once ou deux soit suspendue à un fil très fin AB, long de deux ou trois coudées ; tracez sur le mur une ligne horizontale DC coupant à angle droit la perpendiculaire AB, qui passe environ à deux doigts du mur. Amenez ensuite le fil avec la boule en AC et lâchez-le ; vous verrez d'abord la boule descendre en décrivant l'arc CBD, et dépasser le point B de telle façon que, parcourant l'arc BD, elle remontera presque jusqu'à la ligne horizontale CD, ne la manquant que d'une courte distance par suite de la résistance de l'air et du fil. Nous pouvons donc en conclure à juste titre que l'*impeto* parcourant l'arc BD, elle remontera presque jusqu'à la ligne horizontale acquis par la boule au point B après sa descente le long de l'arc CB était suffisamment grand pour la conduire le long d'un arc semblable BD à la même hauteur. Après avoir fait plusieurs fois l'expérience, fixons sur le mur tout près de la perpendiculaire AB, par exemple en E ou en F, un clou de cinq ou six doigts, afin que le fil AC, lorsqu'il ramène comme précédemment la boule C le long de l'arc CB, heurte le clou en E, et que la boule C soit obligée de se mouvoir sur la circonférence BG, dont E est le centre ; nous verrons ainsi ce que peut faire ce même *impeto* qui, engendré au point B, reconduisait auparavant le mobile le long de l'arc BD à hauteur de la ligne d'horizon CD. Vous constaterez alors avec plaisir que la boule rejoint la ligne horizontale au point G ; et la même chose se produirait si le clou était fixé plus bas, par exemple en F, la boule décrivant alors l'arc BI et terminant son ascension précisément sur la ligne CD. Si enfin le clou était planté si bas que la longueur restante du fil ne puisse atteindre la ligne CD (ce qui arriverait | si le clou était plus près de B que de l'intersection de AB avec l'horizontale CD), alors le fil se rabattrait sur le clou et s'enroulerait autour de lui. Cette expérience lève tous les doutes sur la vérité de la supposition : les deux arcs CB et DB étant égaux et symétriques, le moment (*momento*) acquis pendant la descente le long de l'arc CB est égal au moment acquis pendant la descente le long de l'arc DB ; mais le moment acquis en B le long de l'arc CB est capable de hisser le même mobile le long de l'arc BD : donc le moment acquis durant la descente DB est égal à celui qui a fait monter le mobile le long du même arc de B en D. Et, d'une façon générale, tout moment acquis par la descente d'un arc est égal à celui qui peut faire remonter le même mobile le



long du même arc. Or tous les moments qui provoquent un mouvement de remontée sur les arcs BD, BG, BI, sont égaux, puisqu'ils sont produits par un même moment acquis durant la descente CB, comme le montre l'expérience ; et ainsi tous les moments qui sont atteints en descendant le long des arcs DB, GB, IB, sont égaux [85].

SAGR. Le raisonnement me semble absolument concluant, et l'expérience si bien adaptée à la vérification du postulat que l'on peut l'accorder comme s'il avait été démontré.

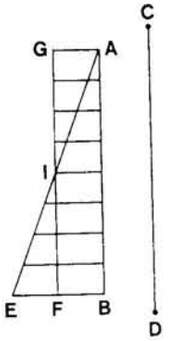
SALV. Je ne voudrais pas, seigneur Sagredo, que nous nous donnions plus de mal qu'il ne faut, d'autant que nous aurons avant tout à nous servir de ce principe pour des mouvements accomplis sur des surfaces rectilignes, et non sur des surfaces courbes où l'accélération se produit d'une manière fort différente. Aussi, bien que l'expérience en question nous fasse voir que la descente le long de l'arc CB confère au mobile un moment suffisant pour le reconduire à la même hauteur par l'un quelconque des arcs BD, BG, BI, nous ne pouvons pas établir, avec la même évidence, que la même chose aurait encore lieu si une boule parfaitement ronde descendait le long de plans rectilignes dont les inclinaisons seraient identiques à celles que possèdent les cordes des arcs considérés. On peut même penser, compte tenu des angles formés par ces plans au point B, qu'une boule descendue le long de la corde CB, et rencontrant cet obstacle au moment de remonter selon les cordes BD, BG, BI, perdrait dans le choc une partie de son *impeto*, et ne pourrait en s'élevant parvenir à hauteur de la ligne CD ; mais une fois enlevé cet obstacle qui nuit à l'expérience, l'entendement aperçoit clairement que
208 l'*impeto* acquis (et dont la force | croît avec la descente) pourrait ramener le mobile à la même hauteur. Admettons donc présentement ce principe comme un postulat ; son absolue vérité se manifestera lorsque nous verrons les conclusions qui en découlent correspondre et s'accorder exactement à l'expérience. Après avoir introduit cet unique principe, l'Auteur passe aux Propositions qu'il démontre toutes. La première s'énonce ainsi :

Théorème I — Proposition I

Le temps pendant lequel un espace donné est franchi par un mobile, partant du repos, avec un mouvement uniformément accéléré, est égal au temps pendant lequel le même espace serait franchi par le même mobile avec un mouvement uniforme, dont le degré de vitesse serait la moitié du plus grand et dernier degré de vitesse atteint au cours du précédent mouvement uniformément accéléré.

Représentons par la ligne AB le temps pendant lequel un mobile, partant du repos en C, franchira d'un mouvement uniformément accéléré l'espace CD; on représentera le plus grand et dernier des degrés de la vitesse accrue dans les instants du temps AB par la ligne EB, formant avec AB un angle quel-

conque ; menons AE : toutes les lignes parallèles à BE, tirées des différents points de la ligne AB, représenteront les degrés de vitesse croissants après l'instant initial A. Divisons BE en son milieu par le point F, et menons FG et AG respectivement parallèles à AB et FB ; on aura construit le parallélogramme AGFB égal au triangle AEB, et dont le côté GF coupe AE en son milieu I ; si ensuite les parallèles du triangle AEB sont prolongées jusqu'à GI, nous aurons l'agrégat de toutes les parallèles contenues dans le quadrilatère égal à l'agrégat des parallèles comprises dans le triangle AEB : en effet celles qui se trouvent dans le triangle IEF correspondent à celles que contient le triangle GIA, et celles qui sont dans le trapèze AIFB sont communes. Comme d'autre part à tous les instants, pris un à un, de l'intervalle de temps AB correspondent tous les points, pris un à un, de la ligne AB, et comme les parallèles menées à partir de ces points et comprises dans le triangle AEB représentent les degrés croissants de la vitesse grandissante, tandis que de leur côté les parallèles contenues dans le parallélogramme représentent autant de degrés de la vitesse non croissante, mais égale, il est clair qu'autant de moments de vitesse seront consumés dans le mouvement accéléré d'après les parallèles croissantes du triangle AEB, que dans le mouvement uniforme d'après les parallèles du parallélogramme GB : en effet, ceux des moments qui font défaut dans la première moitié du mouvement accéléré (c'est-à-dire ceux qui sont représentés par les parallèles du triangle AGI) sont compensés par les moments que représentent les parallèles du triangle IEF. Il est donc manifeste que des distances égales seront parcourues en un même temps par deux mobiles dont l'un, partant du repos, se meut d'un mouvement uniformément accéléré, et l'autre d'un mouvement uniforme que caractérise un moment de vitesse égal à la moitié du plus grand moment de vitesse atteint par le premier. C.Q.F.D. [86].

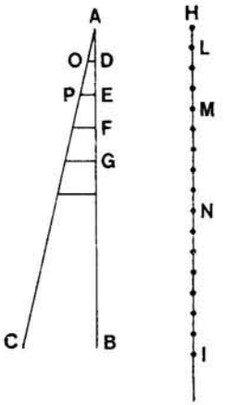


Théorème II — Proposition II

Si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quelconques par ce même mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces mêmes temps.

Convenons de représenter par la ligne AB un flux de temps avec un premier instant A, et soient AD et DE deux intervalles quelconques pris dans ce temps ; soit la ligne HI le long de laquelle le mobile, partant du repos en H, descendra d'un mouvement uniformément accéléré ; soit encore HL l'espace franchi pendant le premier intervalle de temps AD, et HM l'espace franchi pendant l'intervalle AE. Je dis que le rapport de

l'espace HM à l'espace HL est en raison double de celui que le temps AE a au temps AD, ou encore que les espaces HM et HL ont même rapport que les carrés de AE et AD. Traçons la ligne AC, faisant avec AB un angle quelconque. Des points D et E menons les parallèles DO et EP : DO représentera le plus grand degré de la vitesse acquise à l'instant D de l'intervalle de temps AD, et EP le plus grand degré de la vitesse acquise à l'instant E de l'intervalle de temps AE. Mais on a démontré plus haut (Th. I), à propos des espaces parcourus, que sont égaux des espaces dont l'un est parcouru par un mobile se mouvant à partir du repos avec un mouvement uniformément accéléré, alors que l'autre, durant le même intervelle de temps, est parcouru par un mobile mû d'un mouvement uniforme dont la vitesse est la moitié de la plus grande vitesse acquise dans le mouvement accéléré. Il en découle que les distances HM et HL sont identiques à celles qui seraient traversées dans les intervalles de temps AE et AD, par des mouvements uniformes dont les vitesses seraient comme la moitié de EP et DO respectivement. Si donc on parvient à montrer que les espaces HM et HL sont | en raison double des temps EA et DA, la proposition sera établie. Or il a été démontré, dans la proposition 4 du livre 1, que les espaces franchis par des mobiles animés d'un mouvement uniforme sont entre eux dans un rapport composé du rapport des vitesses et du rapport des temps. Dans le cas présent le rapport des vitesses est le même que le rapport des temps (en effet, le rapport de la moitié de EP à la moitié de DO, ou de EP à DO, est le même que le rapport de AE à AD), et donc le rapport des espaces traversés est bien égal au carré du rapport des temps. C.Q.F.D.



210

Il s'ensuit en outre que le rapport des espaces est égal au carré du rapport des vitesses terminales, c'est-à-dire des lignes EP et DO, puisque EP est à DO comme AE est à AD.