1 `restart;maple_mode(1);cas_setup(0,0,0,1,0,1e-10,10,[1,50,0,25],0,0,0);#radians,pas de cmplx, pas de  Sqrt`

([A C1 C2 Dunford J N Q S U a d df dia digits dp f g invdp m mu p r s

Menu

2 astuces, a retenir: sous xcas il suffit d'evaluer le symbole, ou bien unapply

3 `f:=x^2+1; g:=x->eval(f);expand(g(x+1));g:=unapply(f,x);expand(g(x+2));`

// Warning: f declared as global variable(s)
// End defining g

$$\left(x^2+1,\ x \to \mathrm{eval}(f),\ x^2+2\cdot x+2,\ x \to x^2+1,\ x^2+4\cdot x+5\right)$$

Menu

4 `f:=x->x^2-2;`

// Success
// End defining f

$$x \to x^2-2$$

Menu

5 `df:=x->eval(diff(f(x),x));`

// Warning: f declared as global variable(s)
// End defining df

$$x \to \mathrm{eval}(\mathrm{diff}(f(x),x))$$

Menu

6 `df(x);u:=x^2;df(u);`

$$\left(2\cdot x,\ x^2,\ 0\right)$$

Menu

7 ca ne marche pas toujours, mieux vaus utiliser unapply

8 `df:=unapply(diff(f(x),x),x);df(x);df(u);`

$$\left(x \to 2\cdot x,\ 2\cdot x,\ 2\cdot x^2\right)$$

Menu

9 pour changer la valeur par defaut, soit dans le menu, soit avec la variable
Digits, mais c'est pris en compte a partir de l'evaluation suivante.
Ex: Digits:=100;sqrt(2.0); sur une meme ligne ne marche pas.

10 `Digits:=1;`

[0 0 0 1 0 1e-10 1 [1 50 0 25] 0 0 0]

Menu

11 `13*2.;evalf(13*2,3);`

(26.0 , 26.0)

Menu

12 `Digits:=2;`

[0 0 0 1 0 1e-10 2 [1 50 0 25] 0 0 0]

Menu

13 `13.26*2;`

26.52

Menu

14 `Digits:=10000;`

[0 0 0 1 0 1e-10 10000 [1 50 0 25] 0 0 0]

Menu

15 `U:=1.:`

Done

Menu

16 On fait 14 iterations de la methode de Newton, et on affiche la difference
avec racine de 2. La majoration du reste montre qu'asymptotiquement le nombre
de decimales exactes est multiplie par 2 a chaque iteration.

17 normal(x-f(x)/df(x));#On trouve x/2 +1/x c'est donc Heron.

$$\frac{x^2+2}{2\cdot x}$$

Menu

18 r:=evalf(sqrt(2));#on ne le calcule qu'une fois.

1.414213562373095048801688724209698078569671875376948073176679737990732478462107

Menu

19 for i from 1 to 14 do U:=U/2+1/U:a:=U-r:print(evalf(a,10)) od:

0.85786437630e-1
0.24531042936e-2
0.21239014147e-5
0.15948618246e-11
0.89929283219e-24
0.28592838433e-48
0.28904771932e-97
0.29538885168e-195
0.30849150375e-391
0.33646618312e-783
0.40025599883e-1567
0.56640973067e-3135
0.11342699276e-6270
0.00000000000

Done

Menu

20 digits:=10;

10

Menu

21 --Jordan, Dunford-------------------------------------

22 La decomposition d'une matrice reelle est reelle: par conjugaison et unicite
de la decomp de Dunford

23 C1:=companion((X^3-8)^2,X);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -64 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Menu

24 C2:=companion((X^2-4)^3,X);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 64 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -48 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Menu

25 A:=diag(C1,C2);

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 64 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -48 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Menu

26 cas_setup(0,0,1,1,0,1e-10,10,[1,50,0,25],0,1,0); #mode complexe est racines carrees.

(0, 0, 1, 1, 0, 0.1000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000

Menu

27 rat_jordan(A);

$$\begin{bmatrix} 0 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Menu

28 rat_jordan(companiion((x^3-2)^2,x));

$\mathrm{jordan}(\mathrm{companiion}((x^3-2)^2, x))$

Menu

29 J:=jordan(A,'Q');Q;

$$\left(\begin{bmatrix} -\sqrt{3}\cdot I\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3}\cdot I\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3}\cdot I-1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3}\cdot I-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 64*I\cdot\sqrt{3}-192 \\ -64*I\cdot\sqrt{3} \\ 16*I\cdot\sqrt{3}+48 \\ -8*I\cdot\sqrt{3}+24 \\ 8*I\cdot\sqrt{3} \\ -2*I\cdot\sqrt{3}-6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right.$$

Menu

30 f:=(i,j)->if i=j then J[i,j] else 0 fi;

// Warning: J declared as global variable(s)
// End defining f

```
                 if i=j then
                   J[i,j] else
                   0
( i,  j  )->     fi
```

Menu

31 dia:=matrix(op(dim(J)),f);

$$\begin{bmatrix} -\sqrt{3}\cdot I\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3}\cdot I\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3}\cdot I-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3}\cdot I-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Menu

32 `S:=normal(Q*dia*Q^(-1));N:=A-S; #on remarque que les coeff sont dans le meme corps que ceux de A`

$$\left[\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & \frac{8}{3} & 0 & 0 & \frac{-128}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4}{3} & 0 & 0 & \frac{8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} & 0 & 0 & \frac{8}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{40}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{[illegible]} & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{24} & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & -2 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{15}{8} & 0 & \frac{3}{2} & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 0 & 3 & 0 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-5}{16} & 0 & \frac{3}{4} & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{32} & 0 & \frac{3}{8} & 0 & \frac{15}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{128} & 0 & \frac{-1}{32} & 0 & \frac{3}{8} & 0 \end{array}\right], \left[\begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & \frac{-8}{3} & 0 & 0 & \frac{-64}{3} & 0 \\ \frac{-1}{3} & 0 & 0 & \frac{-8}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{3} & 0 & 0 & \frac{-8}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{8}{3} & 0 \\ \frac{1}{24} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{24} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-7}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-3}{128} \end{array}\right.$$

Menu

33 `normal(S*N-N*S); # verification:`

$$\left[\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Menu

34 `u:=x^2;p:=x^2+1;`

$$(x^2, \ x^2+1)$$

Menu

35 f:=x->eval(diff(p,x));

// Warning: p declared as global variable(s)
// End defining f

x -> eval(diff(p,x))

Menu

36 f(x);

$2\cdot x$

Menu

37 f(u); #ca ne convient donc pas. mieux vaut faire unapply.

1

Menu

38 f:=unapply(diff(p,x),x);

x -> $2\cdot x$

Menu

39 f(x);f(u);

$(2\cdot x, \ 2\cdot x^2 \ )$

Menu

40 d:=gcdex(x^2+2,x,'s','t');normal((x^2+2)*s+t*x); # attention on trouve d et non 1

(2, 2)

Menu

41 n_u est dans l'ideal N car c'est la somme des u_n-u_{n+1} qui sont tous dans N, donc n_u est nilpote
r(x) est somme de r(s) et d'un element de N, donc r(s)=0 implique
que r(x) est dans N et donc que p divise r par definition de p. donc p est le pol min de s

42 p = m/D ou D est le pgcd de m et m'
NB:en caract q K=F_q(T), m=X^q-T, alors m'=0, mais p n'est pas 1 car
l'algebre n'a pas de nilpotents.

43 1/e(1+n/e) se developpe en somme finie, et c'est l'inverse de e+n

44 Prog Edit Add | nxt | OK | Save

```
Dunford:=proc(A)
m:=pcar(A,x)
p:=unapply(normal(m/(gcd(m,diff(m,x)))),
dp:=unapply(normal(diff(p(x),x)),x
u:=x;
#on iter
while rem(p(u),m,x) <> 0 do
d:=gcdex(m,dp(u),x,'s','t'
invdp:=t/d
u:=rem(u-p(u)*invdp,m,x)
od;
normal(subs(x=A,u));
end proc;
```

// Warning: x m p dp u s t d invdp declared as global variable(s)
// End defining Dunford

```
proc(A)
  m:=pcar(A,x);
  p:=unapply(normal(m/(gcd(m,diff(m,x)))),x);
  dp:=unapply(normal(diff(p(x),x)),x);
  u:=x;
  while (rem(p(u),m,x))<>0 do
    d:=gcdex(m,dp(u),x,quote(s),quote(t));
    invdp:=t/d;
    u:=rem(u-p(u)*invdp,m,x);
   od;;
  normal(subs(x=A,u));

end;
```

Menu

45 A:=diag([companion((x^3-2)^5,x),companion(x^5-2*x^2,x)]);

$$
\left[\begin{array}{ccccccccccccccccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -80 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 80 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}\right]
$$

46 S:=Dunford(A);

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
0 & 0 & \frac{70}{243} & 0 & 0 & \frac{-28}{243} & 0 & 0 & \frac{40}{243} & 0 & 0 & \frac{-160}{243} & 0 & 0 & \\
\frac{455}{243} & 0 & 0 & \frac{70}{243} & 0 & 0 & \frac{-28}{243} & 0 & 0 & \frac{40}{243} & 0 & 0 & \frac{-160}{243} & 0 & 0 \\
0 & \frac{455}{243} & 0 & 0 & \frac{70}{243} & 0 & 0 & \frac{-28}{243} & 0 & 0 & \frac{40}{243} & 0 & 0 & \frac{-160}{243} & 0 \\
0 & 0 & \frac{280}{243} & 0 & 0 & \frac{140}{243} & 0 & 0 & \frac{-128}{243} & 0 & 0 & \frac{440}{243} & 0 & 0 & \\
\frac{-455}{486} & 0 & 0 & \frac{280}{243} & 0 & 0 & \frac{140}{243} & 0 & 0 & \frac{-128}{243} & 0 & 0 & \frac{440}{243} & 0 & 0 \\
0 & \frac{-455}{486} & 0 & 0 & \frac{280}{243} & 0 & 0 & \frac{140}{243} & 0 & 0 & \frac{-128}{243} & 0 & 0 & \frac{440}{243} & 0 \\
0 & 0 & \frac{-35}{162} & 0 & 0 & \frac{70}{81} & 0 & 0 & \frac{80}{81} & 0 & 0 & \frac{-176}{81} & 0 & 0 & \\
\frac{65}{162} & 0 & 0 & \frac{-35}{162} & 0 & 0 & \frac{70}{81} & 0 & 0 & \frac{80}{81} & 0 & 0 & \frac{-176}{81} & 0 & 0 \\
0 & \frac{65}{162} & 0 & 0 & \frac{-35}{162} & 0 & 0 & \frac{70}{81} & 0 & 0 & \frac{80}{81} & 0 & 0 & \frac{-176}{81} & 0
\end{array}
$$

0	0	$\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{-35}{486}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0	0	-4…
$\frac{-91}{972}$	0	0	$\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{-35}{486}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0	0
0	$\frac{-91}{972}$	0	0	$\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{-35}{486}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0
0	0	$\frac{-7}{1944}$	0	0	$\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{-5}{243}$	0	0	$\frac{110}{243}$	0	0	1…
$\frac{35}{3888}$	0	0	$\frac{-7}{1944}$	0	0	$\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{-5}{243}$	0	0	$\frac{110}{243}$	0	0

Menu

47 N:=A-S;

0	0	$\frac{-70}{243}$	0	0	$\frac{28}{243}$	0	0	$\frac{-40}{243}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	4…
$\frac{-212}{243}$	0	0	$\frac{-70}{243}$	0	0	$\frac{28}{243}$	0	0	$\frac{-40}{243}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0
0	$\frac{-212}{243}$	0	0	$\frac{-70}{243}$	0	0	$\frac{28}{243}$	0	0	$\frac{-40}{243}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0
0	0	$\frac{-37}{243}$	0	0	$\frac{-140}{243}$	0	0	$\frac{128}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0	0	-1…
$\frac{455}{486}$	0	0	$\frac{-37}{243}$	0	0	$\frac{-140}{243}$	0	0	$\frac{128}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0	0
0	$\frac{455}{486}$	0	0	$\frac{-37}{243}$	0	0	$\frac{-140}{243}$	0	0	$\frac{128}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0
0	0	$\frac{35}{162}$	0	0	$\frac{11}{81}$	0	0	$\frac{-80}{81}$	0	0	$\frac{176}{81}$	0	0	3…
$\frac{-65}{162}$	0	0	$\frac{35}{162}$	0	0	$\frac{11}{81}$	0	0	$\frac{-80}{81}$	0	0	$\frac{176}{81}$	0	0
0	$\frac{-65}{162}$	0	0	$\frac{35}{162}$	0	0	$\frac{11}{81}$	0	0	$\frac{-80}{81}$	0	0	$\frac{176}{81}$	0
0	0	$\frac{-10}{243}$	0	0	$\frac{35}{486}$	0	0	$\frac{83}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0	0	-4…
$\frac{91}{972}$	0	0	$\frac{-10}{243}$	0	0	$\frac{35}{486}$	0	0	$\frac{83}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0	0
0	$\frac{91}{972}$	0	0	$\frac{-10}{243}$	0	0	$\frac{35}{486}$	0	0	$\frac{83}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0
0	0	$\frac{7}{1944}$	0	0	$\frac{-5}{972}$	0	0	$\frac{5}{243}$	0	0	$\frac{133}{243}$	0	0	8…
$\frac{-35}{3888}$	0	0	$\frac{7}{1944}$	0	0	$\frac{-5}{972}$	0	0	$\frac{5}{243}$	0	0	$\frac{133}{243}$	0	0

Menu

48
```
N*S-S*N; # S et N commuttent bien
```

$$\begin{bmatrix}
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0
\end{bmatrix}$$

Menu

49
```
mu:=pmin(S,x); gcd(mu,diff(mu,x)); #S est bien diagonalisable
```

$$(x^4 - 2\cdot x,\ 1)$$

Menu

50