

qu'elle est inversible est une invitation expresse à donner des éléments de démonstration d'une telle affirmation.

– **Optimisation.**

L'application de résultats de base sur la minimisation de fonctionnelles convexes ou du théorème des extrema liés reste un obstacle infranchissable pour trop de candidats.

6.7 Option C : Algèbre et Calcul formel

Exposé.

Commençons par mettre le doigt sur un travers en progression continue ces dernières années : celui de traiter le texte comme une suite d'exercices. Un tel parti-pris a pour conséquence un exposé totalement décousu et incompréhensible pour un auditoire qui, le candidat se le voit rappeler, n'est pas censé connaître le texte et le découvre ; ces exposés sont très frustrants pour le jury en ce qu'ils méconnaissent totalement l'esprit de l'épreuve. Une fois encore, il n'est pas attendu d'un candidat qu'il traite le texte dans son intégralité ; il est néanmoins attendu que la partie / les parties qu'il traite soient perçues et présentées comme un tout cohérent, partant d'une question et avançant dans la direction d'une réponse via des techniques mathématiques ; et que cette cohérence apparaisse au travers de l'exposé.

Aspects mathématiques.

Le jury regrette que l'algèbre linéaire, qui constitue le coeur du programme de l'agrégation, ne soit pas davantage maîtrisée, à la fois dans ses aspects théoriques (par exemple, théorème du rang, caractérisation du rang en terme de mineurs, condition suffisante d'existence de solution non triviale à un système linéaire homogène, etc.) et dans ses aspects calculatoires. Peu de candidats savent que la méthode du pivot de Gauss permet de résoudre l'essentiel des problèmes calculatoires de l'algèbre linéaire (rang, résolution de systèmes linéaires, inversion, déterminant). À l'inverse, beaucoup pensent que réduire (diagonaliser ou trigonaliser une matrice) permet de calculer le déterminant ; d'un point de vue théorique, c'est le cas, mais d'un point de vue calculatoire c'est en général très maladroit. En outre, sur le plan conceptuel, il s'agit de deux problèmes de nature fondamentalement différente. Les suites récurrentes linéaires sont toujours aussi mal connues, ainsi que la suite arithmético-géométrique $x_{n+1} = ax_n + b$, que presque aucun candidat ne sait traiter sans aide.

Le résultant reste le parent pauvre de l'option, même si des progrès sont à constater : la mention d'élimination par le jury provoque un réflexe résultant. La matrice de Sylvester est généralement connue, mais la mise en œuvre de l'objet (ou la simple question de savoir dans quel ensemble vit le résultant) reste problématique. Comme les années précédentes, rappelons que les candidats devraient connaître les deux difficultés classiques (points ou composantes "à l'infini", correspondant à l'annulation conjointe des termes de tête, et points ou composantes définies sur la clôture algébrique). L'interprétation géométrique du résultant dans un problème d'élimination comme permettant de calculer la projection d'une intersection est un support précieux à l'intuition, et permet d'illustrer les deux pathologies ci-dessus. Elle gagnerait à être mieux connue des candidats. Faute de mieux, le jury est déjà heureux de voir des candidats avoir une relative maîtrise opérationnelle du résultant comme outil permettant de calculer des (sur-ensembles d') intersections de courbes ou de surfaces, et de mener ce processus à bien. Les candidats montrant leur maîtrise du sujet ont pu obtenir de très bonnes notes.

Plus largement, les anneaux de polynômes en plusieurs variables et leurs propriétés arithmétiques posent de gros problèmes aux candidats, sur des questions élémentaires comme : peut-on factoriser un polynôme en n variables ? Le pgcd existe-t-il ? Peut-on faire une division euclidienne dans cet anneau ? Par ce polynôme, etc.

Les connaissances en arithmétique sont dans l'ensemble plus satisfaisantes, avec toujours le même point noir : la vision "naïve" de l'algorithme d'Euclide étendu comme "remonter les identités déduites de l'al-

gorithme d'Euclide" trouve très vite ses limites, et nous renvoyons aux rapports 2010 et 2011 sur ce point. L'exponentiation rapide, longtemps bien maîtrisée, disparaît franchement de la culture de bien des candidats, au grand regret du jury. Enfin, beaucoup de candidats ne sont pas à l'aise avec la manipulation des congruences, et se réfugient dans des égalités qui, fréquemment, alourdissent considérablement les calculs et les arguments.

La complexité des opérations élémentaires ne fait pas non plus partie de la culture des candidats. Il s'agit pourtant d'un sujet où il est important d'avoir des repères pour comprendre la pertinence de certains choix faits dans les textes. Il devrait être à la portée des candidats de retenir que l'addition est linéaire en la taille de l'entrée, le reste de l'arithmétique (multiplication, division, pgcd, Euclide étendu) au plus quadratique dans le cas des nombres et des polynômes, et que les algorithmes standard (multiplication, pivot de Gauss, déterminant, inversion, résolution de système linéaire) sur les matrices ont un coût au plus cubique (cette fois en la dimension de la matrice). Sur ce point aussi, on ne peut que déplorer l'absence de réflexe en matière de comparaison série-intégrale, technique précieuse pour estimer des sommes $\sum_{n \leq N} n^\alpha$, fréquentes dans les analyses de complexité.

Informatique.

Outre les remarques générales, le jury incite vivement les candidats à se poser, avant l'oral, la question spécifique de la représentation et de la manipulation, souvent un peu délicate, des éléments des corps finis non premiers dans le logiciel de leur choix.

La proportion de candidats arrivant sans illustration informatique continue à augmenter, tandis que la qualité moyenne des illustrations tend à diminuer, ce qui est extrêmement regrettable. L'exercice d'illustration est souvent vécu par les candidats comme une corvée dont il faut se débarrasser. Les mêmes candidats se lancent en contrepartie dans des calculs lourds et interminables au tableau, calculs qu'ils pourraient avantageusement conduire dans leur système de calcul formel – ce qui leur fournirait, souvent, une (parfois très) bonne illustration de l'utilisation de l'outil informatique dans un contexte pédagogique...

6.8 Option D : Modélisation et Analyse de Systèmes Informatiques

Le jury a apprécié le travail accompli pour la préparation de cette épreuve par les meilleurs candidats. Il a interrogé les candidats dans le même esprit que dans les autres options et les critères d'évaluation étaient largement identiques sauf en ce qui concerne l'exercice de programmation. Le lecteur est invité à se reporter à la section du rapport consacrée à l'épreuve de modélisation pour les remarques générales sur la structure de cette épreuve. Nous ne détaillons ici que les aspects spécifiques à cette épreuve dans l'option Informatique.

Exposé des motivations. Beaucoup de candidats omettent la phase indispensable d'introduction et de motivation. C'est au candidat d'introduire le sujet du texte et de motiver la présentation qui va suivre. Cette motivation sera le plus souvent l'évocation de situations concrètes dans lesquelles on a besoin d'outils informatiques spécifiques. Ces situations peuvent être proposées par le texte lui-même, mais elles peuvent aussi être tirées de l'expérience personnelle du candidat. Toute contribution personnelle à ce niveau est toujours très appréciée !

Exercice de programmation informatique. Au cours de l'exposé, le candidat présente son *exercice de programmation*. Nous donnons quelques recommandations spécifiques à cette partie de l'épreuve à la fin de ce rapport.

Cette partie de l'épreuve a été globalement satisfaisante, les candidats ayant généralement bien compris l'importance qui y est attachée. Elle dure environ 10 minutes. Le candidat choisit librement dans le temps