[...]

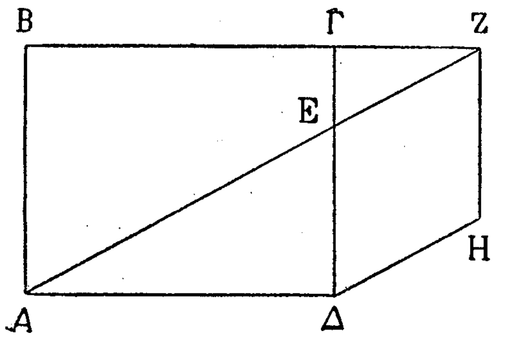
Ce qui différencie les problèmes étant donc tel, les premiers géomètres ont été incapables de trouver le problème prémentionné relatif à l'angle (5), lequel est de nature solide, en le cherchant au moyen de plans (6), car les sections de cône ne leur étaient

5. C'est-à-dire le problème de la trisection de l'angle non droit.
6. C'est-à-dire en faisant intervenir des problèmes plans, n'utilisant donc que des intersections de droites et de cercles.

pas encore familières et c'est à cause de cela qu'ils sont restés en suspens. Ils ont cependant opéré la trisection de l'angle plus tard, après avoir eu recours, pour trouver celle-ci, à l'inclinaison que nous exposons ci-dessous.

PROPOSITION 31. — Étant donné un parallélogramme rectangulaire ΑΒΓΔ, et la droite ΒΓ étant prolongée, il faut qu'en menant transversalement la droite ΑΕ, il soit fait en sorte que la droite ΕΖ soit égale à une droite donnée.

Que la chose soit obtenue et menons les droites ΔΗ, ΗΖ parallèles aux droites ΕΖ, ΕΔ. Dès lors, puisque la droite ΖΕ est donnée et qu'elle est égale à la droite ΔΗ, la droite ΔΗ est donc donnée aussi. De plus, le point Δ est donné ; donc, le point Η est sur la circonférence d'un cercle donné de position . Et puisque le rectangle compris sous les droites ΒΓ, ΔΓ est donné et équivaut au rectangle compris sous les droites ΒΖ, ΕΔ, il s'ensuit que le rectangle compris sous les droites ΒΖ, ΕΔ, c'est-à-dire le rectangle compris sous les droites ΒΖ, ΖΗ, est donné aussi . En conséquence, le point Η est sur une hyperbole .

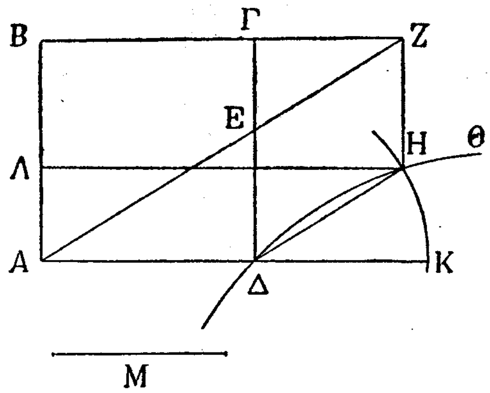


Or, il est aussi sur une circonférence de cercle donnée ; donc, le point H est donné.

XXXVII.

Le problème se synthétisera donc de la manière suivante :

Soient ΑΒΓΔ le parallélogramme donné, M la droite donnée de grandeur, et que la droite ΔΚ lui soit égale. Décrivons par le point Δ l'hyperbole ΔΗΘ à l'égard des asymptotes ΑΒ, ΒΓ (ce qui sera montré dans la suite), et décrivons par le point K, autour du centre Δ, l'arc du cercle KH coupant l'hyperbole au point H ; enfin, ayant mené la droite HZ parallèle à la droite ΔΓ, menons la droite de jonction ZA ; je dis que la droite EZ est égale à la droite M.

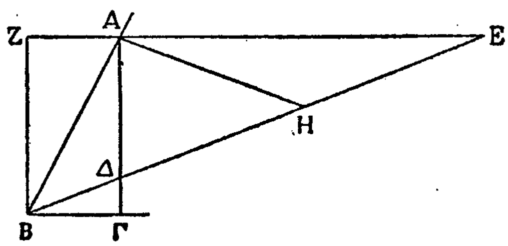


En effet, menons la droite de jonction ΗΔ et menons la droite ΗΛ parallèle à la droite ΚΑ. Dès lors, le rectangle compris sous les droites ΖΗ, ΗΛ, c'est-à-dire celui qui est compris sous les droites ΒΖ, ΖΗ, équivaut au rectangle compris sous les droites ΓΔ, ΔΑ, c'est-à-dire au rectangle compris sous les droites ΒΓ, ΓΔ . En conséquence, la droite ΓΔ est à la droite ZH comme la droite ZB est à la droite BΓ, c'est-à-dire comme la droite ΓΔ est à la droite ΔE ; donc, la droite EΔ est égale à la droite ZH ; donc, ΔEZH est un parallélogramme ; donc, la droite EZ est égale à la droite ΔH, c'est-à-dire à la droite ΔK, c'est-à-dire à la droite M .

XXXVIII.

Proposition 32. — Cela étant donc démontré, la tripartition d'un angle rectiligne donné se fera de la manière suivante :

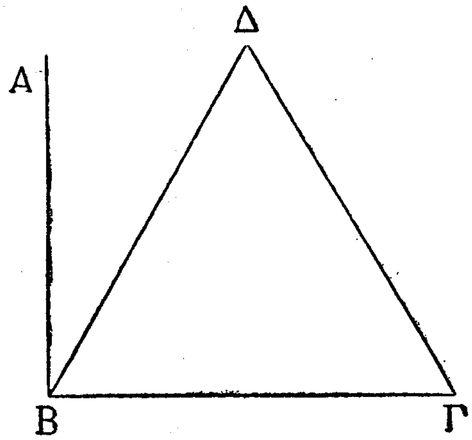
En effet, que l'angle compris sous les droites AB, BΓ soit d'abord aigu ; menons, d'un point quelconque , la perpendiculaire AΓ et, complétant le parallélogramme ΓZ, prolongeons la droite ZA jusqu'au point E. De plus, le parallélogramme ΓZ étant rectangle, posons, entre les droites EA, AΓ, la droite EΔ inclinée sur le point B, égale au double de la droite AB (car on a exposé plus haut comment cela peut être obtenu) . Dès lors, je dis que l'angle compris sous les droites EB, BΓ est la troisième partie de l'angle donné, compris sous les droites AB, BΓ.



En effet, coupons la droite EΔ en deux parties égales au point H et menons la droite de jonction AH. Dès lors, les trois droites ΔH, HA, HE sont égales ; par conséquent, la droite ΔE est double de la droite AH. Mais, elle est aussi double de la droite AB ; donc, la droite BA est égale à la droite AH et l'angle compris sous les droites AB, BΔ est égal à celui qui est compris sous les droites AH, HΔ. Or, l'angle compris sous les droites AH, HΔ est double de celui qui est compris sous les droites AE, EΔ, c'est-à-dire de celui qui est compris sous les droites ΔB, BΓ ; donc, l'angle compris sous les droites AB, BΔ est aussi double de celui qui est compris sous les droites ΔB, BΓ ; et si nous coupons l'angle compris sous les droites AB, BΔ en deux parties égales, l'angle compris sous les droites AB, BΓ sera coupé en trois parties égales .

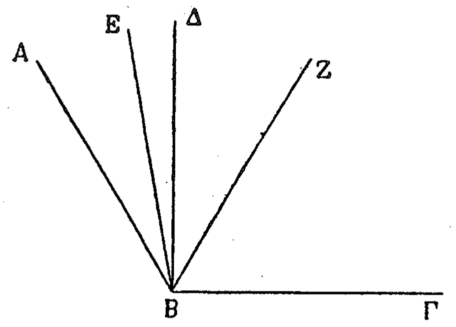
XXXIX.

Mais, si l'angle donné est droit, prenons une droite BΓ sur laquelle nous décrivons le triangle équilatéral BΔΓ et, divisant l'angle compris sous les droites ΔB, BΓ en deux parties égales, nous aurons l'angle compris sous les droites AB, BΓ divisé en trois parties égales.



XL.

Mais, que l'angle soit obtus ; que la droite BΔ soit à angles droits sur la droite ΓB ; enlevons d'une part l'angle compris sous les droites ΔB, BZ, troisième partie de l'angle compris sous les droites ΔB, BΓ, et, d'autre part, l'angle compris sous les droites EB, BΔ, troisième partie de l'angle compris sous les droites AB,



BΔ (car nous avons montré cela précédemment) . En conséquence, l'angle compris sous les droites EB, BZ est la troisième partie de l'angle entier compris sous les droites AB, BΓ ; et, si nous établissons contre chacune des droites AB, BΓ un angle égal [à celui qui est compris sous les droites EB, BZ] (2), nous couperons l'angle donné en trois parties égales.

[. . .]