

1 Exercice Conique par 5 points

```
2 purge(x,y); // on prend 2 variable
```

( No such variable x, No such variable y )

```
3 A:=matrix(5,2,(u,v)->(rand(50)-25)/(1+rand(20))); // une liste c
```

$$\begin{bmatrix} \frac{11}{15}, & \frac{4}{3} \\ \frac{13}{4}, & -\frac{1}{3} \\ -\frac{22}{9}, & \frac{19}{6} \\ -1, & \frac{5}{8} \\ -6, & 2 \end{bmatrix}$$

```
4 A:=append(A,[x,y]); // on ajoute un point formel [x,y]
```

$$\begin{bmatrix} \frac{11}{15}, & \frac{4}{3} \\ \frac{13}{4}, & -\frac{1}{3} \\ -\frac{22}{9}, & \frac{19}{6} \\ -1, & \frac{5}{8} \\ -6, & 2 \end{bmatrix}$$

5 On cree une fonction F qui attend un vecteur X du type [a,b] qui nous per  
de creer facilement la martrice voulue

```
6 F(X):=[X[0]^2,X[1]^2,X[0]*X[1],X[0],X[1],1];
```

```
(X)->{  
  [(X[0])^2,(X[1])^2,X[0]*X[1],X[0],X[1],1];  
}
```

```
7 F(A[0]);
```

$$\left[ \frac{121}{225}, \frac{16}{9}, \frac{44}{45}, \frac{11}{15}, \frac{4}{3}, 1 \right]$$

```
8 Mat:=[seq(F(A[j]),j=0..5)];
```

$$\begin{bmatrix} \frac{121}{225} & \frac{16}{9} & \frac{44}{45} & \frac{11}{15} & \frac{4}{3} & 1 \\ \frac{169}{16} & \frac{1}{9} & -\frac{13}{12} & \frac{13}{4} & -\frac{1}{3} & 1 \\ \frac{484}{81} & \frac{361}{36} & -\frac{209}{27} & -\frac{22}{9} & \frac{19}{6} & 1 \\ 1 & \frac{25}{64} & -\frac{5}{8} & -1 & \frac{5}{8} & 1 \\ 36 & 4 & -12 & -6 & 2 & 1 \\ x^2 & y^2 & x*y & x & y & 1 \end{bmatrix}$$

```
9 C:=det(Mat); // Equation de la conique C
```

$$75708988740*x^2 + 477426182376*y^2 + 404369002455*x*y - 323073503335923200$$

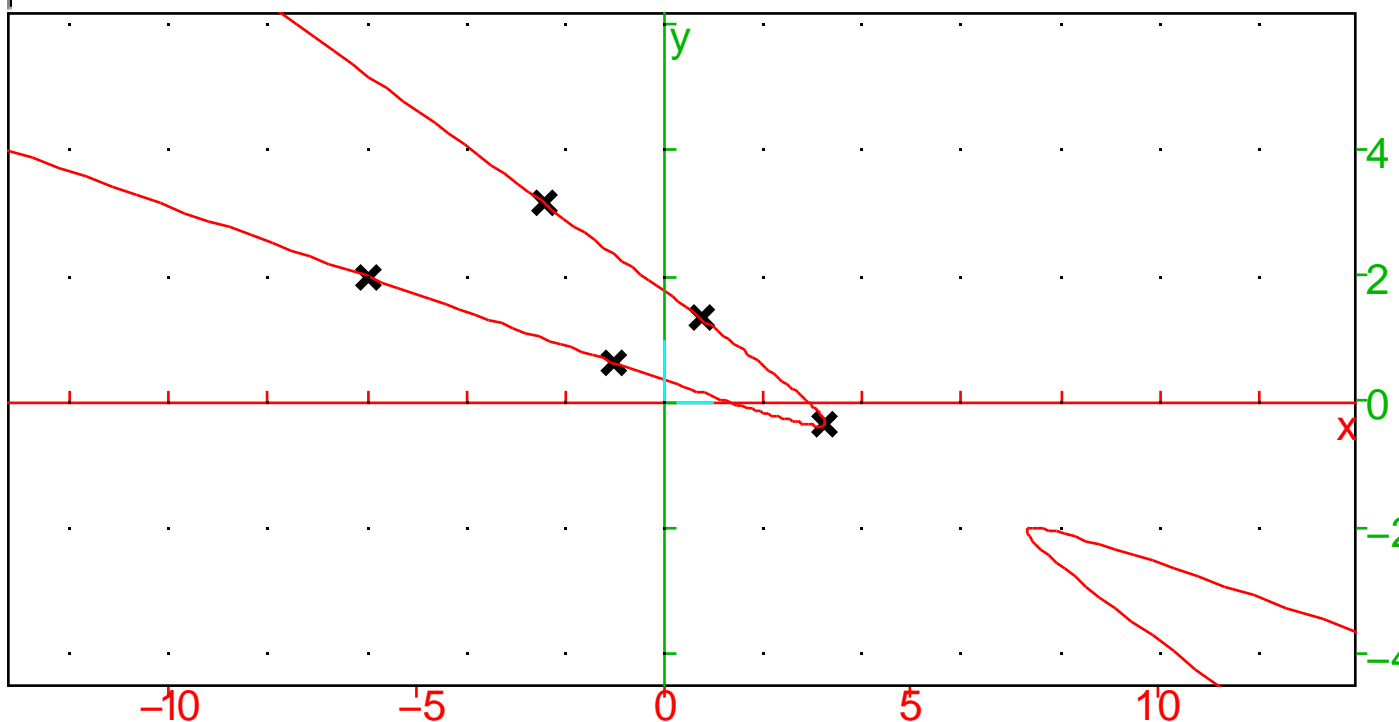
```
10 D1:=seq(point(A[j],display=point_width_3),j=0..4);;
```

Done

```
11 D2:=plotimplicit(C,[x=-5..5,y=-5..5],color=red):i // pour ne pas
```

Done

```
12 D1,D2; //petit dessin pour verifier
```



```
13
```

```
14
```

### Exercice Equations de degr'e 4 et radicaux

```
15 eq:=u^4+4*u^3-4*u^2-2*u+1;
```

$$u^4 + 4u^3 - 4u^2 - 2u + 1$$

```
16 A1:=[[0,0,-1/2],[0,1,0],[-1/2,0,0]];
```

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

```
17 A2:=[[1,2,0],[2,-4,-1],[0,-1,1]];
```

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & -1 \end{vmatrix}$$

```
18 X:=[[x],[y],[1]];
```

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
19 C:=( transpose (X)*A2*X)[0,0];
```

$$x*(x+2*y)+y*(2*x-4*y-1)-y+1$$

```
20 normal (unapply (C,x,y) (u^2,u)-eq); // verification
```

$$0$$

```
21 P:=det (A1*x+A2); //les coniques degenerées
```

$$\frac{-x^3 + 4*x^2 + 12*x - 36}{4}$$

```
22 proot (P); //valeurs approch\ees
```

$$[-3.21509248001, 2.25951052137, 4.95558195864 ]$$

```
23 numer (P); // pour rendre P a coefficients entiers
```

$$-x^3 + 4*x^2 + 12*x - 36$$

```
24 rootof (numer (P)); //on choisit la plus grande racine (pour ordre
```

$$\text{rootof}([1,0],\text{poly1}[-1,4,12,-36])$$

```
25 purge (a); //on s'assure que la lettre a est libre
```

No such variable a

```
26 rootof (numer (P)) := 'a'; // astuce pour donner le nom 'a' a cette :
```

a

```
27 Pour factoriser P dans une extension contenant a, on passe a en second a  
de factor. On peut passer aussi une liste: Ex factor(P [a h])
```

28 **factor** (P,a); //remarquez que P n'est pas scind\ 'e sur QQ[a]

$$-\frac{(x-a)*(x^2 + (a-4)*x + a^2 - 4*a - 12)}{4}$$

M

29 Ca:=( **transpose** (X)\*(A1\*a+A2)\*X)[0,0];

$$-\frac{x*a}{2} + x*\left(-\frac{a}{2} + x + 2*y\right) + y*(y*(a-4) + 2*x - 1) - y + 1$$

M

30 **factor** (Ca,a); //on factorise sur QQ[a]

$$\left(x + \frac{-a^2 - 2*a + 36}{6} * y + \frac{a^2 - 4*a - 6}{6}\right) * \left(x + \frac{a^2 + 2*a - 12}{6} * y + \frac{-a^2 - 2*a + 6}{6}\right)$$

M

31