

```

1 restart;maple_mode(1);cas_setup(0,0,0,1,0,1e-10,10,[1,50,0,25],0,0,0); #radians,pas de cmplx, pas de Sqrt
2 astuces, a retenir: sous xcas on utilise unapply.
3 f:=x^2+1; g:=unapply(f,x);expand(g(x+2));
      ( x^2+1, x -> x^2+1, x^2+4·x+5 )
4 f:=x->x^2-2;
// Success
// End defining f
      x -> x^2 - 2
5 df:=x->eval(diff(f(x),x));
// Warning: f declared as global variable(s)
// End defining df
      x -> eval( diff(f(x),x) )
6 df(x);u:=x^2;df(u);
      ( 2·x, x^2, 0 )
7 ca ne marche pas toujours, mieux vaut utiliser unapply, Ou mieux,
  derivier une fonction
8 df:=unapply(diff(f(x),x),x);df(x);df(u);
      ( x -> 2·x, 2·x, 2·x^2 )
9 D(g);fonction_diff(g);D(g)(5);
// Success
// Success
      ( 'x' -> 2·'x', fonction_diff( x -> x^2+1), 10 )
10 pour changer la valeur par defaut, soit dans le menu, soit avec la variable
    Digits, mais c'est pris en compte a partir de l'evaluation suivante.
    Ex: Digits:=100;sqrt(2.0); sur une meme ligne ne marche pas.
11 Digits:=1;
      [ 0 0 0 1 0 [1e-10 1e-15 ] 1 [ 1 50 0 25 ] 0 0 0 ]
12 13*2.;evalf(13*2,3);
      ( 26.0 , 26.0 )
13 Digits:=2;
      [ 0 0 0 1 0 [1e-10 1e-15 ] 2 [ 1 50 0 25 ] 0 0 0 ]
14 13.26*2;
      26.52
15 Digits:=10000;
      [ 0 0 0 1 0 [1e-10 1e-15 ] 10000 [ 1 50 0 25 ] 0 0 0 ]
16 U:=1.:
      Done
17 On fait 14 iterations de la methode de Newton, et on affiche la difference
    avec racine de 2. La majoration du reste montre qu'asymptotiquement le nombre
    de decimales exactes est multiplie par 2 a chaque iteration.
18 normal(x-f(x)/df(x));#On trouve x/2 +1/x c'est donc Heron.
      x^2+2
      2·x
19 r:=evalf(sqrt(2));#on ne le calcule qu'une fois.
Evaluation time: 0.79
1.4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379907324784621070388503875343

```

20 for i from 1 to 14 do U:=U/2+1/U:a:=U-r:print(evalf(a,10)) od:

```
0.24531042936e-2
0.21239014147e-5
0.15948618246e-11
0.89929283219e-24
0.28592838433e-48
0.28904771932e-97
0.29538885168e-195
0.30849150375e-391
0.33646618312e-783
0.40025599883e-1567
0.56640973067e-3135
0.11342699276e-6270
0.00000000000
```

Done

21 Digits:=10;

```
[0 0 0 1 0 [1e-10 1e-15 ] 10 [1 50 0 25 ] 0 0 0 ]
```

22 -----Jordan, Dunford-----

23 La decomposition d'une matrice reelle est reelle: par conjugaison et unicite de la decomp de Dunford

24 C1:=companion((X^3-8)^2,X);

0	0	0	0	0	-64
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	16
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0

25 C2:=companion((X^2-4)^3,X);

0	0	0	0	0	64
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	-48
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	12
0	0	0	0	1	0

26 A:=diag(C1,C2);

0	0	0	0	0	-64	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	16	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-48
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

27 cas_setup(0,0,1,1,0,1e-10,10,[1,50,0,25],0,1,0); #mode complexe est racines carrees.

28 rat_jordan(A);

0	-4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	-2

29 rat_jordan(companion((x^3-2)^2,x));

0	0	2	1	0	0
1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	2
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0

30 J:=jordan(A,'Q');Q;

2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-128			
0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-64			
0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-32			
0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16			
0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8			
0	0	0	0	0	-2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4			
0	0	0	0	0	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	96	144	88	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	- $\sqrt{3}\cdot 1$	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	48	48	20	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	- $\sqrt{3}\cdot 1$	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-48	-96	-62	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{3}\cdot 1$	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	-24	-36	-13	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{3}\cdot 1$	-1	1	0	0	0	0	0	0	6	15	16	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\sqrt{3}\cdot 1$	-1	0	0	0	0	0	0	3	6	5	0

31 f:=(i,j)->if i=j then J[i,j] else 0 fi;

// Warning: J declared as global variable(s)
// End defining f

```
if i=j then
  J[i,j] else
  0
```


34 normal(S*N-N*S); # verification:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

35 u:=x^2;p:=x^2+1;

(x^2, x^2+1)

36 f:=x->eval(diff(p,x));

// Warning: p declared as global variable(s)
// End defining f

x -> eval(diff(p,x))

37 f(x);

$2 \cdot x$

38 f(u); #ca ne convient donc pas. mieux vaut faire unapply.

1

39 f:=unapply(diff(p,x),x);

x -> 2 \cdot x

40 f(x);f(u);

$(2 \cdot x, 2 \cdot x^2)$

41 d:=gcdex(x^2+2,x,'s','t');normal((x^2+2)*s+t*x); # attention on trouve d et non 1

$(2, 2)$

42 n_u est dans l'ideal N car c'est la somme des $u_n - u_{n+1}$ qui sont tous dans N, donc n_u est nilpotent.
 $r(x)$ est somme de $r(s)$ et d'un element de N, donc $r(s)=0$ implique que $r(x)$ est dans N et donc que p divise r par definition de p. donc p est le pol min de s

43 $p = m/D$ ou D est le pgcd de m et m'
 NB: en caract q $K = F_q(T)$, $m = X^q - T$, alors $m' = 0$, mais p n'est pas 1 car l'algebre n'a pas de nilpotents.

44 $1/e(1+n/e)$ se developpe en somme finie, et c'est l'inverse de $e+n$

```
Dunford:= proc (A)
m:=pcar(A,x,lagrange);
p:=unapply(normal(m/(gcd(m,diff(m,x)))),x);
dp:=unapply(normal(diff(p(x),x)),x);
u:=x;
#on itere
while rem(p(u),m,x) <> 0 do
d:=gcdex(m,dp(u),x,'s','t');
invdp:=t/d;
u:=rem(u-p(u)*invdp,m,x);
od;
horner(u,A);
end proc;
```

```
proc(A)
m:=pcar(A,x,'lagrange');
p:=unapply(normal(m/(gcd(m,diff(m,x)))),x);
dp:=unapply(normal(diff(p(x),x)),x);
u:=x;
while (rem(p(u),m,x)<>0) do
d:=gcdex(m,dp(u),x,quote(s),quote(t));
invdp:=t/d;
u:=rem(u-p(u)*invdp,m,x);
od;
horner(u,A);
```

46 A:=diag([companion((x^3-2)^5,x),companion(x^5-2*x^2,x)]);

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	32	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-80	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-40	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

47 S:=Dunford(A);

0	0	$\frac{70}{243}$	0	0	$\frac{-28}{243}$	0	0	$\frac{40}{243}$	0	0	$\frac{-160}{243}$	0	0	$\frac{3520}{243}$
$\frac{455}{243}$	0	0	$\frac{70}{243}$	0	0	$\frac{-28}{243}$	0	0	$\frac{40}{243}$	0	0	$\frac{-160}{243}$	0	0
0	$\frac{455}{243}$	0	0	$\frac{70}{243}$	0	0	$\frac{-28}{243}$	0	0	$\frac{40}{243}$	0	0	$\frac{-160}{243}$	0
0	0	$\frac{280}{243}$	0	0	$\frac{140}{243}$	0	0	$\frac{-128}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0	0	$\frac{-8960}{243}$
$\frac{-455}{486}$	0	0	$\frac{280}{243}$	0	0	$\frac{140}{243}$	0	0	$\frac{-128}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0	0
0	$\frac{-455}{486}$	0	0	$\frac{280}{243}$	0	0	$\frac{140}{243}$	0	0	$\frac{-128}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0
0	0	$\frac{-35}{162}$	0	0	$\frac{70}{81}$	0	0	$\frac{80}{81}$	0	0	$\frac{-176}{81}$	0	0	$\frac{3080}{81}$
$\frac{65}{162}$	0	0	$\frac{-35}{162}$	0	0	$\frac{70}{81}$	0	0	$\frac{80}{81}$	0	0	$\frac{-176}{81}$	0	0
0	$\frac{65}{162}$	0	0	$\frac{-35}{162}$	0	0	$\frac{70}{81}$	0	0	$\frac{80}{81}$	0	0	$\frac{-176}{81}$	0
0	0	$\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{-35}{486}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0	0	$\frac{-4928}{243}$
$\frac{-91}{972}$	0	0	$\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{-35}{486}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0	0
0	$\frac{-91}{972}$	0	0	$\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{-35}{486}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	$\frac{440}{243}$	0
0	0	$\frac{-7}{1944}$	0	0	$\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{-5}{243}$	0	0	$\frac{110}{243}$	0	0	$\frac{1540}{243}$
$\frac{35}{3888}$	0	0	$\frac{-7}{1944}$	0	0	$\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{-5}{243}$	0	0	$\frac{110}{243}$	0	0
0	$\frac{35}{3888}$	0	0	$\frac{-7}{1944}$	0	0	$\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{-5}{243}$	0	0	$\frac{110}{243}$	0
0	0	$\frac{-7}{1944}$	0	0	$\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{-5}{243}$	0	0	$\frac{110}{243}$	0	0	0

48 N:=A-S;

0	0	$\frac{-70}{243}$	0	0	$\frac{28}{243}$	0	0	$\frac{-40}{243}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0	$\frac{4256}{243}$
$\frac{-212}{243}$	0	0	$\frac{-70}{243}$	0	0	$\frac{28}{243}$	0	0	$\frac{-40}{243}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0	0
0	$\frac{-212}{243}$	0	0	$\frac{-70}{243}$	0	0	$\frac{28}{243}$	0	0	$\frac{-40}{243}$	0	0	$\frac{160}{243}$	0
0	0	$\frac{-37}{243}$	0	0	$\frac{-140}{243}$	0	0	$\frac{128}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0	0	$\frac{-10480}{243}$
$\frac{455}{486}$	0	0	$\frac{-37}{243}$	0	0	$\frac{-140}{243}$	0	0	$\frac{128}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0	0
0	$\frac{455}{486}$	0	0	$\frac{-37}{243}$	0	0	$\frac{-140}{243}$	0	0	$\frac{128}{243}$	0	0	$\frac{-440}{243}$	0
0	0	$\frac{35}{162}$	0	0	$\frac{11}{81}$	0	0	$\frac{-80}{81}$	0	0	$\frac{176}{81}$	0	0	$\frac{3400}{81}$
$\frac{-65}{162}$	0	0	$\frac{35}{162}$	0	0	$\frac{11}{81}$	0	0	$\frac{-80}{81}$	0	0	$\frac{176}{81}$	0	0
0	$\frac{-65}{162}$	0	0	$\frac{35}{162}$	0	0	$\frac{11}{81}$	0	0	$\frac{-80}{81}$	0	0	$\frac{176}{81}$	0

		243		486		243		243		243		243		
$\frac{91}{972}$	0	0	$-\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{35}{486}$	0	0	$\frac{83}{243}$	0	0	$-\frac{440}{243}$	0	0
0	$\frac{91}{972}$	0	0	$-\frac{10}{243}$	0	0	$\frac{35}{486}$	0	0	$\frac{83}{243}$	0	0	$-\frac{440}{243}$	0
0	0	$\frac{7}{1944}$	0	0	$-\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{5}{243}$	0	0	$\frac{133}{243}$	0	0	$\frac{890}{243}$
$-\frac{35}{3888}$	0	0	$\frac{7}{1944}$	0	0	$-\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{5}{243}$	0	0	$\frac{133}{243}$	0	0
0	$-\frac{35}{3888}$	0	0	$-\frac{7}{1944}$	0	0	$-\frac{5}{972}$	0	0	$\frac{5}{243}$	0	0	$\frac{133}{243}$	0

49 N*S-S*N; # S et N commutent bien

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

50 mu:=pmin(S,x); gcd(mu,diff(mu,x)); #S est bien diagonalisable

$$(((- x) \cdot x \cdot x + 2) \cdot x, 1)$$