

PRINCIPES MATHÉMATIQUES DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE

DÉFINITIONS

DÉFINITION PREMIÈRE

La quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble.

L'air devenant d'une densité double est quadruple en quantité lorsque l'espace est double, et sextuple si l'espace est triple. On en peut dire autant de la neige et de la poudre condensées par la liquéfaction ou la compression, aussi bien que dans tous les corps condensés par quelque cause que ce puisse être.

Je ne fais point attention ici au milieu qui passe librement entre les parties des corps, supposé qu'un tel milieu existe. Je désigne la quantité de matière par les mots de *corps* ou de *masse*. Cette quantité se connaît par le poids des corps : car j'ai trouvé par des expériences très exactes sur les pendules, que les poids des corps sont proportionnels à leur masse ; je rapporterai ces expériences dans la suite.

DÉFINITION II

La quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse.

Le mouvement total est la somme du mouvement de chacune des parties ; ainsi la quantité du mouvement est double dans un corps dont la masse est double, si la vitesse reste la même ; mais si on double la vitesse, la quantité du mouvement sera quadruple.

DÉFINITION III

La force qui réside dans la matière (vis insita) est le pouvoir qu'elle a de résister. C'est par cette force que tout corps persévère de lui-même dans son état actuel de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite.

Cette force est toujours proportionnelle à la quantité de matière des corps, et elle ne diffère de ce qu'on appelle *l'inertie de la matière*, que par la manière de la

concevoir : car l'inertie est ce qui fait qu'on ne peut changer sans effort l'état actuel d'un corps, soit qu'il se meuve, soit qu'il soit en repos, ainsi on peut donner à la force qui réside dans les corps le nom très expressif de *force d'inertie*.

Le corps exerce cette force toutes les fois qu'il s'agit de changer son état actuel, et on peut la considérer alors sous deux différents aspects, ou comme *résistante*, ou comme *impulsive* : comme résistante, en tant que le corps s'oppose à la force qui tend à lui faire changer d'état ; comme impulsive, en tant que le même corps fait effort pour changer l'état de l'obstacle qui lui résiste.

On attribue communément la résistance aux corps en repos ; et la force impulsive à ceux qui se meuvent ; mais le mouvement et le repos, tels qu'on les conçoit communément, ne sont que respectifs : car les corps qu'on croit en repos ne sont pas toujours dans un repos absolu.

DÉFINITION IV

La force imprimée (vis impressa) est l'action par laquelle l'état du corps est changé, soit que cet état soit le repos, ou le mouvement uniforme en ligne droite.

Cette force consiste uniquement dans l'action, et elle ne subsiste plus dans le corps, dès que l'action vient à cesser. Mais le corps persévère par sa seule force d'inertie dans le nouvel état dans lequel il se trouve. La force imprimée peut avoir diverses origines, elle peut être produite par le *choc*, par la *pression*, et par la *force centripète*.

DÉFINITION V

La force centripète est celle qui fait tendre les corps vers quelque point, comme vers un centre, soit qu'ils soient tirés ou poussés vers ce point, ou qu'ils y tendent d'une façon quelconque.

La gravité qui fait tendre tous les corps vers le centre de la Terre ; la force magnétique qui fait tendre le fer vers l'aimant, et la force, quelle qu'elle soit, qui retire à tout moment les planètes du mouvement rectiligne, et qui les fait circuler dans des courbes, sont des forces de ce genre.

La pierre qu'on fait tourner par le moyen d'une fronde, agit sur la main, en tendant la fronde, par un effort qui est d'autant plus grand qu'on la fait tourner plus vite, et elle s'échappe aussitôt qu'on ne la retient plus. La force exercée par la main pour retenir la pierre, laquelle est égale et contraire à la force par laquelle la pierre tend la fronde, étant donc toujours dirigée vers la main, centre du cercle décrit, est celle que j'appelle *force centripète*. Il en est de même de tous les corps qui se meuvent en rond, ils font tous effort pour s'éloigner du centre de leur révolution ; et sans le secours de quelque force qui s'oppose à cet effort et qui les retient dans leurs orbites, c'est-à-dire, de quelque *force centripète*, ils s'en iraient en ligne droite d'un mouvement uniforme.

Un projectile ne retomberait point vers la Terre, s'il n'était point animé par la force de la gravité, mais il s'en irait en ligne droite dans les cieux avec un mouvement

uniforme, si la résistance de l'air était nulle. C'est donc par sa gravité qu'il est retiré de la ligne droite, et qu'il s'infléchit sans cesse vers la Terre; et il s'infléchit plus ou moins, selon sa gravité et la vitesse de son mouvement. Moins la gravité du projectile sera grande par rapport à sa quantité de matière, plus il aura de vitesse, moins il s'éloignera de la ligne droite, et plus il ira loin avant de retomber sur la Terre.

Ainsi, si un boulet de canon était tiré horizontalement du haut d'une montagne, avec une vitesse capable de lui faire parcourir un espace de deux lieues avant de retomber sur la Terre : avec une vitesse double, il n'y retomberait qu'après avoir parcouru à peu près quatre lieues, et avec une vitesse décuple, il irait dix fois plus loin; (pourvu qu'on n'ait point d'égard à la résistance de l'air) et en augmentant la vitesse de ce corps, on augmenterait à volonté le chemin qu'il parcourrait avant de retomber sur la Terre, et on diminuerait la courbure de la ligne qu'il décrirait; en sorte qu'il pourrait ne retomber sur la Terre qu'à la distance de 10, de 30, ou de 90 degrés; ou qu'enfin il pourrait circuler autour, sans y retomber jamais, et même s'en aller en ligne droite à l'infini dans le ciel.

Or, par la même raison qu'un projectile pourrait tourner autour de la Terre par la force de la gravité, il se peut faire que la lune par la force de sa gravité, (supposé qu'elle gravite) ou par quelque autre force qui la porte vers la Terre, soit détournée à tout moment de la ligne droite pour s'approcher de la Terre, et qu'elle soit contrainte à circuler dans une courbe, et sans une telle force, la lune ne pourrait être retenue dans son orbite.

Si cette force était moindre qu'il ne convient, elle ne retirerait pas assez la Lune de la ligne droite, et si elle était plus grande, elle l'en retirerait trop, et elle la tirerait de son orbite vers la Terre. La quantité de cette force doit donc être donnée; et c'est aux Mathématiciens à trouver la force centripète nécessaire pour faire circuler un corps dans une orbite donnée, et à déterminer réciproquement la courbe dans laquelle un corps doit circuler par une force centripète donnée, en partant d'un lieu quelconque donné, avec une vitesse donnée.

La quantité de la force centripète peut être considérée comme *absolue*, *accélétratrice* et *motrice*.

DÉFINITION VI

La quantité absolue de la force centripète est plus grande ou moindre, selon l'efficacité de la cause qui la propage au centre.

C'est ainsi que la force magnétique est plus grande dans un aimant que dans un autre, suivant la grandeur de la pierre, et l'intensité de sa vertu.

DÉFINITION VII

La quantité accélétratrice de la force centripète est proportionnelle à la vitesse qu'elle produit dans un temps donné.

La force magnétique du même aimant est plus grande à une moindre distance, qu'à une plus grande. La force de la gravité est plus grande dans les plaines, et moindre sur le sommet des hautes montagnes, et doit être encore moindre (comme on le prouvera dans la suite) à de plus grandes distances de la Terre, et à des distances égales, elle est la même de tous côtés; c'est pourquoi elle accélère également tous les corps qui tombent, soit qu'ils soient légers ou pesants, grands ou petits, abstraction faite de la résistance de l'air.

DÉFINITION VIII

La quantité motrice de la force centripète est proportionnelle au mouvement qu'elle produit dans un temps donné.

Le poids des corps est d'autant plus grand, qu'ils ont plus de masse; et le même corps pèse plus près de la surface de la Terre, que s'il était transporté dans le ciel. La quantité motrice de la force centripète est la force totale avec laquelle le corps tend vers le centre, et proprement son poids; et on peut toujours la connaître en connaissant la force contraire et égale qui peut empêcher le corps de descendre.

J'ai appelé ces différentes quantités de la force centripète, *motrices*, *accélétratrices*, et *absolues*, afin d'être plus court.

On peut, pour les distinguer, les rapporter *aux corps* qui sont attirés vers un centre, *aux lieux* de ces corps, et *au centre* des forces.

On peut rapporter la force centripète motrice au corps, en la considérant comme l'effort que fait le corps entier pour s'approcher du centre, lequel effort est composé de celui de toutes ses parties.

La force centripète accélétratrice peut se rapporter au lieu du corps, en considérant cette force en tant qu'elle se répand du centre dans tous les lieux qui l'environnent, pour mouvoir les corps qui s'y rencontrent.

Enfin on rapporte la force centripète absolue au centre, comme à une certaine cause sans laquelle les forces motrices ne se propageraient point dans tous les lieux qui entourent le centre; soit que cette cause soit un corps central quelconque, (comme l'aimant dans le centre de la force magnétique, et la Terre dans le centre de la force gravitante), soit que ce soit quelque autre cause qu'on n'aperçoit pas. Cette façon de considérer la force centripète est purement mathématique; et je ne prétends point en donner la cause physique.

La force centripète accélétratrice est donc à la force centripète motrice, ce que la vitesse est au mouvement; car de même que la quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse, la quantité de la force centripète motrice est le produit de la force centripète accélétratrice par la masse; car la somme de toutes les actions de la force centripète accélétratrice sur chaque particule du corps est la force centripète motrice du corps entier. Donc à la surface de la Terre où la force accélétratrice de la gravité est la même sur tous les corps, la gravité motrice ou le poids des corps est proportionnel à leur masse; et si on était placé dans des régions où la force accélé-

raitrice diminuait, le poids des corps y diminuerait pareillement ; ainsi il est toujours comme le produit de la masse par la force centripète accélératrice. Dans les régions où la force centripète accélératrice serait deux fois moindre, le poids d'un corps sous double ou sous triple serait quatre fois ou six fois moindre.

Au reste, je prends ici dans le même sens les attractions et les impulsions accélératrices et motrices, et je me sers indifféremment des mots d'*impulsion*, d'*attraction*, ou de *propension* quelconque vers un centre : car je considère ces forces mathématiquement et non physiquement ; ainsi le lecteur doit bien se garder de croire que j'aie voulu désigner par ces mots une espèce d'action, de cause ou de raison physique, et lorsque je dis que les centres attirent, lorsque je parle de leurs forces, il ne doit pas penser que j'aie voulu attribuer aucune force réelle à ces centres que je considère comme des points mathématiques.

SCHOLIE

Je viens de faire voir le sens que je donne dans cet Ouvrage à des termes qui ne sont pas communément usités. Quant à ceux de *temps*, d'*espace*, de *lieu* et de *mouvement*, ils sont connus de tout le monde ; mais il faut remarquer que pour n'avoir considéré ces quantités que par leurs relations à des choses sensibles, on est tombé dans plusieurs erreurs.

Pour les éviter, il faut distinguer le temps, l'espace, le lieu, et le mouvement, en *absolus* et *relatifs*, *vrais* et *apparens*, *mathématiques* et *vulgaires*.

I. Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément, et s'appelle *durée*. Le temps relatif, apparent et vulgaire, est cette mesure sensible et externe d'une partie de durée quelconque (égale ou inégale) prise du mouvement : telles sont les mesures d'*heures*, de *jours*, de *mois*, et c'est ce dont on se sert ordinairement à la place du temps vrai.

II. L'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure toujours similaire et immobile.

L'espace relatif est cette mesure ou dimension mobile de l'espace absolu, laquelle tombe sous nos sens par sa relation aux corps, et que le vulgaire confond avec l'espace immobile. C'est ainsi, par exemple, qu'un espace, pris au-dedans de la Terre ou dans le ciel, est déterminé par la situation qu'il a à l'égard de la Terre.

L'espace absolu et l'espace relatif sont les mêmes d'espèce et de grandeur ; mais ils ne le sont pas toujours de nombre ; car, par exemple, lorsque la Terre change de place dans l'espace, l'espace qui contient notre air demeure le même par rapport à la Terre, quoique l'air occupe nécessairement les différentes parties de l'espace dans lesquelles il passe, et qu'il en change réellement sans cesse.

III. Le lieu est la partie de l'espace occupée par un corps, et par rapport à l'espace, il est ou relatif ou absolu.

Je dis que le lieu est une partie de l'espace, et non pas simplement la situation du corps, ou la superficie qui l'entoure : car les solides égaux ont toujours des lieux égaux, quoique leurs superficies soient souvent inégales, à cause de la dissemblance

LOIS DU MOUVEMENT

AXIOMES

PREMIÈRE LOI

Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.

Les projectiles par eux-mêmes perséverent dans leurs mouvements, mais la résistance de l'air les retarde, et la force de la gravité les porte vers la Terre. Une toupie, dont les parties se détournent continuellement les unes les autres de la ligne droite par leur cohérence réciproque, ne cesse de tourner, que parce que la résistance de l'air la retarde peu à peu. Les planètes et les comètes qui sont de plus grandes masses, et qui se meuvent dans des espaces moins résistants, conservent plus longtemps leurs mouvements progressifs et circulaires.

LOI II

Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrices, et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

Si une force produit un mouvement quelconque, une force double de cette première produira un mouvement double, et une force triple un mouvement triple, soit qu'elle ait été imprimée en un seul coup, soit qu'elle l'ait été peu à peu et successivement, et ce mouvement, étant toujours déterminé du même côté que la force génératrice, sera ajouté au mouvement que le corps est supposé avoir déjà, s'il conspire avec lui; ou en sera, retranché, s'il lui est contraire, ou bien sera retranché ou ajouté en partie, s'il lui est oblique; et de ces deux mouvements il s'en formera un seul, dont la détermination sera composée des deux premières.

LOI III

L'action est toujours égale et opposée à la réaction; c'est-à-dire, que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales, et dans des directions contraires.

Tout corps qui presse ou tire un autre corps est en même temps tiré ou pressé lui-même par cet autre corps. Si on presse une pierre avec le doigt, le doigt est pressé en même temps par la pierre. Si un cheval tire une pierre par le moyen d'une corde, il est également tiré par la pierre: car la corde qui les joint et qui est tendue des deux côtés, fait un effort égal pour tirer la pierre vers le cheval, et le cheval vers la pierre;

et cet effort s'oppose autant au mouvement de l'un, qu'il excite le mouvement de l'autre.

Si un corps en frappe un autre, et qu'il change son mouvement, de quelque façon que ce soit, le mouvement du corps choquant sera aussi changé de la même quantité et dans une direction contraire par la force du corps choqué, à cause de l'égalité de leur pression mutuelle.

Par ces actions mutuelles, il se fait des changements égaux, non pas de vitesse, mais de mouvement, pourvu qu'il ne s'y mêle aucune cause étrangère; car les changements de vitesse qui se font de la même manière dans des directions contraires doivent être réciproquement proportionnels aux masses, à cause que les changements de mouvement sont égaux. Cette loi a lieu aussi dans les attractions, comme je le prouverai dans le scholie suivant.

COROLLAIRE I

Un corps poussé par deux forces parcourt, par leurs actions réunies, la diagonale d'un parallélogramme dans le même temps, dans lequel il aurait parcouru ses côtés séparément.

Si le corps, pendant un temps donné, eut été transporté de A (figure 1) en B , d'un mouvement uniforme par la seule force M imprimée en A ; et que par la seule force N , imprimée dans le même lieu A , il eut été transporté de A en C , le corps par ces deux forces réunies sera transporté dans le même temps dans la diagonale AD du parallélogramme $ABCD$; car puisque la force N agit selon la ligne AC parallèle à BD , cette force, selon la seconde loi du mouvement, ne changera rien à la vitesse avec laquelle ce corps s'approche de cette ligne BD , par l'autre force M . Le corps s'approchera donc de la ligne BD dans le même temps, soit que la force N lui soit imprimée, soit qu'elle ne le soit pas; ainsi à la fin de ce temps il sera dans quelque point de cette ligne BD . On prouvera, de la même manière qu'à la fin de ce même temps le corps sera dans un point quelconque de la ligne CD . Donc il sera nécessairement dans le point d'intersection D de ces deux lignes, et par la première loi il ira d'un mouvement rectiligne de A en D .

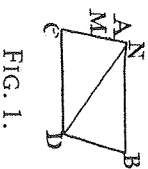


FIG. 1.

COROLLAIRE II

D'où l'on voit qu'une force directe AD est composée des forces obliques quelconques AB et BD, et réciproquement qu'elle peut toujours se résoudre dans les forces obliques quelconques AB et BD. Cette résolution et cette composition des forces se trouve confirmée à tout moment dans la mécanique.

Supposons que du centre O d'une roue partent des rayons inégaux OM , ON , qui soutiennent par des fils MA , NP (figure 2) des poids A et P , et qu'on cherche les forces de ces poids pour faire tourner cette roue.