Circuits Logiques

Jean-Claude Bajard

IUT de Montpellier

Algèbre de Boole

Définition 1
L'ensemble $\{0, 1\}$ *muni des lois :*

-
-
-

Algèbre de Boole

Définition 1
L'ensemble $\{0, 1\}$ *muni des lois :*

- *"ou"*, $+$
-
-

Algèbre de Boole

Définition 1
L'ensemble $\{0, 1\}$ *muni des lois :*

- *"ou"*, $+$
- *"et"*, $.$
-

Algèbre de Boole

Définition 1
L'ensemble $\{0,1\}$ *muni des lois :*

- *"ou"*, $+$
- *"et"*, $.$
- *"négation"*, $\overline{\mathbf{A}}$ *ou encore* $\neg \mathbf{A}$

Algèbre de Boole

Définition 1
L'ensemble $\{0, 1\}$ *muni des lois :*

- *"ou"*, $+$
- *"et"*, $.$
- *"négation"*, $\overline{\mathbf{A}}$ *ou encore* $\neg \mathbf{A}$

est une algèbre de Boole.

Propriétés

Propriétés

- $+$ et $.$ sont associatives et commutatives
-
-
-
-
-

Propriétés

- $+$ et $.$ sont associatives et commutatives
- 0 élément neutre de $+$
-
-
-
-

Propriétés

- $+$ et $.$ sont associatives et commutatives
- 0 élément neutre de $+$
- 1 élément neutre de $.$
-
-
-

Propriétés

- $+$ et . sont associatives et commutatives
- 0 élément neutre de $+$
- 1 élément neutre de .
- $+$ et . sont distributives l'une sur l'autre
-
-

Propriétés

- $+$ et $.$ sont associatives et commutatives
- 0 élément neutre de $+$
- 1 élément neutre de $.$
- $+$ et $.$ sont distributives l'une sur l'autre
  $\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB}+\mathbf{AC}$
-
-

Propriétés

- $+$ et $.$ sont associatives et commutatives
- $\mathbf{0}$ élément neutre de $+$
- $\mathbf{1}$ élément neutre de $.$
- $+$ et $.$ sont distributives l'une sur l'autre
  $\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB}+\mathbf{AC}$ et $\mathbf{A}+(\mathbf{B}.\mathbf{C}) = (\mathbf{A}+\mathbf{B}).(\mathbf{A}+\mathbf{C})$
-
-

Propriétés

- $+$ et . sont associatives et commutatives
- $\mathbf{0}$ élément neutre de $+$
- $\mathbf{1}$ élément neutre de .
- $+$ et . sont distributives l'une sur l'autre
  $\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB}+\mathbf{AC}$ et $\mathbf{A}+(\mathbf{B}.\mathbf{C}) = (\mathbf{A}+\mathbf{B}).(\mathbf{A}+\mathbf{C})$
- la négation est involutive $\neg\neg\mathbf{A} = \overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$
-

Propriétés

- $+$ et . sont associatives et commutatives
- $\mathbf{0}$ élément neutre de $+$
- $\mathbf{1}$ élément neutre de .
- $+$ et . sont distributives l'une sur l'autre
  $\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB}+\mathbf{AC}$ et $\mathbf{A}+(\mathbf{B.C}) = (\mathbf{A}+\mathbf{B}).(\mathbf{A}+\mathbf{C})$
- la négation est involutive $\neg\neg\mathbf{A} = \overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$
- loi de Morgan :

Propriétés

- $+$ et $.$ sont associatives et commutatives
- $\mathbf{0}$ élément neutre de $+$
- $\mathbf{1}$ élément neutre de $.$
- $+$ et $.$ sont distributives l'une sur l'autre
  $\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB}+\mathbf{AC}$ et $\mathbf{A}+(\mathbf{B}.\mathbf{C}) = (\mathbf{A}+\mathbf{B}).(\mathbf{A}+\mathbf{C})$
- la négation est involutive $\neg\neg\mathbf{A} = \overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$
- loi de Morgan : $\overline{\mathbf{A}+\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{A}} \,.\, \overline{\mathbf{B}}$

Propriétés

- $+$ et . sont associatives et commutatives
- $\mathbf{0}$ élément neutre de $+$
- $\mathbf{1}$ élément neutre de .
- $+$ et . sont distributives l'une sur l'autre
  $\mathbf{A}(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{AB}+\mathbf{AC}$ et $\mathbf{A}+(\mathbf{B}.\mathbf{C}) = (\mathbf{A}+\mathbf{B}).(\mathbf{A}+\mathbf{C})$
- la négation est involutive $\neg\neg\mathbf{A} = \overline{\overline{\mathbf{A}}} = \mathbf{A}$
- loi de Morgan : $\overline{\mathbf{A}+\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{A}}\ .\ \overline{\mathbf{B}}$ et $\overline{\mathbf{A}.\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{A}}+\overline{\mathbf{B}}$

LES OPÉRATEURS DE BASE

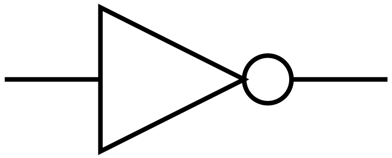
L'opérateur NON

$\overline{A}$

A	$\overline{A}$
0	
1	

L'opérateur NON

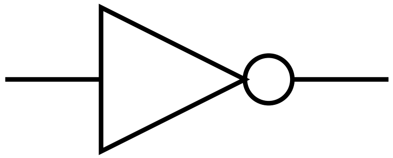
$\overline{A}$



A	$\overline{A}$
0	
1	

L'opérateur NON

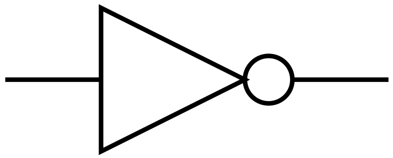
$\overline{A}$



A	$\overline{A}$
0	1
1	

L'opérateur NON

$\overline{A}$



A	$\overline{A}$
0	1
1	0

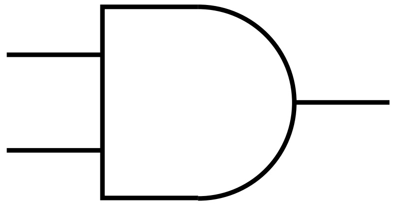
L'opérateur ET, AND

$A \,.\, B$

A	B	A . B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur ET, AND

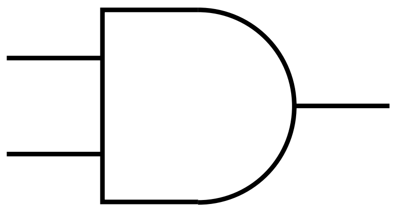
$A \cdot B$



A	B	A . B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur ET, AND

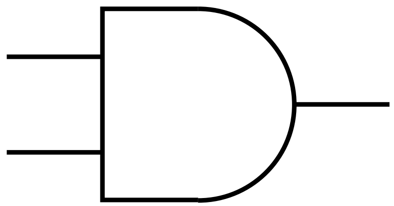
$A . B$



A	B	A . B
0	0	0
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur ET, AND

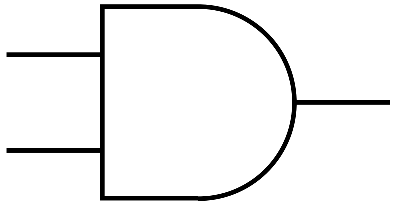
A . B



A	B	A . B
0	0	0
0	1	0
1	0	
1	1	

L'opérateur ET, AND

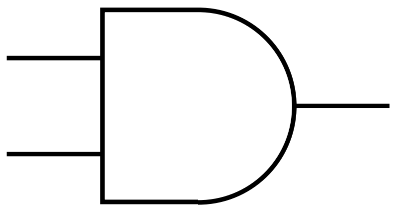
$A \,.\, B$



A	B	$A \,.\, B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	

L'opérateur ET, AND

$A \,.\, B$



A	B	A . B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

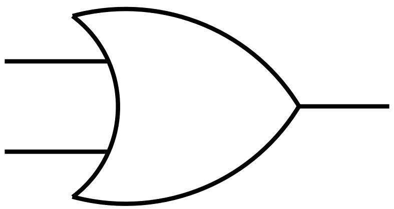
L'opérateur OU, OR

$A + B$

A	B	A + B
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur OU, OR

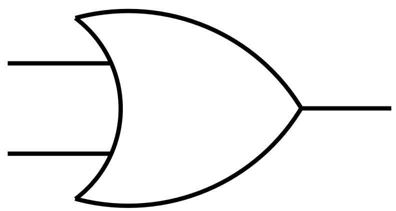
$\mathbf{A} + \mathbf{B}$



$\mathbf{A}$	$\mathbf{B}$	$\mathbf{A} + \mathbf{B}$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur OU, OR

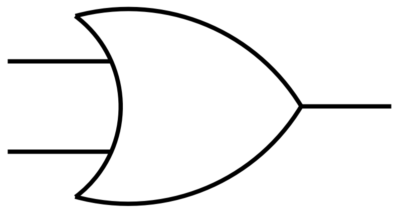
$A + B$



A	B	A + B
0	0	0
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur OU, OR

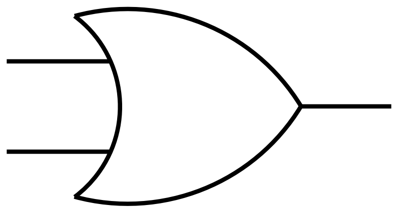
$A + B$



A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	
1	1	

L'opérateur OU, OR

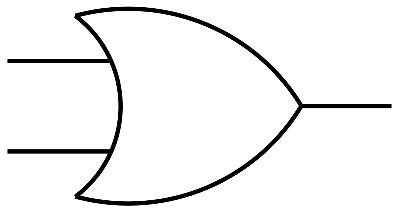
$\mathbf{A} + \mathbf{B}$



A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	

L'opérateur OU, OR

$A + B$



A	B	$A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

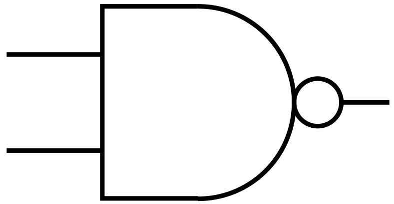
L'opérateur NAND

$\overline{A \cdot B}$

A	B	$\overline{A \cdot B}$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur NAND

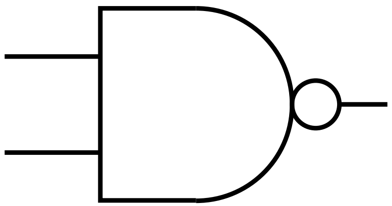
$\overline{A . B}$



A	B	$\overline{A . B}$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur NAND

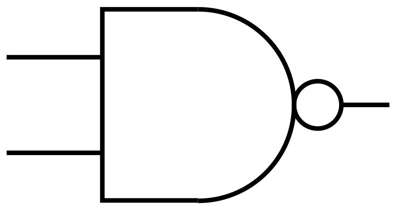
$\overline{A \,.\, B}$



A	B	$\overline{A \,.\, B}$
0	0	1
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur NAND

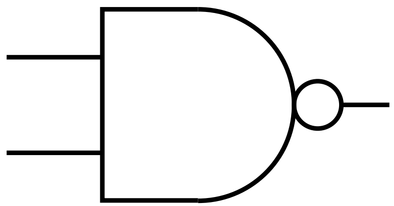
$\overline{A \,.\, B}$



A	B	$\overline{A \,.\, B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	
1	1	

L'opérateur NAND

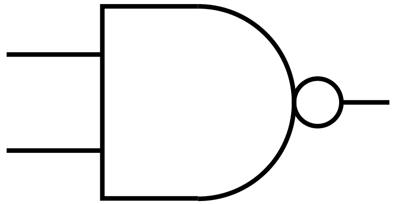
$\overline{A\ .\ B}$



A	B	$\overline{A\ .\ B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	

L'opérateur NAND

$$\overline{A \,.\, B}$$



A	B	$\overline{A \,.\, B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

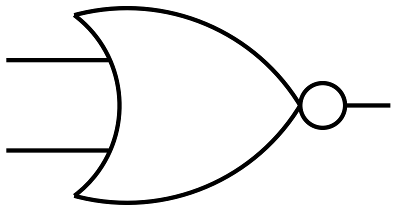
L'opérateur NOR

$$\overline{A + B}$$

A	B	$\overline{A + B}$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur NOR

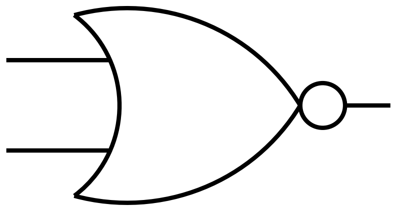
$\overline{A + B}$



A	B	$\overline{A + B}$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur NOR

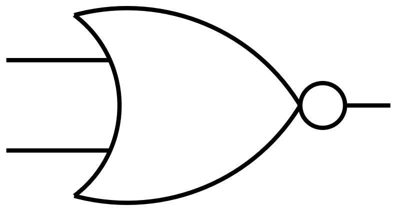
$\overline{A + B}$



A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur NOR

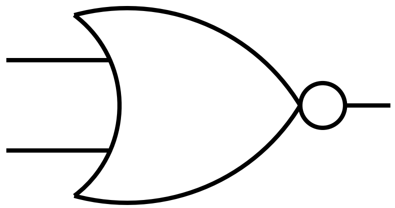
$$\overline{A + B}$$



A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	
1	1	

L'opérateur NOR

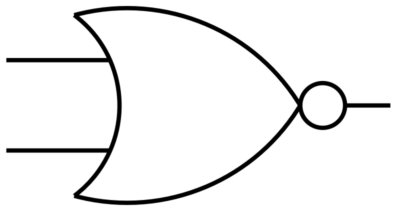
$$\overline{A + B}$$



A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	

L'opérateur NOR

$$\overline{A + B}$$



A	B	$\overline{A + B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

L'opérateur XOR

$$A \oplus B$$

A	B	$A \oplus B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

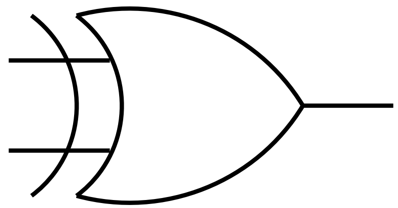
L'opérateur XOR

$$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$

A	B	$A \oplus B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur XOR

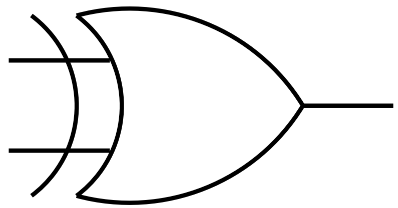
$$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$



A	B	$A \oplus B$
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur XOR

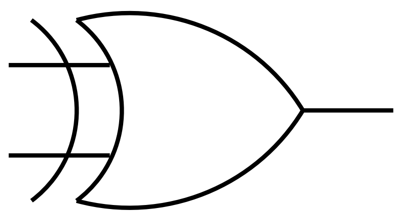
$$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$



A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	
1	0	
1	1	

L'opérateur XOR

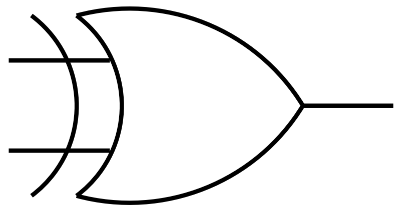
$$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$



A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	
1	1	

L'opérateur XOR

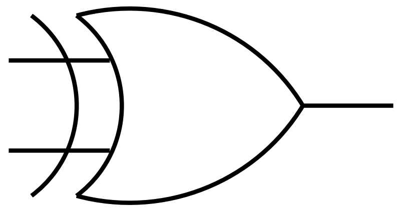
$$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$



A	B	A ⊕ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	

L'opérateur XOR

$$A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$$



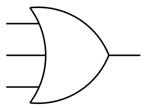
A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Entrées et sorties

- **Fan-in** nombre maximal d'entrées
- **Fan-out** nombre maximal de portes pouvant être alimentées
- Exemple:
- Exemple:

Entrées et sorties

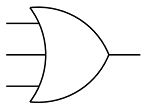
- **Fan-in** nombre maximal d'entrées
- **Fan-out** nombre maximal de portes pouvant être alimentées
- Exemple:



- Exemple:

Entrées et sorties

- **Fan-in** nombre maximal d'entrées
- **Fan-out** nombre maximal de portes pouvant être alimentées
- Exemple:

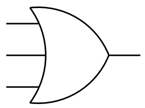


ce qui s'écrit

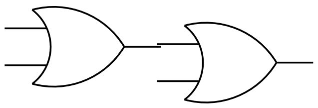
- Exemple:

Entrées et sorties

- **Fan-in** nombre maximal d'entrées
- **Fan-out** nombre maximal de portes pouvant être alimentées
- Exemple:



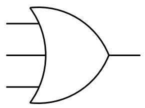
ce qui s'écrit



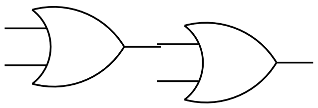
- Exemple:

Entrées et sorties

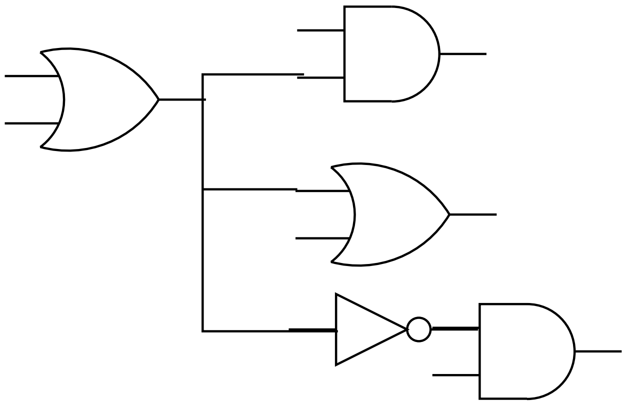
- **Fan-in** nombre maximal d'entrées
- **Fan-out** nombre maximal de portes pouvant être alimentées
- Exemple:



ce qui s'écrit



- Exemple:



SIMPLIFICATIONS

Opérateurs universels

-
  -
  -
  -
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆
  - ⋆
  - ⋆
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - $\overline{A}$
  -
  -
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{A} = \overline{A \,.\, A}$
  - ⋆
  - ⋆
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{A} = \overline{A \,.\, A} = \overline{A + A}$
  - ⋆
  - ⋆
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} \,.\, \mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} \,.\, \mathbf{B}$
  - ⋆
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B} = \overline{\overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B}} \, . \, \overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B}}}$
  - ⋆
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} . \mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} . \mathbf{B} = \overline{\overline{\mathbf{A} . \mathbf{B}} . \overline{\mathbf{A} . \mathbf{B}}} = \overline{\overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B} + \mathbf{B}}}$
  - ⋆
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B} = \overline{\overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B}} \, . \, \overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B}}} = \overline{\overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B} + \mathbf{B}}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} + \mathbf{B}$
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} \,.\, \mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} \,.\, \mathbf{B} = \overline{\overline{\mathbf{A} \,.\, \mathbf{B}} \,.\, \overline{\mathbf{A} \,.\, \mathbf{B}}} = \overline{\overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B} + \mathbf{B}}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \overline{\overline{\mathbf{A} \,.\, \mathbf{A}} \,.\, \overline{\mathbf{B} \,.\, \mathbf{B}}}$
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{A} = \overline{A \,.\, A} = \overline{A + A}$
  - ⋆ $A \,.\, B = \overline{\overline{A \,.\, B} \,.\, \overline{A \,.\, B}} = \overline{\overline{A + A} + \overline{B + B}}$
  - ⋆ $A + B = \overline{\overline{A \,.\, A} \,.\, \overline{B \,.\, B}} = \overline{\overline{A + B} + \overline{A + B}}$
-

Opérateurs universels

- NAND et NOR sont des opérateurs universels
  - ⋆ $\overline{\mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{A}} = \overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B} = \overline{\overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B}} \, . \, \overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{B}}} = \overline{\overline{\mathbf{A} + \mathbf{A}} + \overline{\mathbf{B} + \mathbf{B}}}$
  - ⋆ $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \overline{\overline{\mathbf{A} \, . \, \mathbf{A}} \, . \, \overline{\mathbf{B} \, . \, \mathbf{B}}} = \overline{\overline{\mathbf{A} + \mathbf{B}} + \overline{\mathbf{A} + \mathbf{B}}}$
- Intérêt: les circuits CMOS (complementary metal oxyde semi-conductor)

Formes canoniques

-
-

Formes canoniques

- **Première forme canonique:** expression écrite sous la forme d'une *somme* de *produits*
-

Formes canoniques

- **Première forme canonique:** expression écrite sous la forme d'une *somme* de *produits*

  exemple: $\mathbf{AB\overline{C} + \overline{E}\ \overline{G}C + ... + B\overline{D}}$

-

Formes canoniques

- **Première forme canonique:** expression écrite sous la forme d'une *somme* de *produits*

  exemple: $\mathbf{AB\overline{C} + \overline{E}\ \overline{G}C + ... + B\overline{D}}$
- **Seconde forme canonique:** expression écrite sous la forme d'un *produit* de *sommes*

Formes canoniques

- **Première forme canonique:** expression écrite sous la forme d'une *somme* de *produits*

  exemple: $\mathbf{A B \overline{C} + \overline{E}\ \overline{G} C + ... + B \overline{D}}$

- **Seconde forme canonique:** expression écrite sous la forme d'un *produit* de *sommes*

  exemple: $(\mathbf{A + B + \overline{C}})\ .\ (\mathbf{\overline{E} + \overline{G} + C})\ .\ ...\ .\ (\mathbf{B + \overline{D}})$

Théorème de Shannon

-
-
-

Théorème de Shannon

- Soit f une fonction simple de n variables
-
-

Théorème de Shannon

- Soit f une fonction simple de n variables
- **Première forme canonique:**
-

Théorème de Shannon

- Soit f une fonction simple de n variables
- **Première forme canonique:**
  $f(x_1, ..., x_i, ..., x_n) = x_i f(x_1, ..., 1, ..., x_n) + \overline{x_i} f(x_1, ..., 0, ..., x_n)$
-

Théorème de Shannon

- Soit f une fonction simple de n variables
- **Première forme canonique:**
  $f(x_1, ..., x_i, ..., x_n) = x_i f(x_1, ..., 1, ..., x_n) + \overline{x_i} f(x_1, ..., 0, ..., x_n)$
- **Seconde forme canonique:**

Théorème de Shannon

- Soit f une fonction simple de n variables
- **Première forme canonique:**

  $f(x_1, ..., x_i, ..., x_n) = x_i f(x_1, ..., 1, ..., x_n) + \overline{x_i} f(x_1, ..., 0, ..., x_n)$
- **Seconde forme canonique:**

  $f(x_1, ..., x_i, ..., x_n) = (x_i + f(x_1, ..., 0, ..., x_n))\ .\ (\overline{x_i} + f(x_1, ..., 1, ..., x_n))$

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B}+\overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	

-
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**

-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $\mathbf{f(A, B, C)} =$
-

Application aux formes canoniques

- Soit $f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $f(A, B, C) = \overline{A}BC$
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C)} = \mathbf{A.(B+\overline{B}C)+\overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $\mathbf{f(A,B,C)} = \mathbf{\overline{A}BC + A\overline{B}C}$
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C} + \mathbf{A}\overline{\mathbf{B}}\mathbf{C} + \mathbf{A}\mathbf{B}\overline{\mathbf{C}}$
-

Application aux formes canoniques

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Soit $\mathbf{f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité
- **Première forme canonique:**
  $\mathbf{f(A,B,C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC}$
-

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $\mathbf{f(A,B,C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC}$
- **Seconde forme canonique:**

Application aux formes canoniques

- Soit $f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $f(A, B, C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$
- **Seconde forme canonique:**
  $f(A, B, C) =$

Application aux formes canoniques

- Soit $\mathbf{f(A,B,C)=A.(B+\overline{B}C)+\overline{A}BC}$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $\mathbf{f(A,B,C)=\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC}$
- **Seconde forme canonique:**
  $\mathbf{f(A,B,C)=(A+B+C)}$

Application aux formes canoniques

- Soit $f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $f(A,B,C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$
- **Seconde forme canonique:**
  $f(A,B,C) = (A + B + C)\ .\ (A + B + \overline{C})$

Application aux formes canoniques

- Soit $f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**

  $f(A, B, C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$

- **Seconde forme canonique:**

  $f(A, B, C) = (A + B + C) \ . \ (A + B + \overline{C}) \ . \ (A + \overline{B} + C)$

Application aux formes canoniques

- Soit $f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC$ table de vérité

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- **Première forme canonique:**
  $f(A,B,C) = \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$
- **Seconde forme canonique:**
  $f(A,B,C) = (A + B + C)\ .\ (A + B + \overline{C})\ .\ (A + \overline{B} + C)\ .\ (\overline{A} + B + C)$

Règles de simplification

-
-
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence:
-
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}$
-
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
-
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{A}.\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}$
- Dualité:
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
-
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant:
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
-
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion:
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
-
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
- Modularité:
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
- Modularité: $A(B + AC) = AB + AC$
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
- Modularité: $A(B + AC) = AB + AC$ et $A + B(A + C) = (A + B)(A + C)$
-
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
- Modularité: $A(B + AC) = AB + AC$ et $A + B(A + C) = (A + B)(A + C)$
- $\overline{A}(A + B) = \overline{A}B$
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
- Modularité: $A(B + AC) = AB + AC$ et $A + B(A + C) = (A + B)(A + C)$
- $\overline{A}(A + B) = \overline{A}B$ et $\overline{A} + AB = \overline{A} + B$
-

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
- Modularité: $A(B + AC) = AB + AC$ et $A + B(A + C) = (A + B)(A + C)$
- $\overline{A}(A + B) = \overline{A}B$ et $\overline{A} + AB = \overline{A} + B$
- $(A + B)(A + \overline{B}) = A$

Règles de simplification

- Idempotence: $A + A = A$ et $A.A = A$
- Dualité: $\overline{1} = 0$ et $\overline{0} = 1$ d'où $A + \overline{A} = 1$ et $A.\overline{A} = 0$
- Absorbant: $A + 1 = 1$ et $A.0 = 0$
- Absorbtion: $A(A + B) = A$ et $A + AB = A$
- Modularité: $A(B + AC) = AB + AC$ et $A + B(A + C) = (A + B)(A + C)$
- $\overline{A}(A + B) = \overline{A}B$ et $\overline{A} + AB = \overline{A} + B$
- $(A + B)(A + \overline{B}) = A$ et $AB + A\overline{B} = A$

Tables de Karnaugh

- Le principe:
  - ⋆ écrire une table de vérité en dimension deux où une seule variable est modifiée entre deux cases voisines
  - ⋆ regrouper les valeurs identiques voisines: les 1 pour trouver la première forme canonique, les 0 pour la seconde forme.

Tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Tables de Karnaugh

- Soit $f(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f() A	C B	0	1
0	0		
0	1		
1	1		
1	0		

Tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f() A	C B	0	1
0	0	0	
0	1		
1	1		
1	0		

Tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1		
1	1		
1	0		

Tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	
1	1		
1	0		

Tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1		
1	0		

Tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f()	C	0	1
A	B		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	
1	0		

Tables de Karnaugh

- Soit $f(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0		

Tables de Karnaugh

- Soit $f(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f()	C	0	1
A	B		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	

Tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$

A	B	C	f(A,B,C)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Table de Karnaugh $\longrightarrow$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$
-
-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $f(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

  $\Rightarrow \mathbf{AB}$

-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{BC}$

-

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow \mathbf{AB}$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow \mathbf{AC}$

-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

-

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow \mathbf{AB}$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow \mathbf{AC}$

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow \mathbf{BC}$

-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $f(A,B,C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC$

-

f() C / A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow AB$

f() C / A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow AC$

f() C / A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\Rightarrow BC$

- Premère forme: $f(A,B,C) = AB + AC + BC$

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B} + \overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$
-
-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B}+\overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{B}\mathbf{C}$

-

f() A	C B	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{A}+\mathbf{B}$

-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$

-

f() C A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{A + B}$

f() C A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{A + C}$

-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}) = \mathbf{A}.(\mathbf{B}+\overline{\mathbf{B}}\mathbf{C}) + \overline{\mathbf{A}}\mathbf{BC}$

-

f() C / A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{A}+\mathbf{B}$

f() C / A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{A}+\mathbf{C}$

f() C / A B		0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{B}+\mathbf{C}$

-

Tables de Karnaugh (suite)

- Soit $\mathbf{f(A, B, C) = A.(B + \overline{B}C) + \overline{A}BC}$

-

f()	C	0	1
A	B		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{A + B}$

f()	C	0	1
A	B		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{A + C}$

f()	C	0	1
A	B		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

$\mathbf{B + C}$

- $\mathbf{f(A, B, C) = (A + B)\ .\ (A + C)\ .\ (B + C)}$

Etude d'un exemple

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D},\mathbf{E})$ définie par:

		DE	00	01	11	10
A	B	C				
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1

-

Etude d'un exemple

- Soit $\mathbf{f}(\boldsymbol{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E})$ définie par:

		DE	00	01	11	10
A	B	C				
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1

regroupements

		DE	00	01	11	10
A	B	C				
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1

-

Etude d'un exemple

- Soit $\mathbf{f}(\boldsymbol{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E})$ définie par:

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

regroupements

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

- $\mathbf{f}(\boldsymbol{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}) =$

Etude d'un exemple

- Soit $f(A, B, C, D, E)$ définie par:

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

regroupements

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

- $f(A, B, C, D, E) = AC\overline{D}\ \overline{E}$

Etude d'un exemple

- Soit $f(A,B,C,D,E)$ définie par:

A	B	C	DE=00	01	11	10
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1

regroupements

A	B	C	DE=00	01	11	10
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1

- $f(A,B,C,D,E) = AC\overline{D}\,\overline{E} + DE$

Etude d'un exemple

- Soit $f(A, B, C, D, E)$ définie par:

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

regroupements

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

- $f(A, B, C, D, E) = AC\overline{D}\,\overline{E} + DE + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{E}$

Etude d'un exemple

- Soit $f(A, B, C, D, E)$ définie par:

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

regroupements

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	1	0	1	1
0 0 1	0	0	1	0
0 1 1	1	0	1	1
0 1 0	1	0	1	1
1 1 0	0	0	1	0
1 1 1	1	0	1	0
1 0 1	1	0	1	0
1 0 0	1	0	1	1

- $f(A, B, C, D, E) = AC\overline{D}\,\overline{E} + DE + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{E} + \overline{A}\,B\,\overline{E}$

Etude de cas des tables de Karnaugh

- Les regroupements correspondent à des puissances de deux: 2, 4, 8 l'exposant représente le nombre de variables éliminées.
- Soit $f(A, B, C, D, E)$ définie par:

	D	E	00	01	11	10
A	B	C				
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0

Etude de cas des tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E})$ définie par:

	D	E	00	01	11	10
A	B	C				
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0

-

Etude de cas des tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f}(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D},\mathbf{E})$ définie par:

		D E	00	01	11	10
A	B	C				
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0

		D E	00	01	11	10
A	B	C				
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0

-

Etude de cas des tables de Karnaugh

- Soit $f(A, B, C, D, E)$ définie par:

D E → A B C	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

D E → A B C	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

- $f(A, B, C, D, E) =$

Etude de cas des tables de Karnaugh

- Soit $\mathbf{f(A,B,C,D,E)}$ définie par:

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

- $\mathbf{f(A,B,C,D,E) = \overline{A}C + AC\overline{E}}$

Etude de cas des tables de Karnaugh

- Soit $f(A, B, C, D, E)$ définie par:

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

- $f(A, B, C, D, E) = \overline{A}C + AC\overline{E} = \overline{A}CE + C\overline{E}$

Etude de cas des tables de Karnaugh

- Soit $f(A, B, C, D, E)$ définie par:

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

A B C \ D E	00	01	11	10
0 0 0	0	0	0	0
0 0 1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	1
0 1 0	0	0	0	0
1 1 0	0	0	0	0
1 1 1	1	0	0	1
1 0 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	0	0

- $f(A, B, C, D, E) = \overline{A}C + AC\overline{E} = \overline{A}CE + C\overline{E} = \overline{A}C + C\overline{E}$

UNITÉ ARITHMÉTIQUE ET LOGIQUE

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons
-
-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

-
-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

-

-

Addition de deux chiffres binaires

- $\mathfrak{a}$ et $\mathfrak{b}$ deux chiffres binaires: nous avons

$$\mathfrak{a} + \mathfrak{b} = 2 * \mathfrak{c} + \mathfrak{s}$$

  où $\mathfrak{c}$ est la retenue et $\mathfrak{s}$ le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	
0	1		
1	0		
1	1		

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1		
1	0		
1	1		

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	
1	0		
1	1		

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0		
1	1		

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	
1	1		

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1		

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

-

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

- On en déduit que:

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

- On en déduit que: $c = ab$

Addition de deux chiffres binaires

- a et b deux chiffres binaires: nous avons

$$a + b = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de vérité:

a	b	c	s
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

- On en déduit que: $c = ab$ et que $s = a \oplus b$

Schéma d'un half-adder

Schéma d'un half-adder

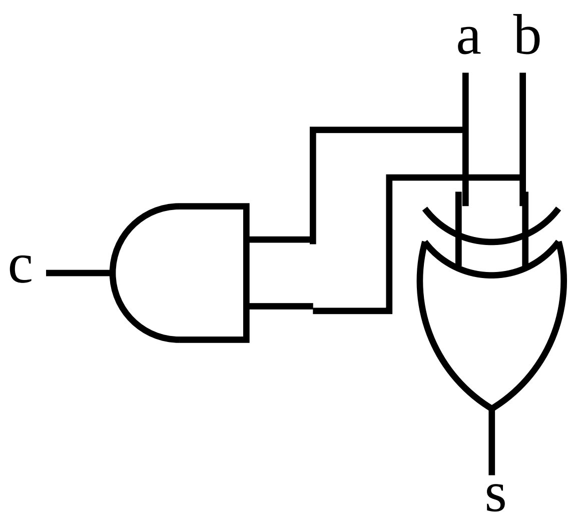
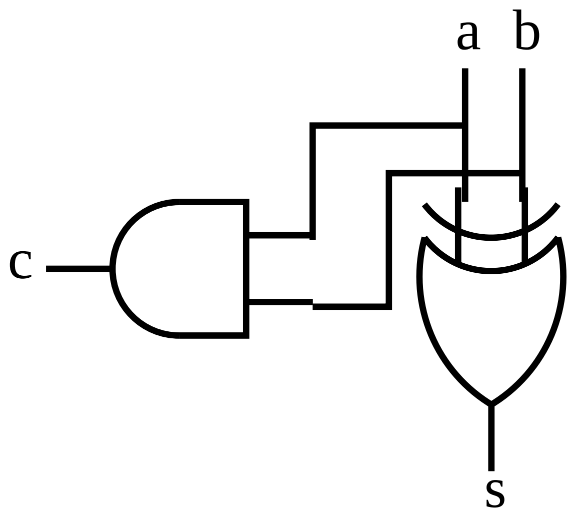
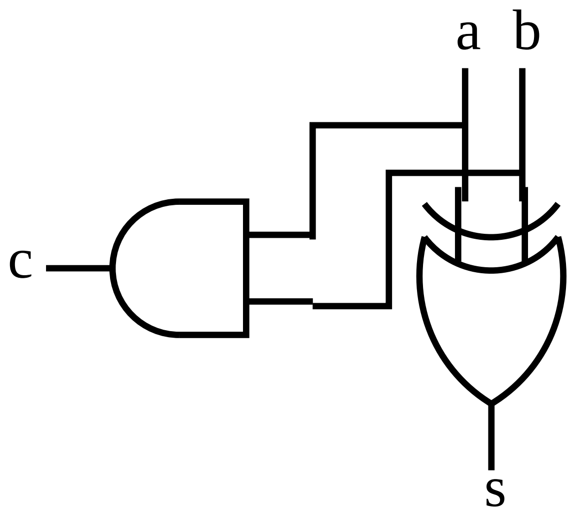


Schéma d'un half-adder

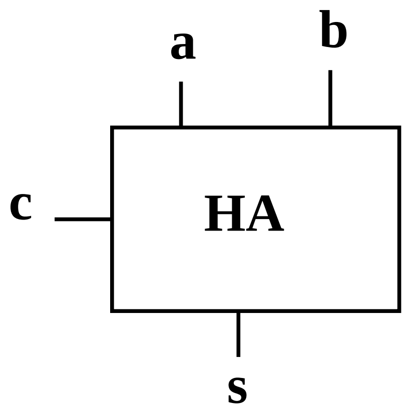


ou encore

Schéma d'un half-adder



ou encore



Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons
-
-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

-
-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons
$$a + b + e = 2 * c + s$$
où c est la retenue et s le chiffre sortant
-
-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s e	0	1
a b		
0 0		
0 1		
1 1		
1 0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	
0	1		
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1		
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c	e	0	1
a	b		
0	0		
0	1		
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c	e	0	1
a	b		
0	0	0	
0	1		
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c	e	0	1
a	b		
0	0	0	0
0	1		
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s a	e b	0	1
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c a	e b	0	1
0	0	0	0
0	1	0	
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c	e	0	1
a	b		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1		
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c	e	0	1
a	b		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s a	e b	0	1
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c a	e b	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0		

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s a	e b	0	1
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c a	e b	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s e / a b	0	1
0 0	0	1
0 1	1	0
1 1	0	1
1 0	1	0

c e / a b	0	1
0 0	0	0
0 1	0	1
1 1	1	1
1 0	0	1

-

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s \ e		0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c \ e		0	1
a	b		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

- On en déduit que:

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s / a	e / b	0	1
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c / a	e / b	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

- On en déduit que: $s = a \oplus b \oplus e$

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s / a	e / b	0	1
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c / a	e / b	0	1
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

- On en déduit que: $s = a \oplus b \oplus e$ et que $c = ab + ae + be$

Addition avec retenue entrante

- a et b deux chiffres binaires et e la retenue entrante: nous avons

$$a + b + e = 2 * c + s$$

  où c est la retenue et s le chiffre sortant

- table de Karnaugh:

s	e	0	1
a	b		
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

c	e	0	1
a	b		
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1
1	0	0	1

- On en déduit que: $s = a \oplus b \oplus e$ et que $c = ab + ae + be = ab + e(a \oplus b)$

Schéma d'un full-adder

Schéma d'un full-adder

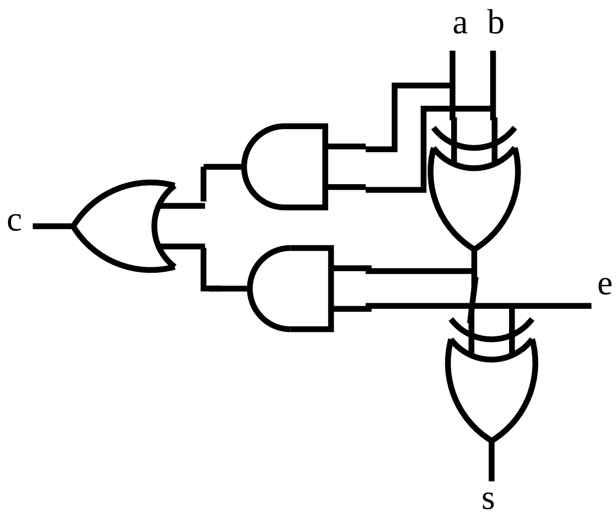
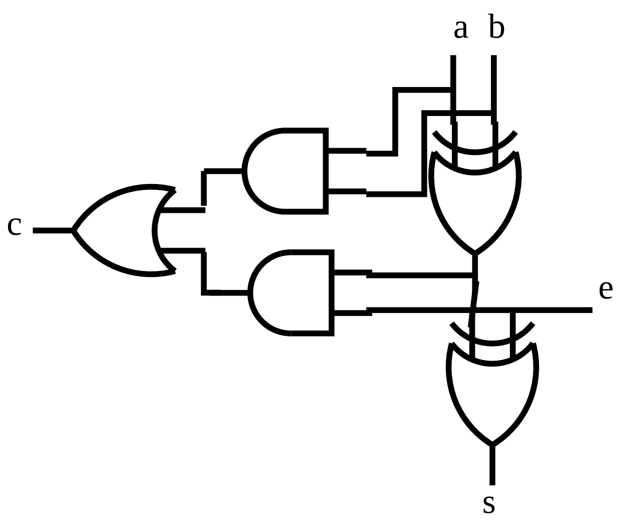
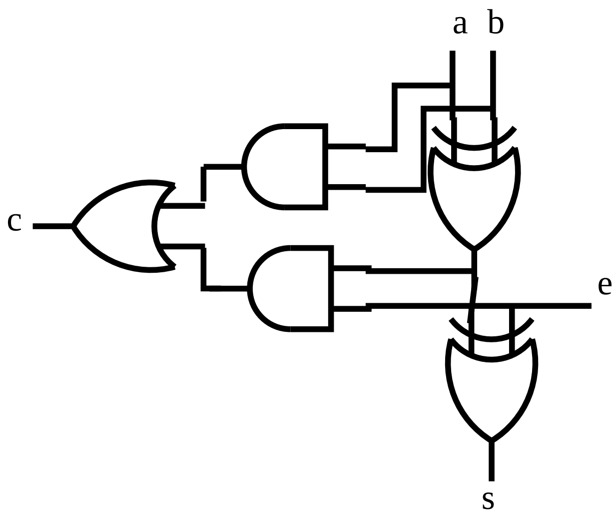


Schéma d'un full-adder



ou encore

Schéma d'un full-adder



ou encore

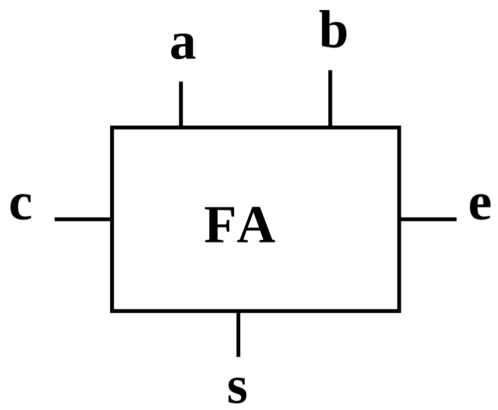
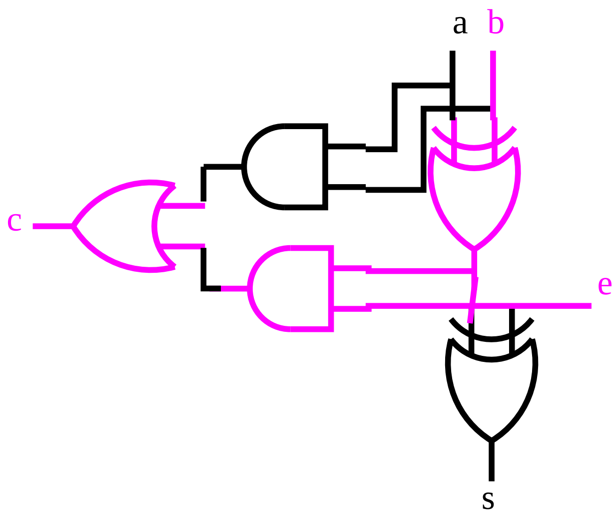
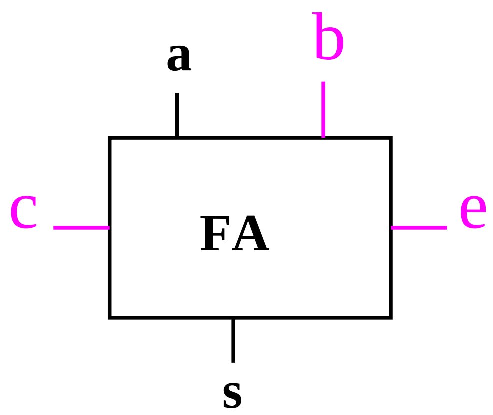


Schéma d'un full-adder



ou encore



addition de deux nombres

-
-
-

addition de deux nombres

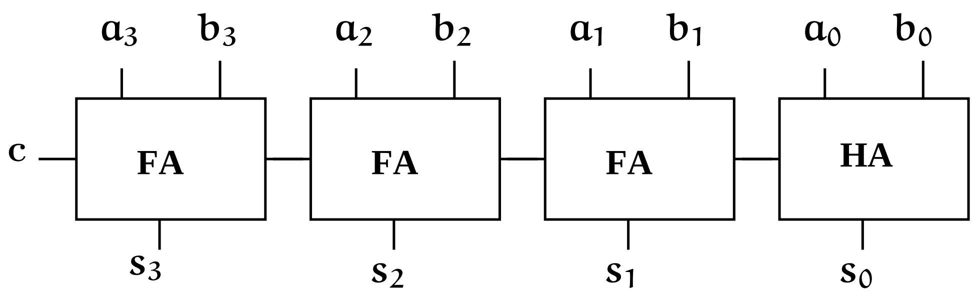
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
-
-

addition de deux nombres

- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture
-

addition de deux nombres

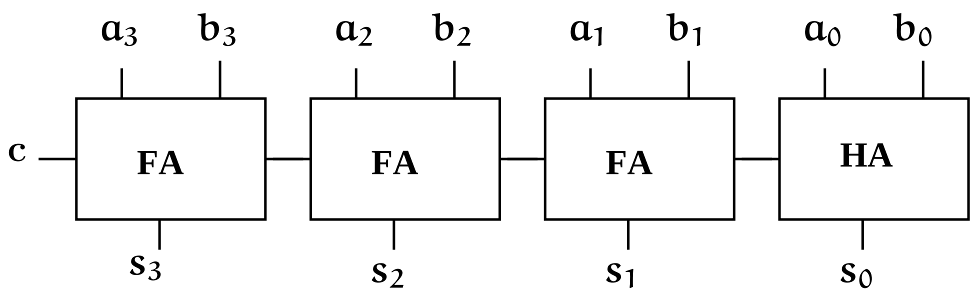
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture



-

addition de deux nombres

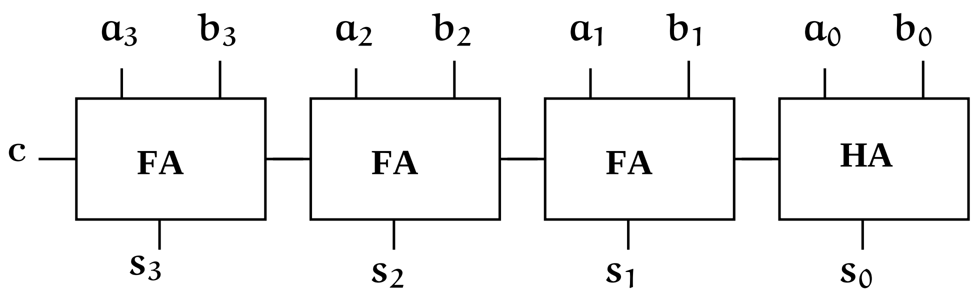
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture



- $A + B =$

addition de deux nombres

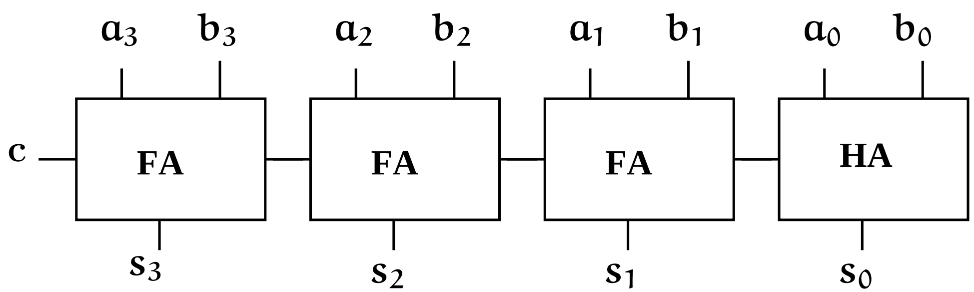
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture



- $A + B = c2^4$

addition de deux nombres

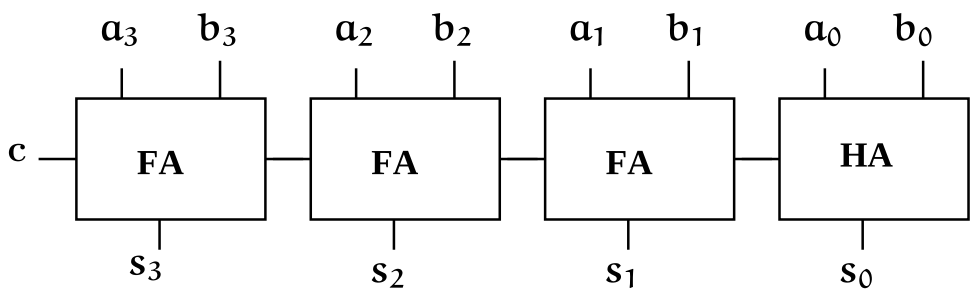
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture



- $A + B = c2^4 + s_3 2^3 + s_2 2^2 + s_1 2^1 + s_0 2^0$

addition de deux nombres

- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture



- $A + B = c2^4 + s_3 2^3 + s_2 2^2 + s_1 2^1 + s_0 2^0 = S + c2^4$

soustraction de deux nombres

-
-
-

soustraction de deux nombres

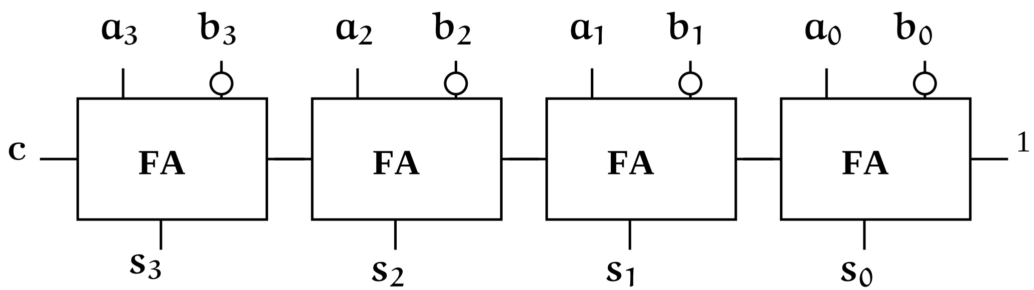
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
-
-

soustraction de deux nombres

- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture pour le calcul de $A - B$
-

soustraction de deux nombres

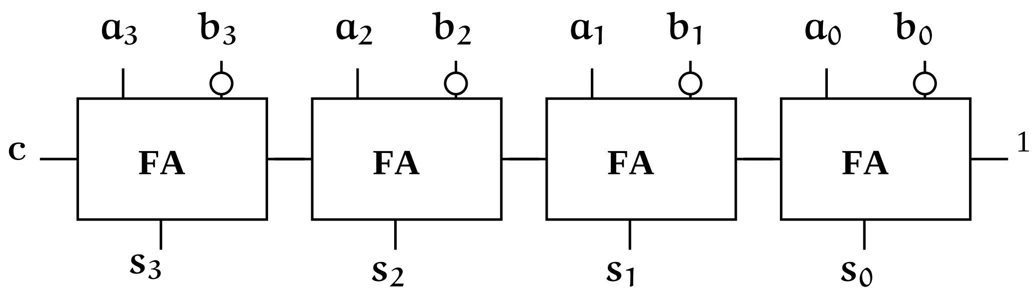
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture pour le calcul de $A - B$



-

soustraction de deux nombres

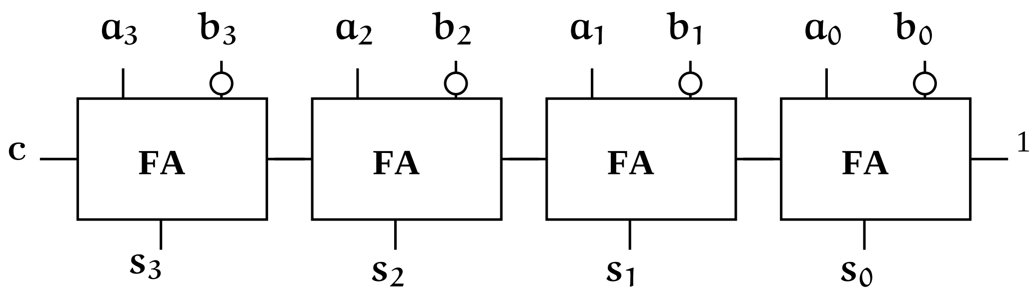
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture pour le calcul de $A - B$



- $A - B + 2^4 =$

soustraction de deux nombres

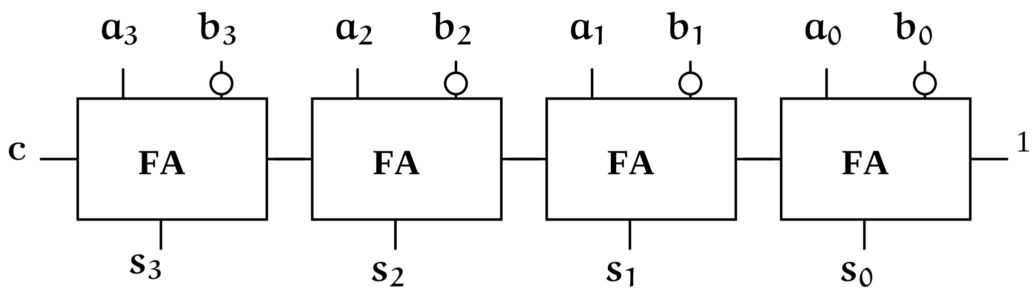
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture pour le calcul de $A - B$



- $A - B + 2^4 = c2^4$

soustraction de deux nombres

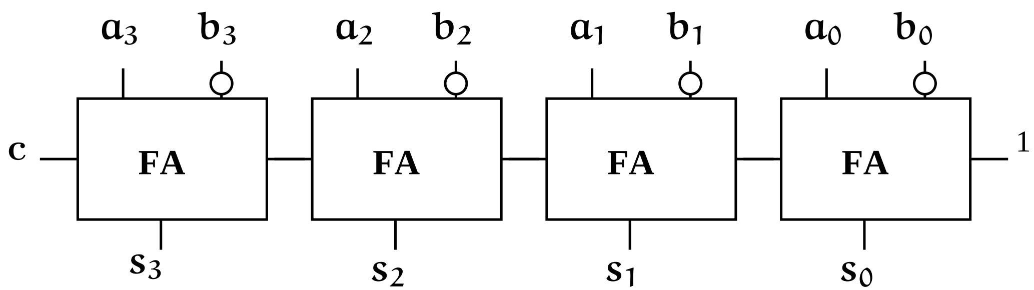
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture pour le calcul de $A - B$



- $A - B + 2^4 = c2^4 + s_3 2^3 + s_2 2^2 + s_1 2^1 + s_0 2^0$

soustraction de deux nombres

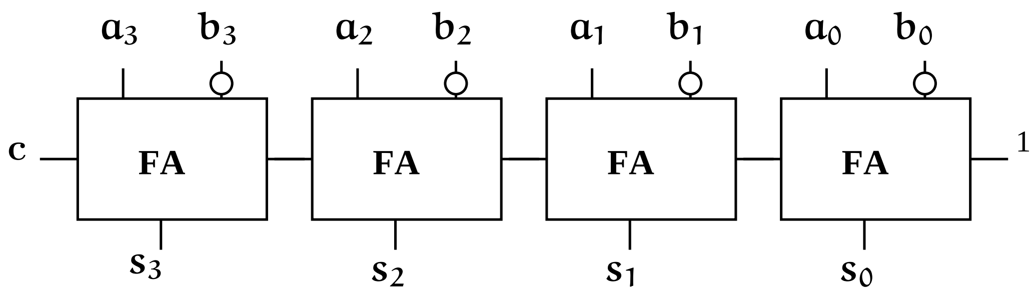
- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture pour le calcul de $A - B$



- $A - B + 2^4 = c2^4 + s_3 2^3 + s_2 2^2 + s_1 2^1 + s_0 2^0 = S + c2^4$

soustraction de deux nombres

- Soient $A = a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0$ et $B = b_3 2^3 + b_2 2^2 + b_1 2^1 + b_0 2^0$
- Exemple d'architecture pour le calcul de $A - B$



- $A - B + 2^4 = c2^4 + s_3 2^3 + s_2 2^2 + s_1 2^1 + s_0 2^0 = S + c2^4$

  Si $c = 1$ alors $A \geq B$ sinon $A < B$

Multiplexeur

- Selection par la commande $\mathbf{t}$ de l'entrée $\mathbf{a}$ ou $\mathbf{b}$:

    -

Multiplexeur

- Selection par la commande $\mathbf{t}$ de l'entrée $\mathbf{a}$ ou $\mathbf{b}$: $\mathbf{s} =$

    -

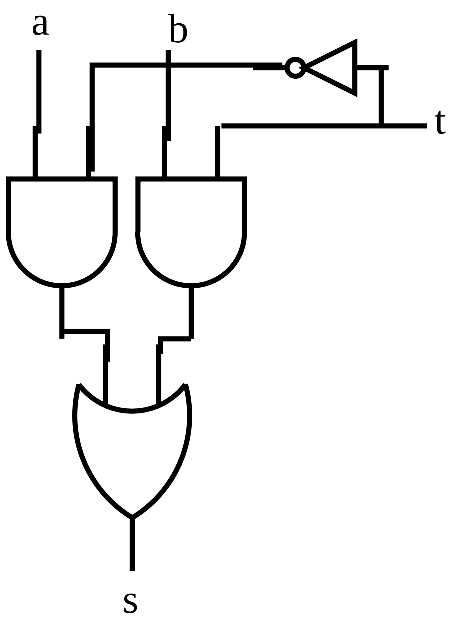
Multiplexeur

- Selection par la commande $\mathbf{t}$ de l'entrée $\mathbf{a}$ ou $\mathbf{b}$: $\mathbf{s} = \mathbf{bt} + \mathbf{a\bar{t}}$

    -

Multiplexeur

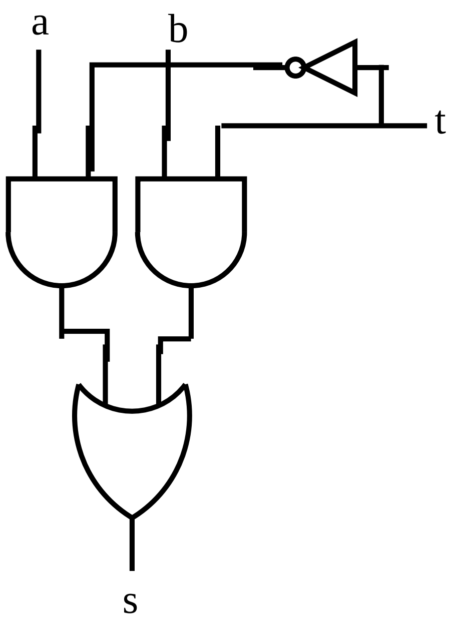
- Selection par la commande $\mathbf{t}$ de l'entrée $\mathbf{a}$ ou $\mathbf{b}$: $\mathbf{s = bt + a\bar{t}}$



-

Multiplexeur

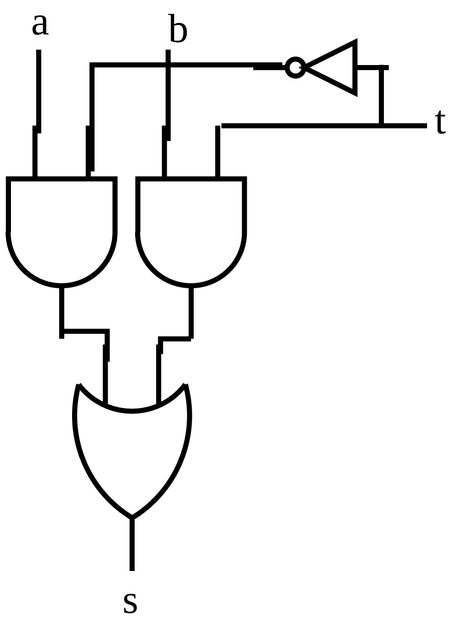
- Selection par la commande $\mathbf{t}$ de l'entrée $\mathbf{a}$ ou $\mathbf{b}$: $\mathbf{s = bt + a\bar{t}}$



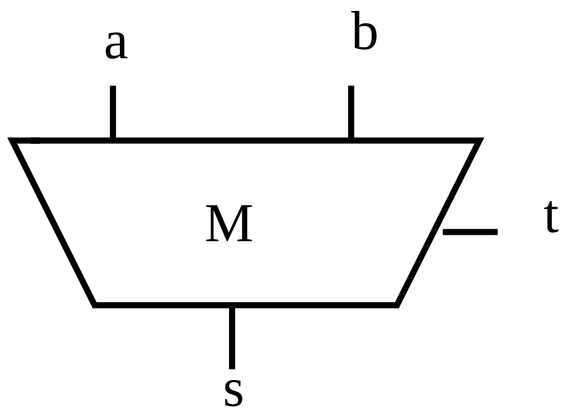
- ou encore

Multiplexeur

- Selection par la commande $\mathbf{t}$ de l'entrée $\mathbf{a}$ ou $\mathbf{b}$: $\mathbf{s = bt + a\bar{t}}$



ou encore



additionneur-soustracteur

-

-

-

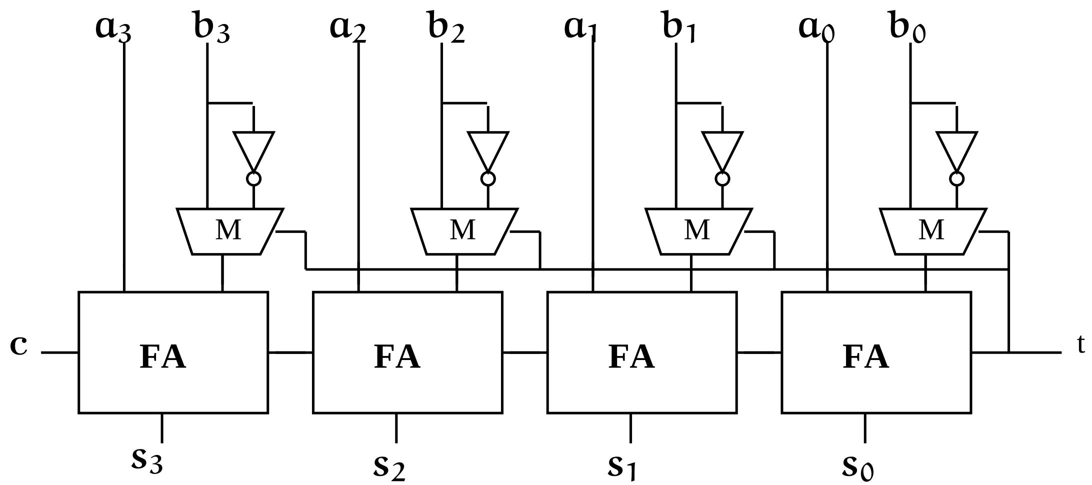
additionneur-soustracteur

- Exemple d'architecture:

-
-

additionneur-soustracteur

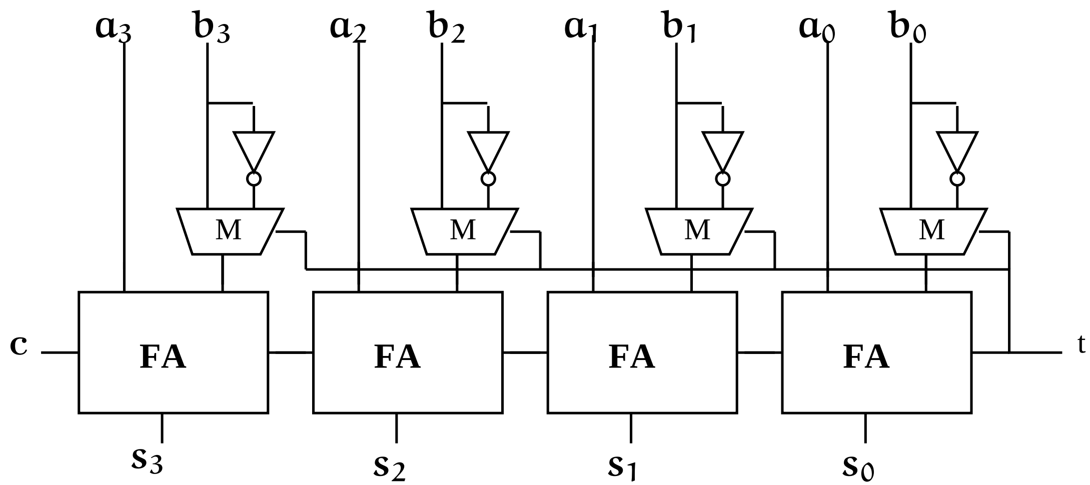
- Exemple d'architecture:



-
-

additionneur-soustracteur

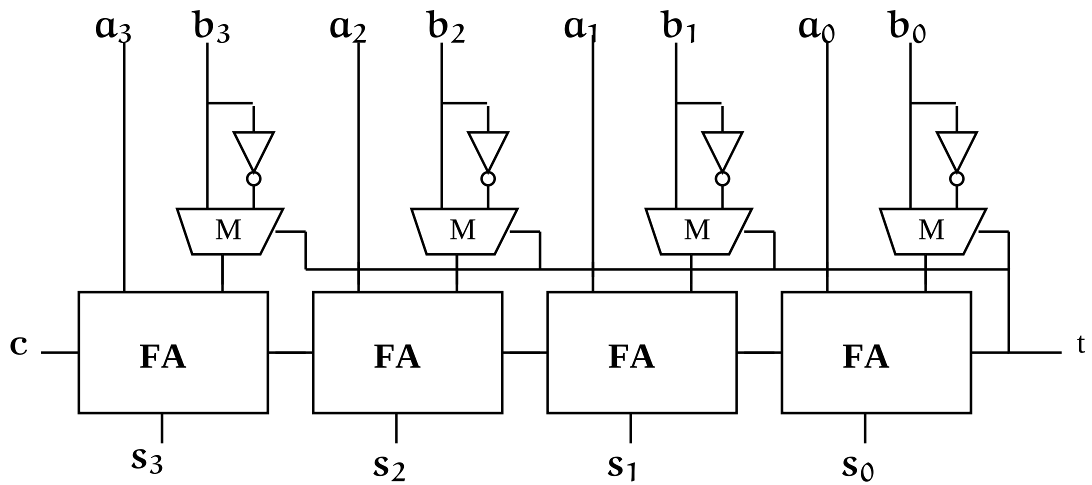
- Exemple d'architecture:



- Si $t = 0$
-

additionneur-soustracteur

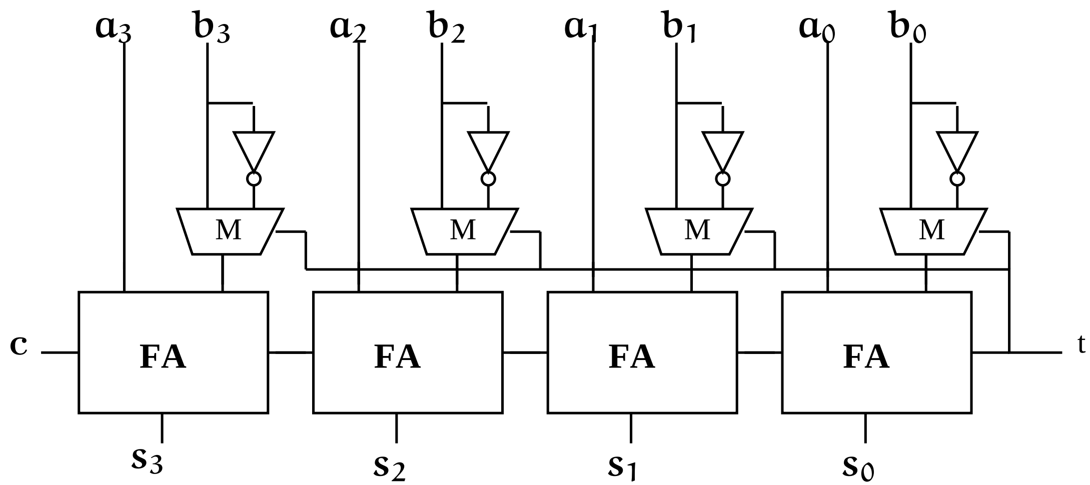
- Exemple d'architecture:



- Si $t = 0$ alors addition
-

additionneur-soustracteur

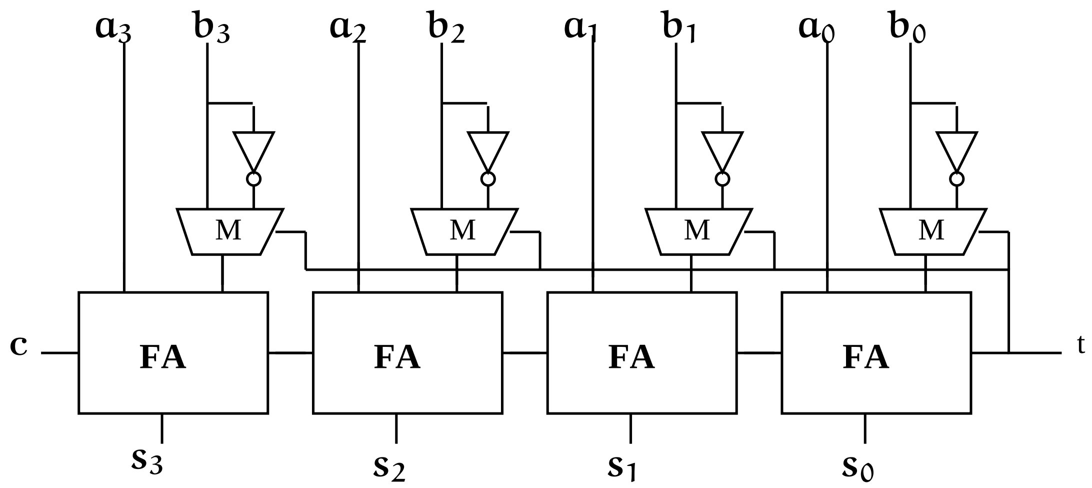
- Exemple d'architecture:



- Si $t = 0$ alors addition
- Si $t = 1$

additionneur-soustracteur

- Exemple d'architecture:



- Si $t = 0$ alors addition
- Si $t = 1$ alors soustraction

Décodeur

Décodeur

- Principe: activer la sortie correspondant au numéro entrant
-
-

Décodeur

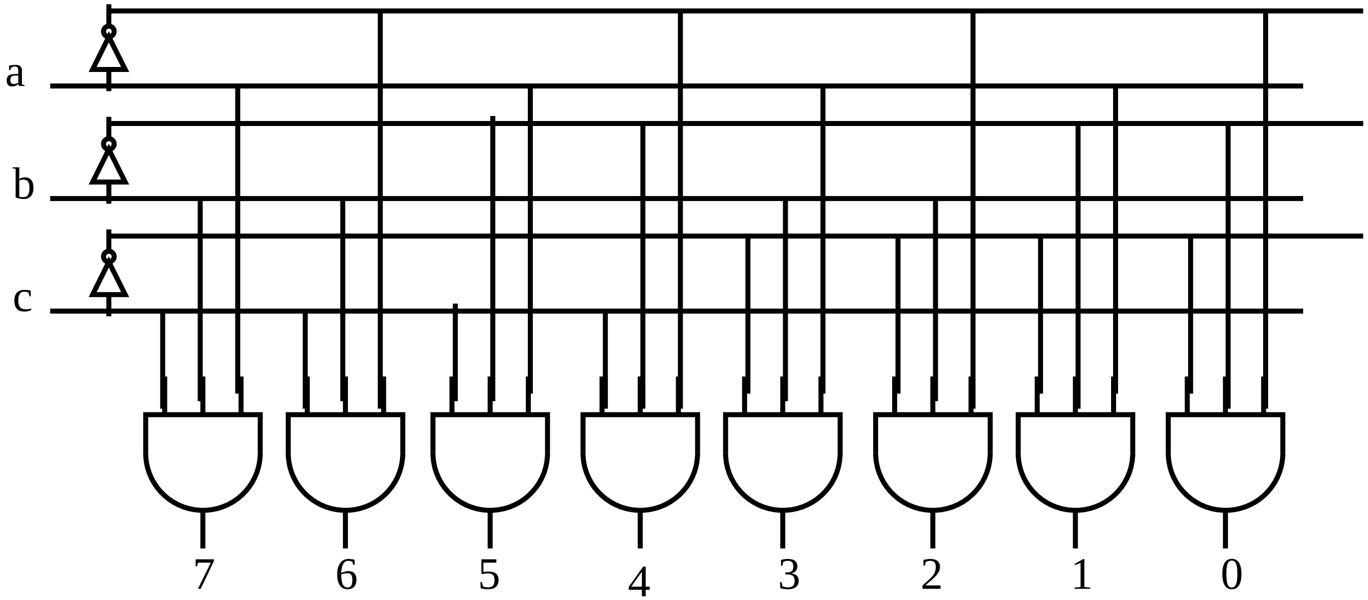
- Principe: activer la sortie correspondant au numéro entrant
- Exemple: décodeur à trois entrées
-

Décodeur

- Principe: activer la sortie correspondant au numéro entrant
- Exemple: décodeur à trois entrées
- Exemple d'architecture:

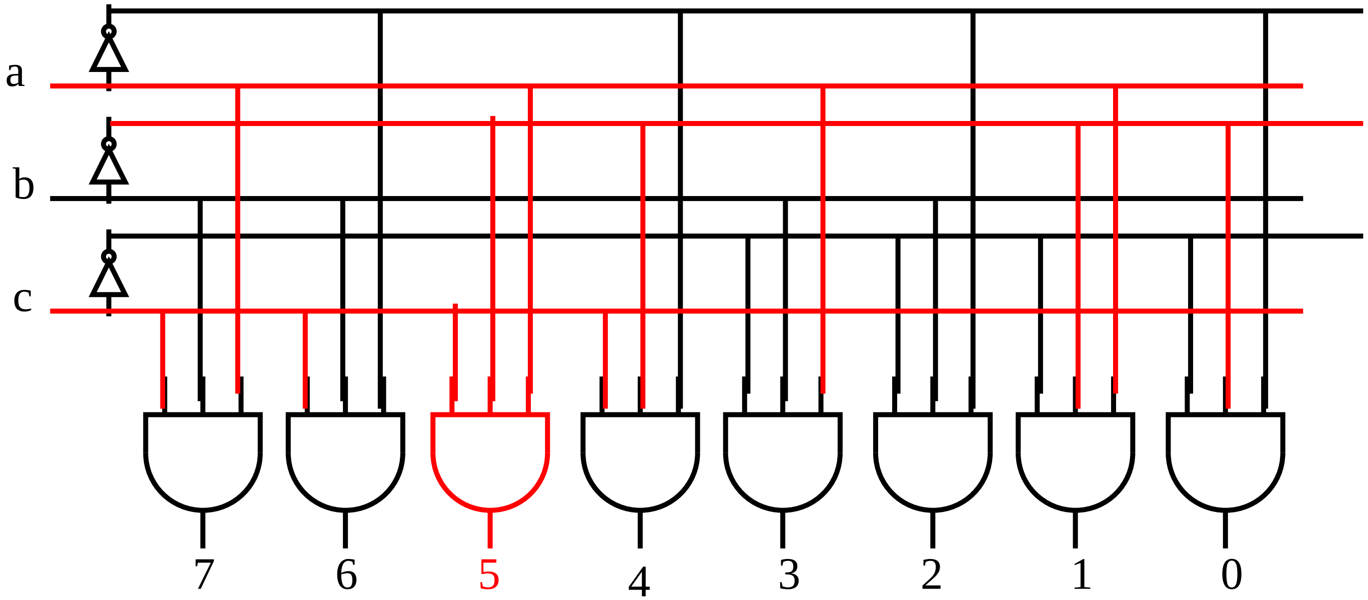
Décodeur

- Principe: activer la sortie correspondant au numéro entrant
- Exemple: décodeur à trois entrées
- Exemple d'architecture:



Décodeur

- Principe: activer la sortie correspondant au numéro entrant
- Exemple: décodeur à trois entrées
- Exemple d'architecture:



Encodeur

-
-
-

Encodeur

- Principe: activer les sorties correspondant au numéro de la connexion entrante
-
-

Encodeur

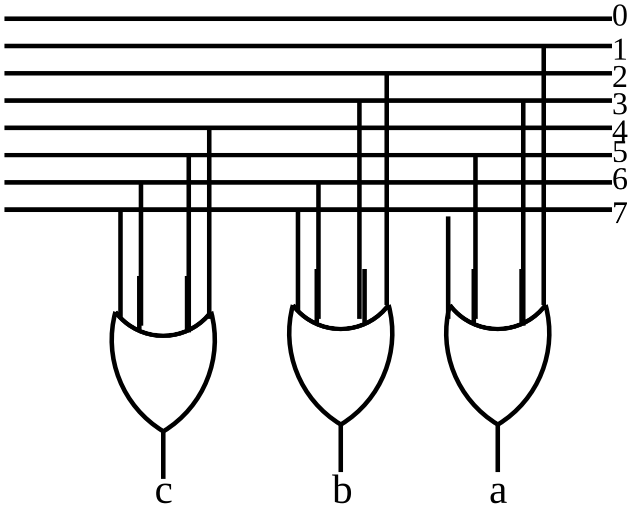
- Principe: activer les sorties correspondant au numéro de la connexion entrante
- Exemple: encodeur à huit entrées
-

Encodeur

- Principe: activer les sorties correspondant au numéro de la connexion entrante
- Exemple: encodeur à huit entrées
- Exemple d'architecture: sans contrôle d'erreur

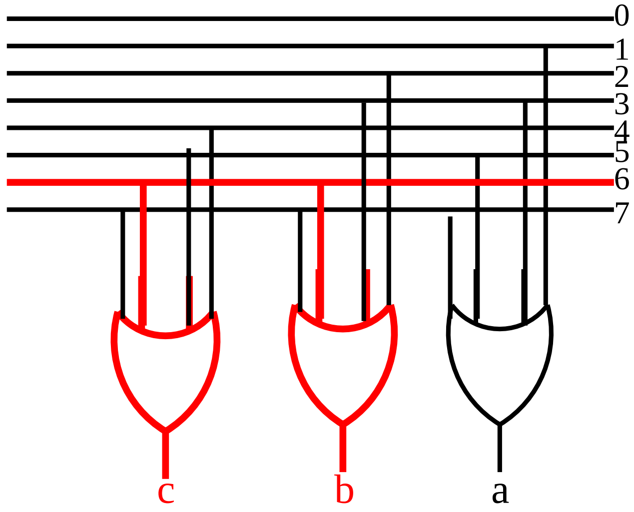
Encodeur

- Principe: activer les sorties correspondant au numéro de la connexion entrante
- Exemple: encodeur à huit entrées
- Exemple d'architecture: sans contrôle d'erreur



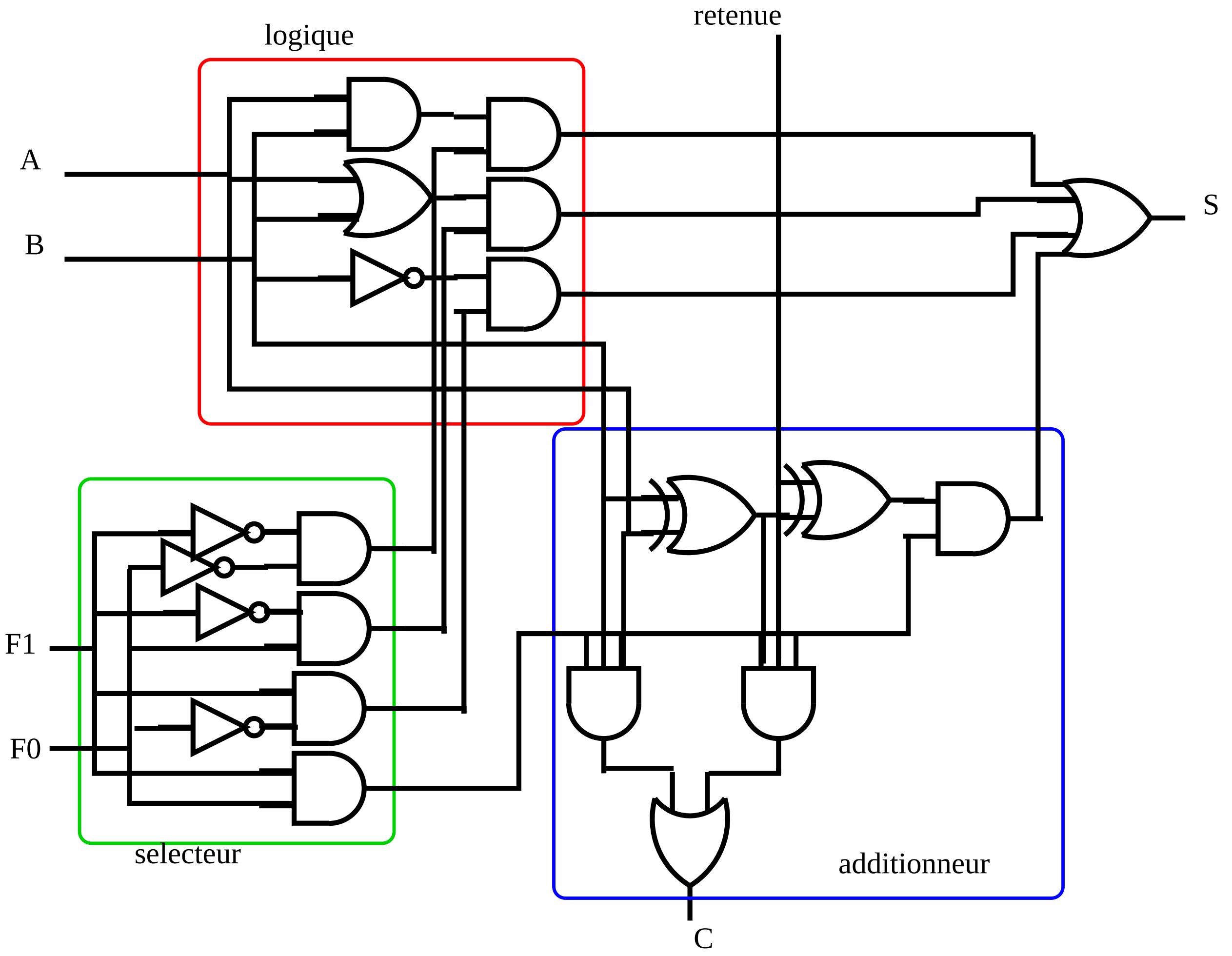
Encodeur

- Principe: activer les sorties correspondant au numéro de la connexion entrante
- Exemple: encodeur à huit entrées
- Exemple d'architecture: sans contrôle d'erreur

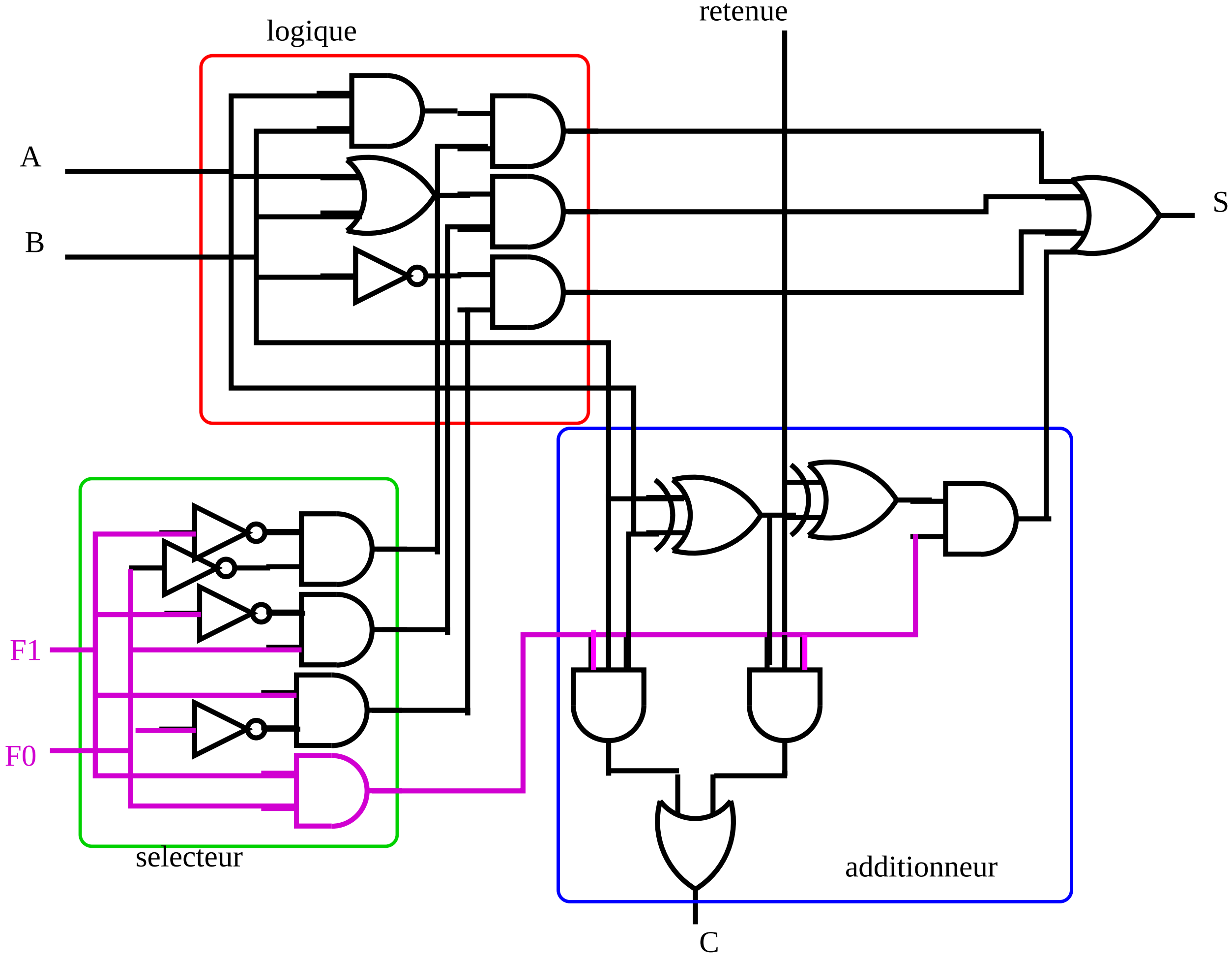


Unité arithmétique et logique

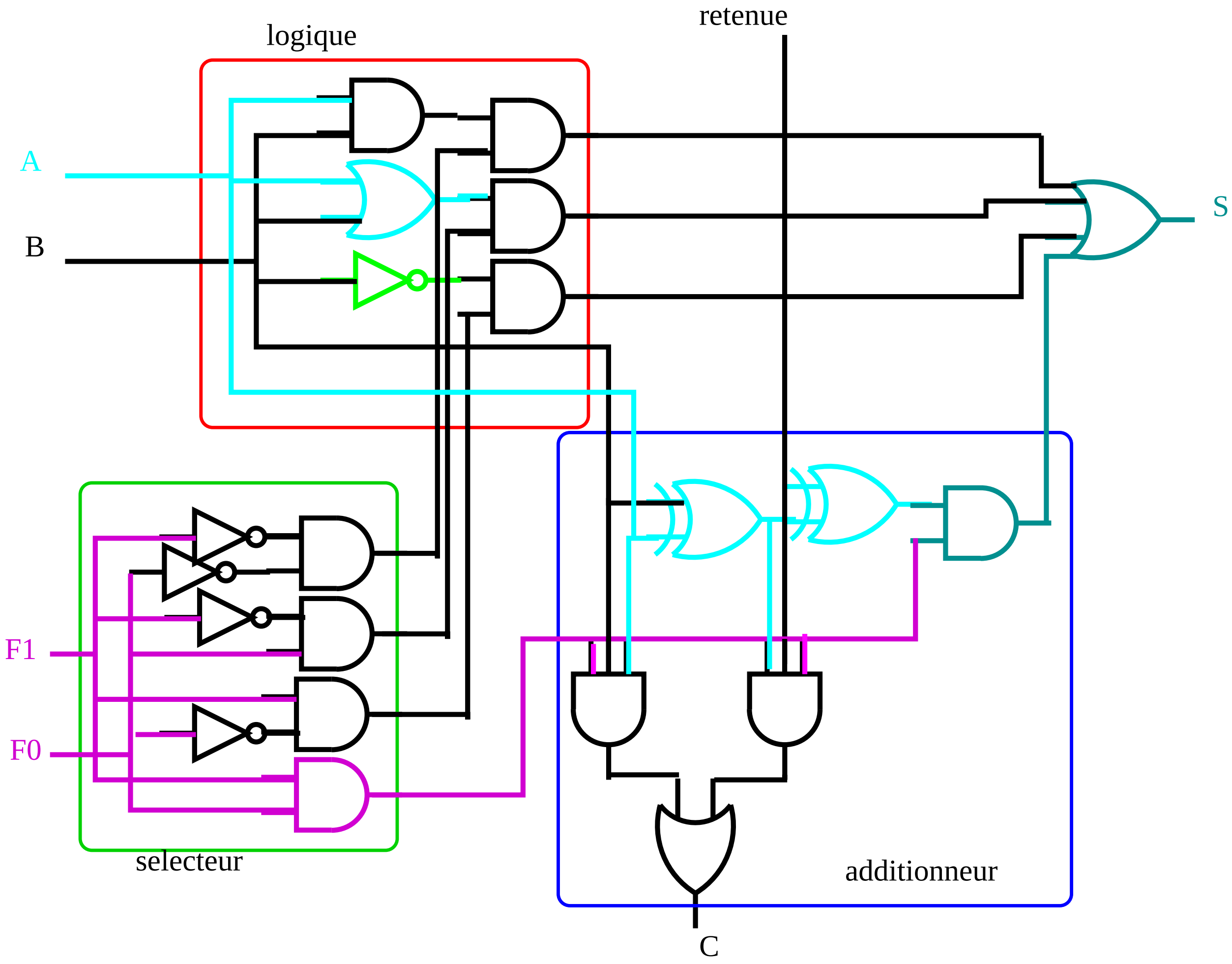
Unité arithmétique et logique



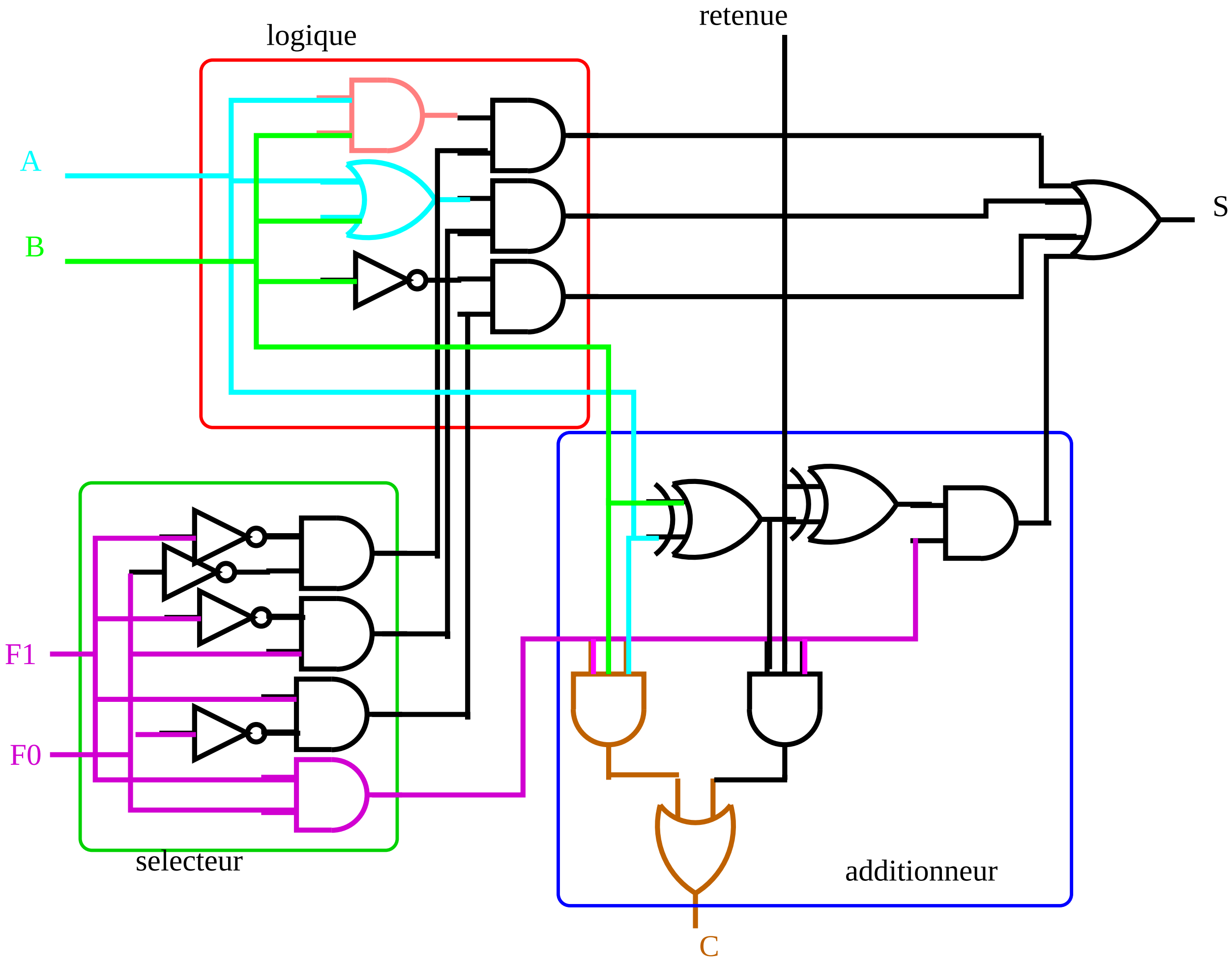
Unité arithmétique et logique



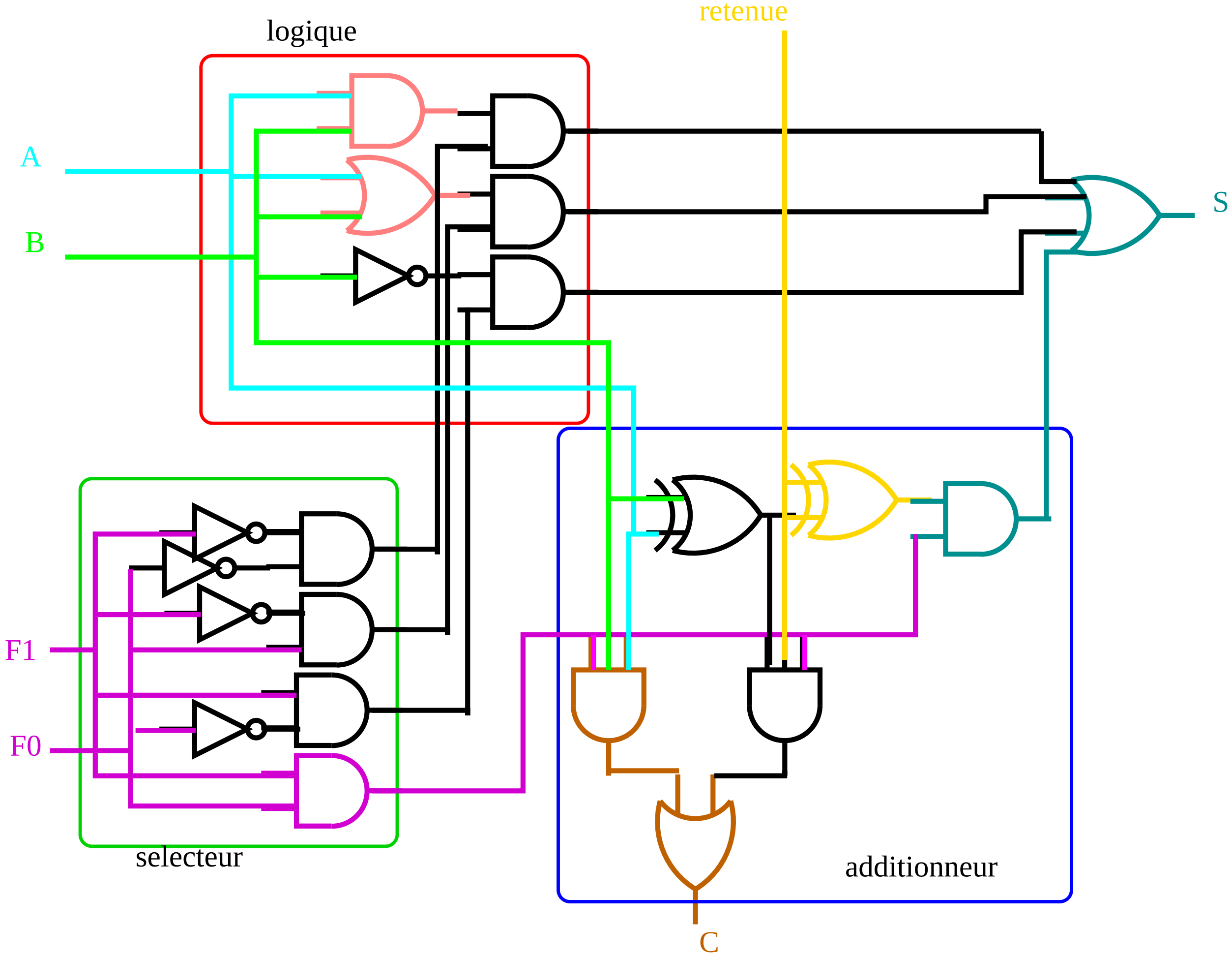
Unité arithmétique et logique



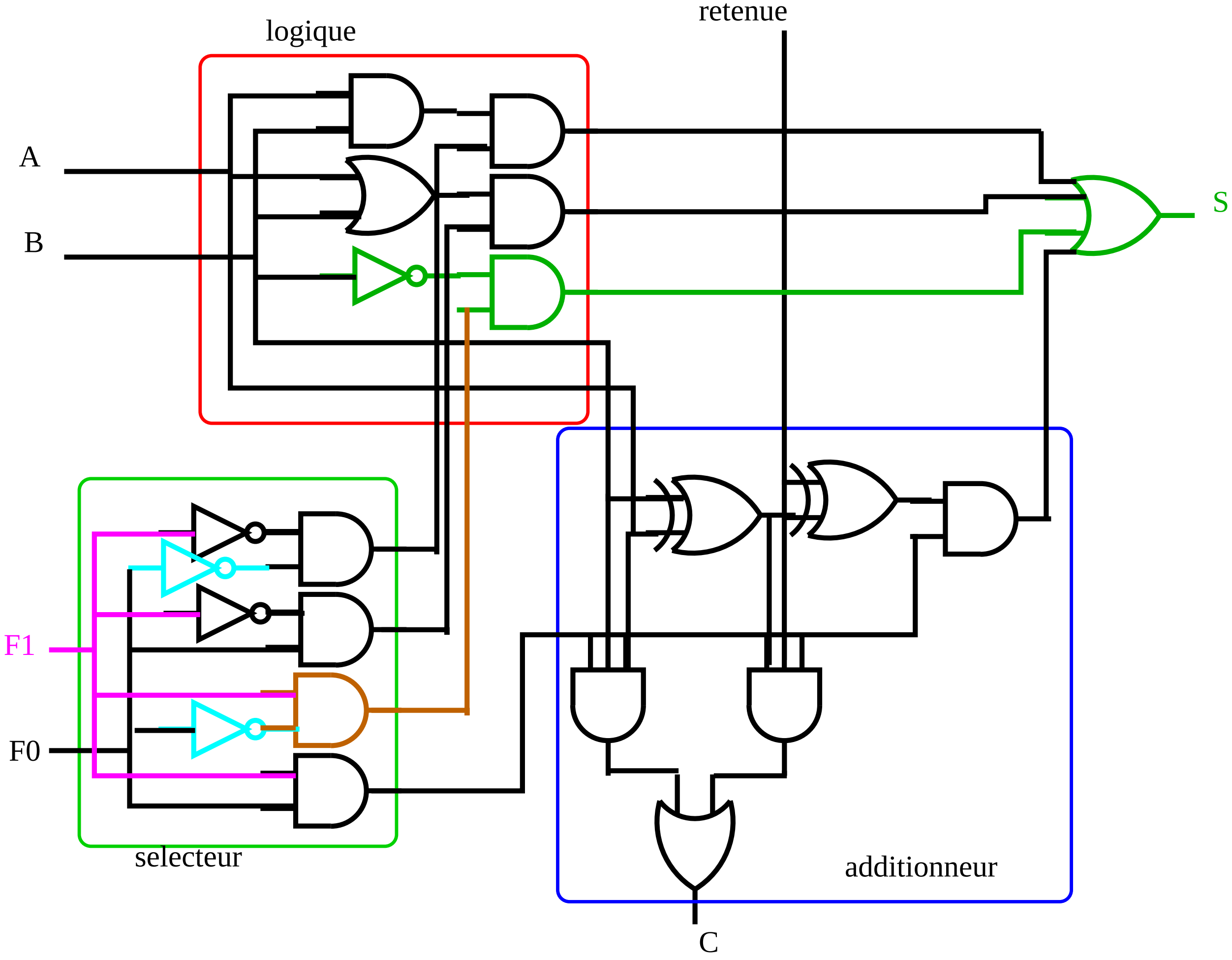
Unité arithmétique et logique



Unité arithmétique et logique



Unité arithmétique et logique



PRINCIPE DE MÉMORISATION

Eléments utiles

-
-

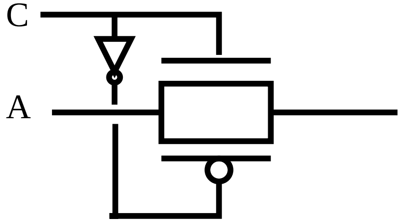
Eléments utiles

- Switch bilateral (interrupteur) en CMOS

-

Eléments utiles

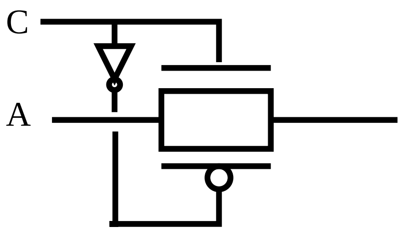
- Switch bilateral (interrupteur) en CMOS



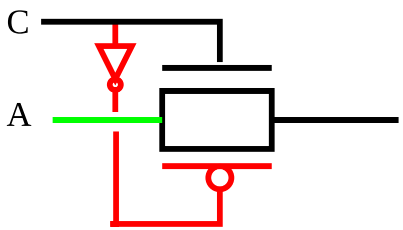
-

Eléments utiles

- Switch bilateral (interrupteur) en CMOS



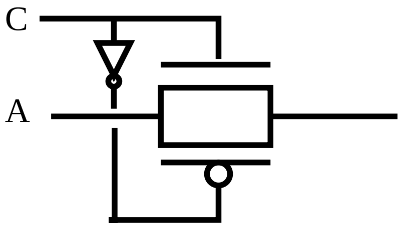
si $\mathbf{c} = 0$



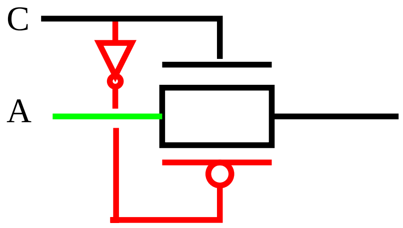
-

Eléments utiles

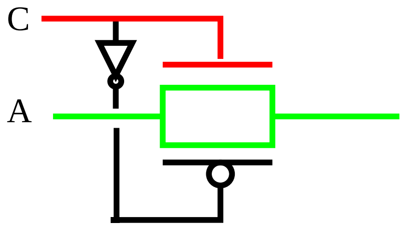
- Switch bilateral (interrupteur) en CMOS



si $c = 0$



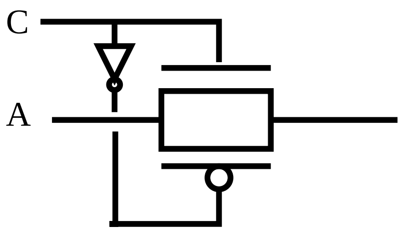
si $c = 1$



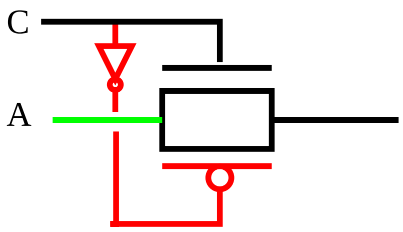
-

Eléments utiles

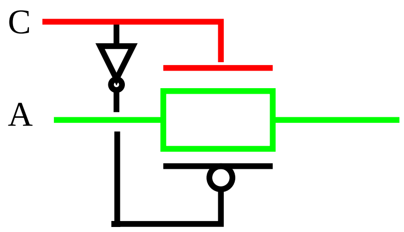
- Switch bilateral (interrupteur) en CMOS



si $c = 0$



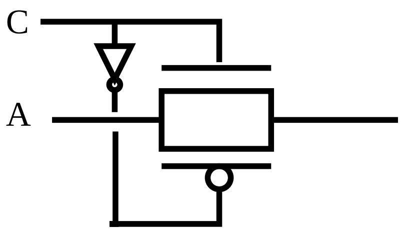
si $c = 1$



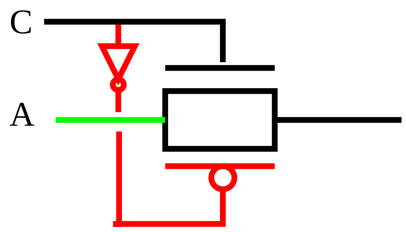
- Schémas :

Eléments utiles

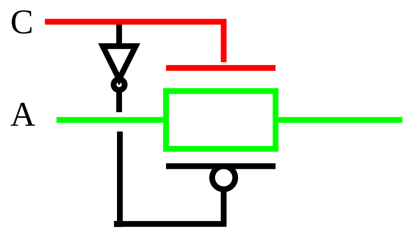
- Switch bilateral (interrupteur) en CMOS



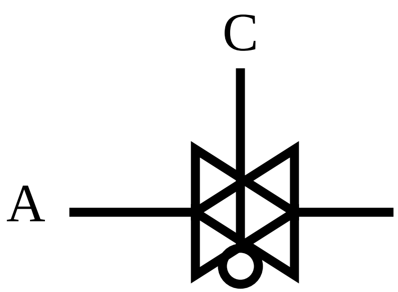
si $c = 0$



si $c = 1$

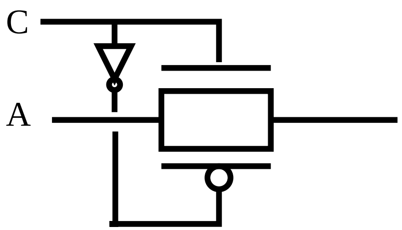


- Schémas :

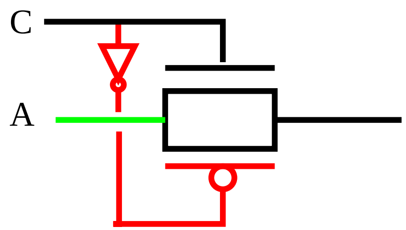


Eléments utiles

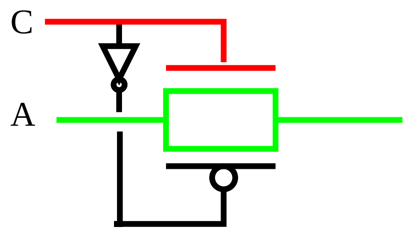
- Switch bilateral (interrupteur) en CMOS



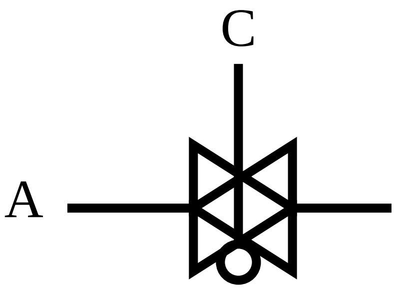
si $\mathbf{c} = 0$



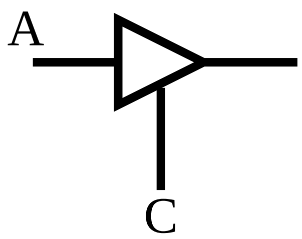
si $\mathbf{c} = 1$



- Schémas :



autre notation (venant du TTL)



Les bases de la mémorisation

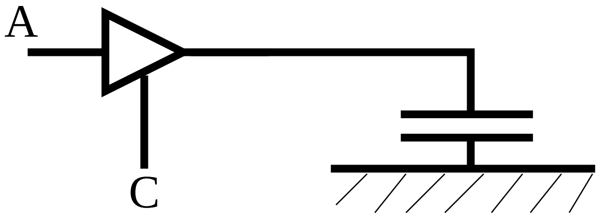
-
-
-

Les bases de la mémorisation

- Mémoire dynamique : par chargement d'une capacité
-
-

Les bases de la mémorisation

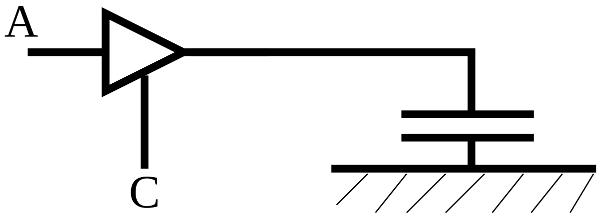
- Mémoire dynamique : par chargement d'une capacité



-
-

Les bases de la mémorisation

- Mémoire dynamique : par chargement d'une capacité

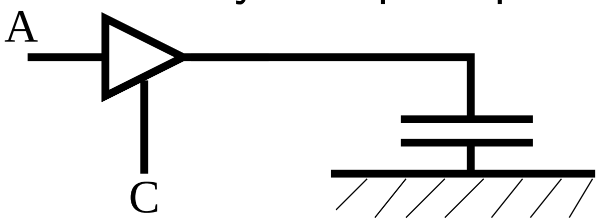


- Mémoire dynamique utilisant un inverseur

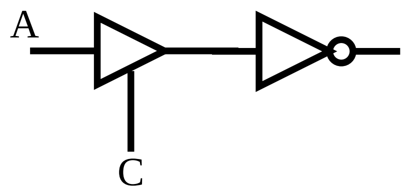
-

Les bases de la mémorisation

- Mémoire dynamique : par chargement d'une capacité



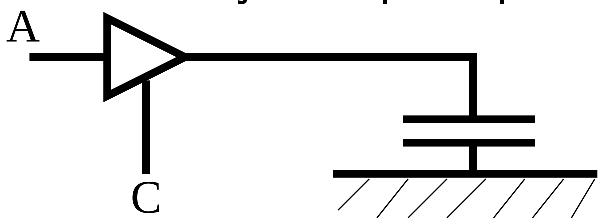
- Mémoire dynamique utilisant un inverseur

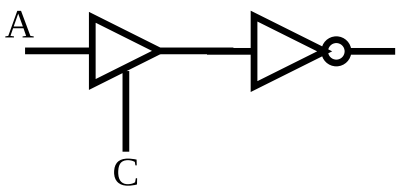


-

Les bases de la mémorisation

- Mémoire dynamique : par chargement d'une capacité



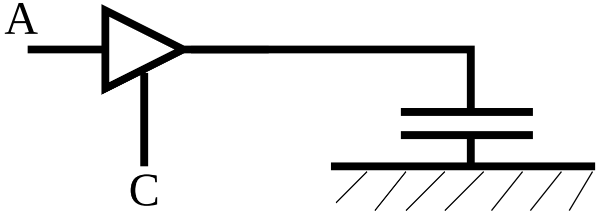


- Mémoire dynamique utilisant un inverseur

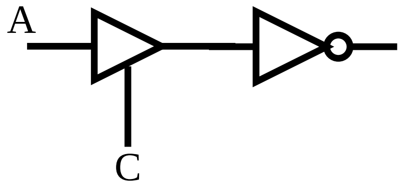
- Mémoire statique de base:

Les bases de la mémorisation

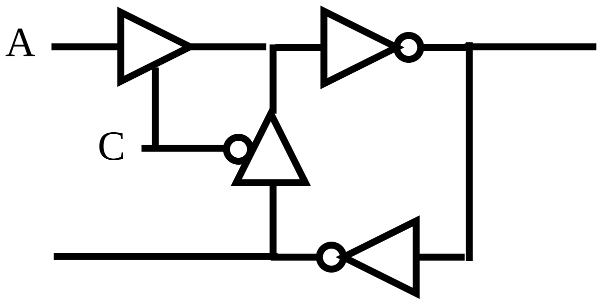
- Mémoire dynamique : par chargement d'une capacité



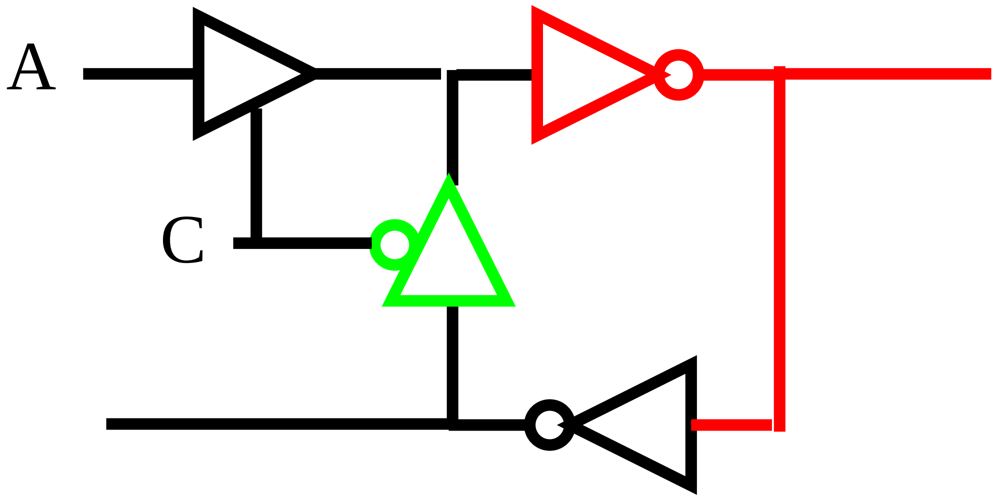
- Mémoire dynamique utilisant un inverseur



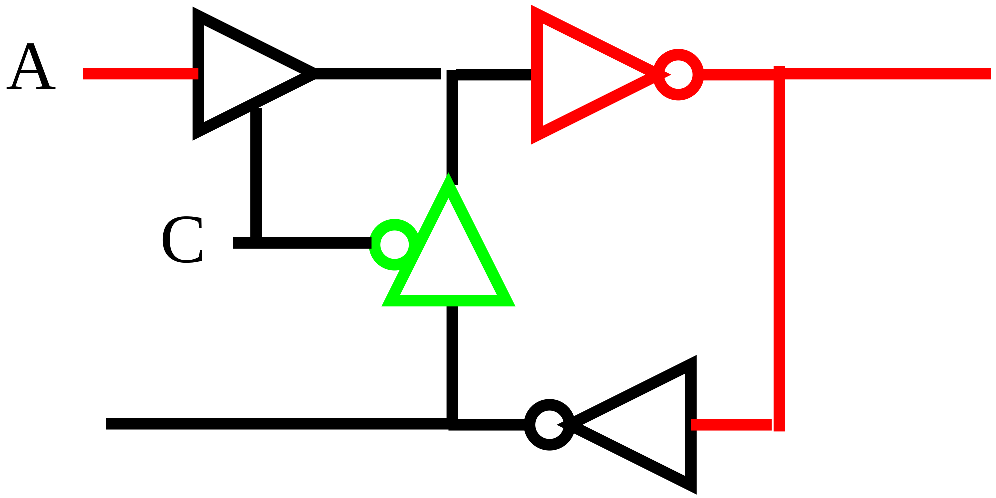
- Mémoire statique de base:



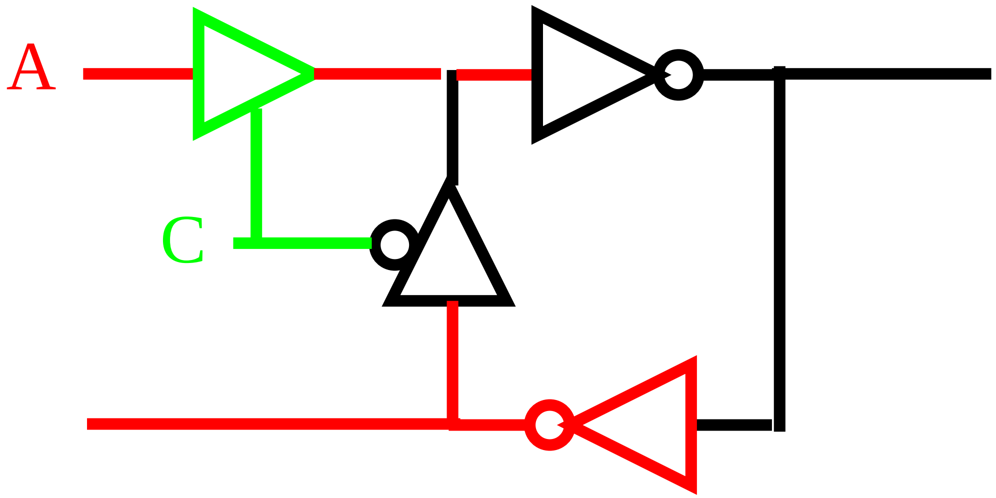
Les bases de la mémorisation suite



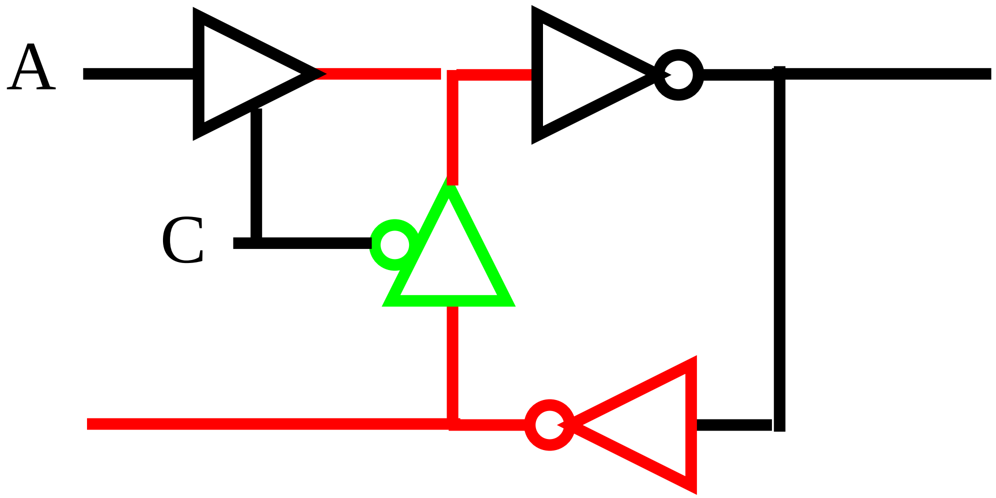
Les bases de la mémorisation suite



Les bases de la mémorisation suite

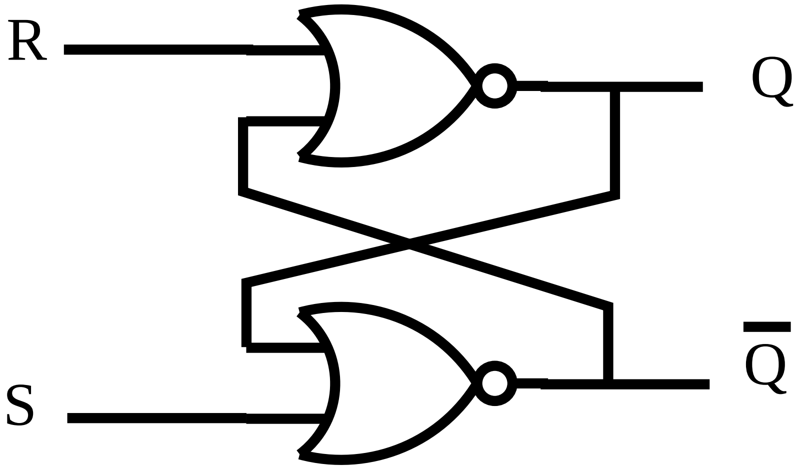


Les bases de la mémorisation suite



La bascule RS (Reset,Set)

La bascule RS (Reset,Set)



La bascule RS (Reset,Set)

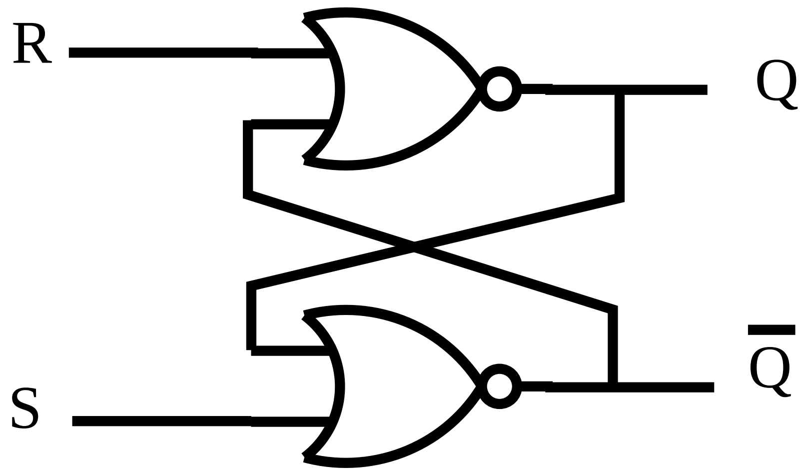


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	-	-
0	1		
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

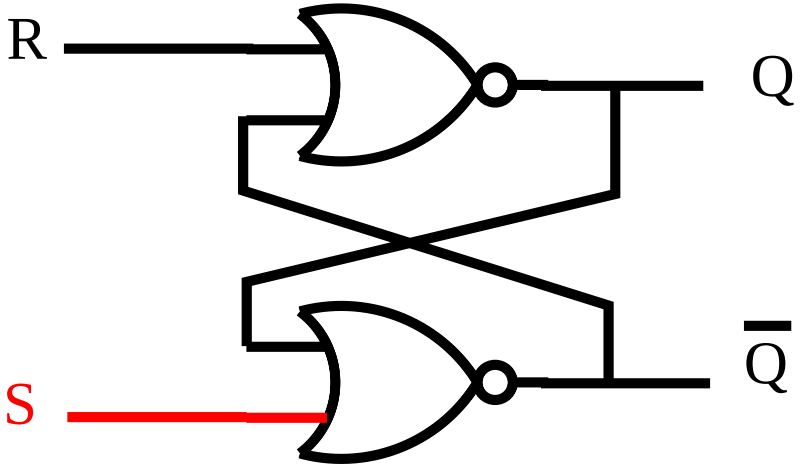


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	-	-
0	1		
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

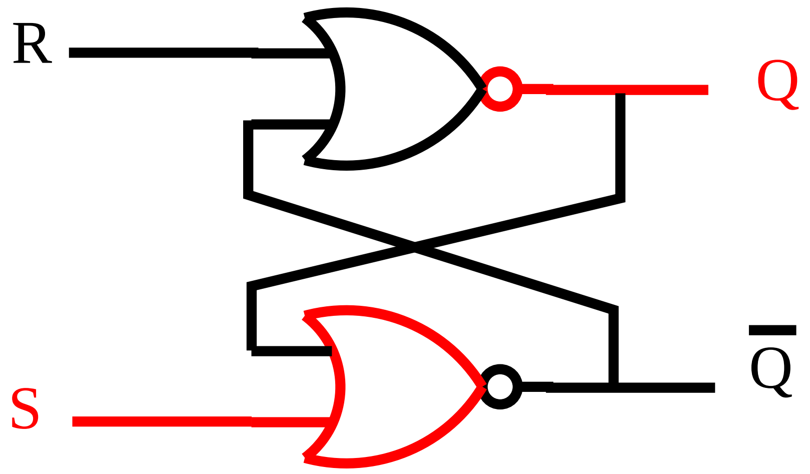


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	-	-
0	1		
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

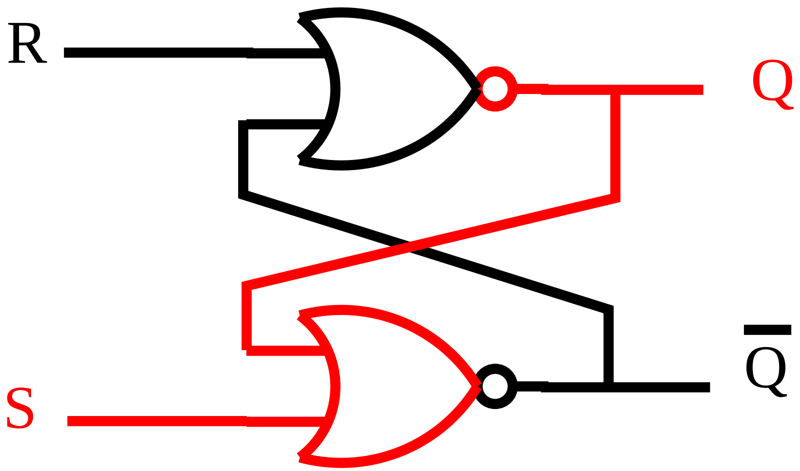


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	-	-
0	1		
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

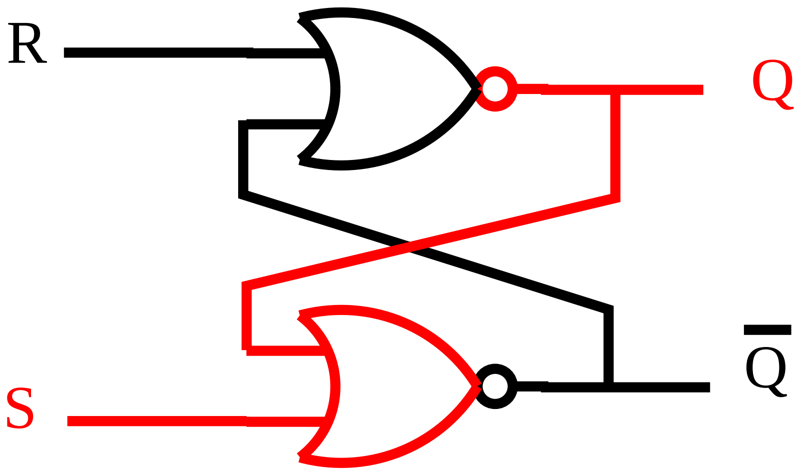


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	-	-
0	1	1	0
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

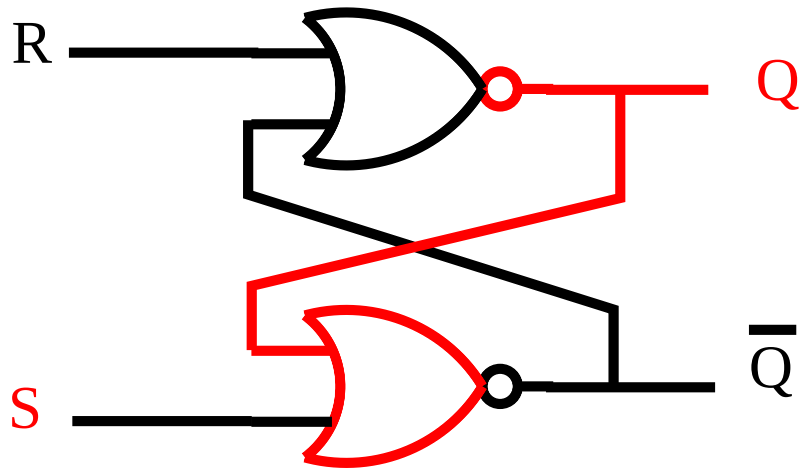


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0		
0	1	1	0
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

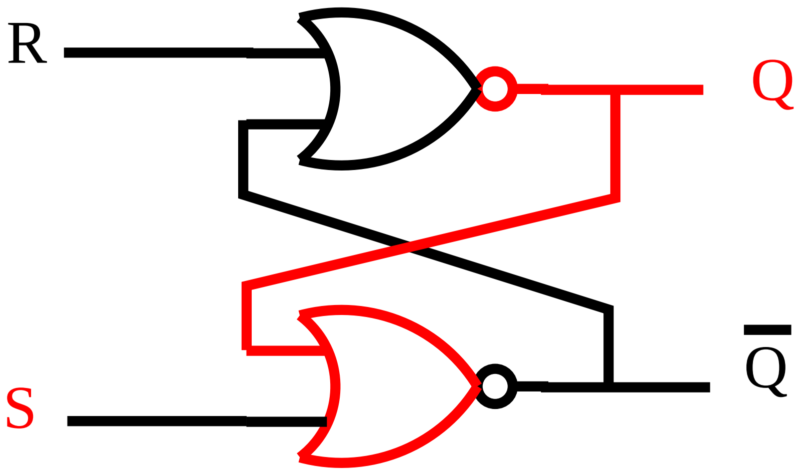


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	Q	$\overline{Q}$
0	1	1	0
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

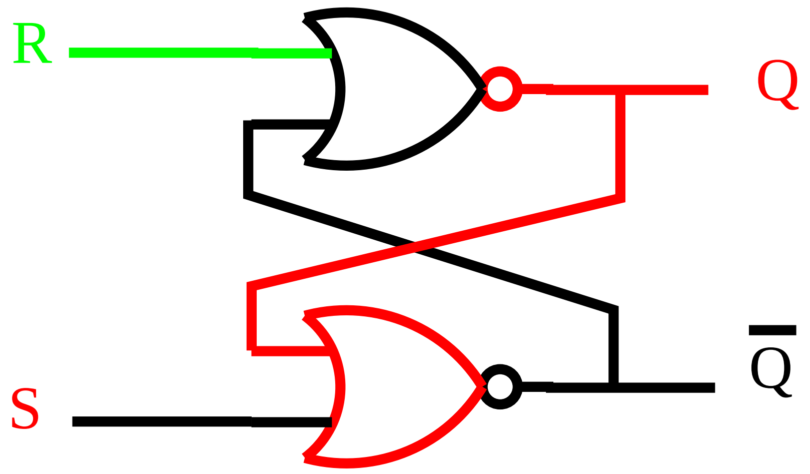


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	Q	$\overline{Q}$
0	1	1	0
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

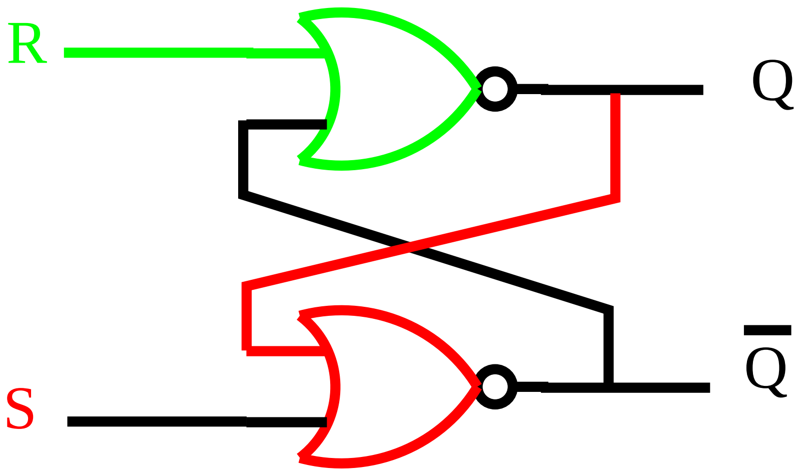


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	Q	$\overline{Q}$
0	1	1	0
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

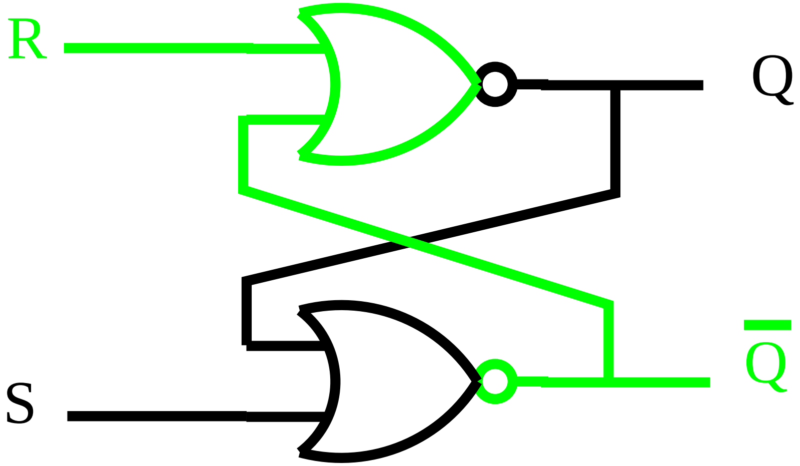


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	Q	$\overline{Q}$
0	1	1	0
1	0		
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

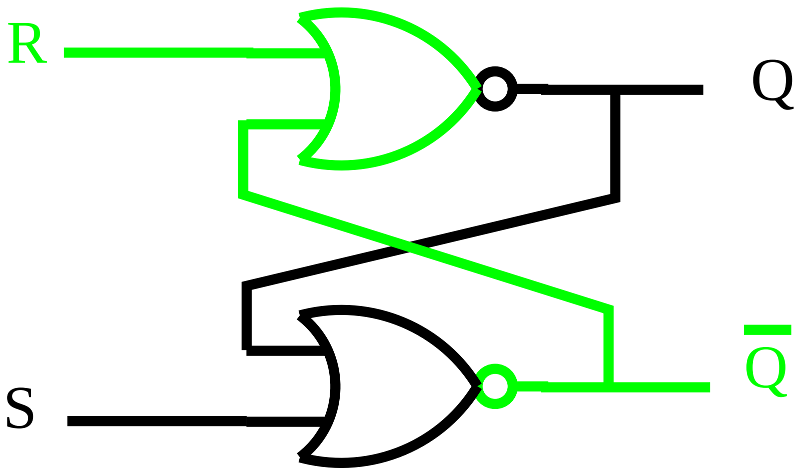


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	Q	$\overline{Q}$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

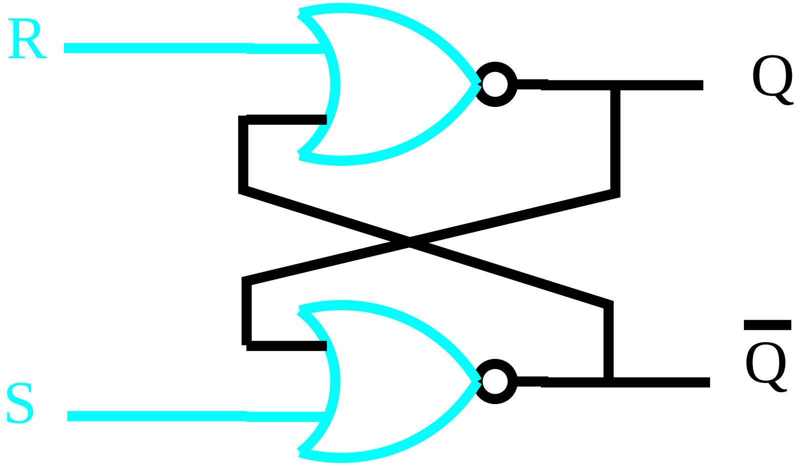


table de vérité

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	Q	$\overline{Q}$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1		

La bascule RS (Reset,Set)

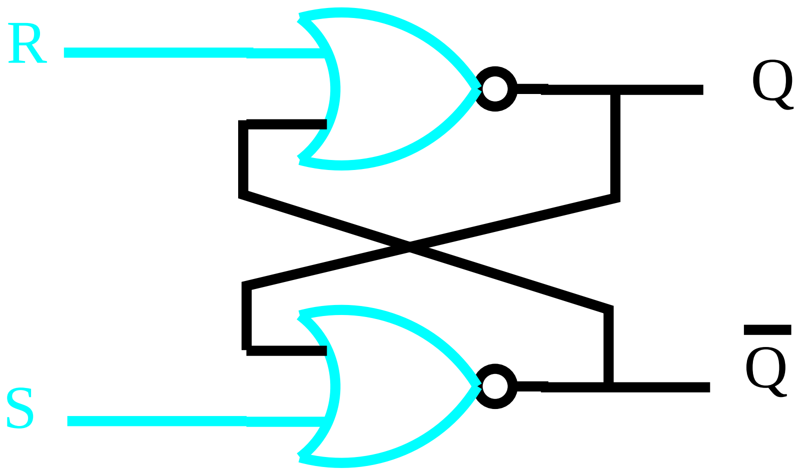
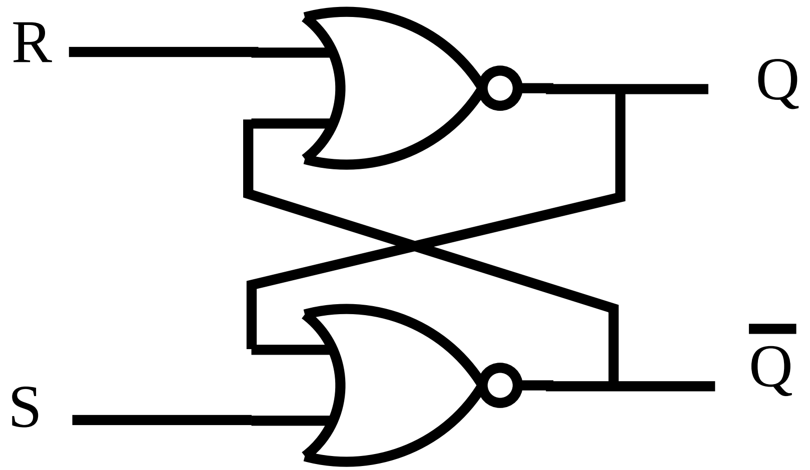


table de vérité

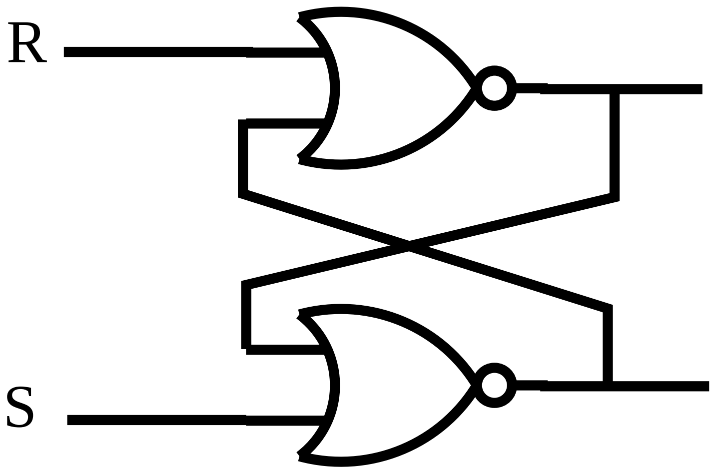
R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	Q	$\overline{Q}$
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	0	0

La bascule RS (Reset,Set) (fin)

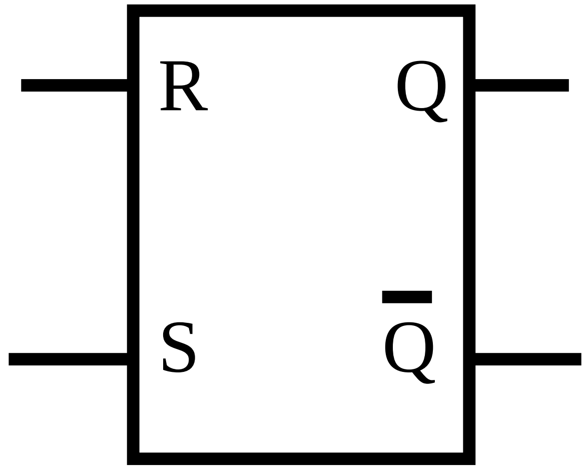


se représente

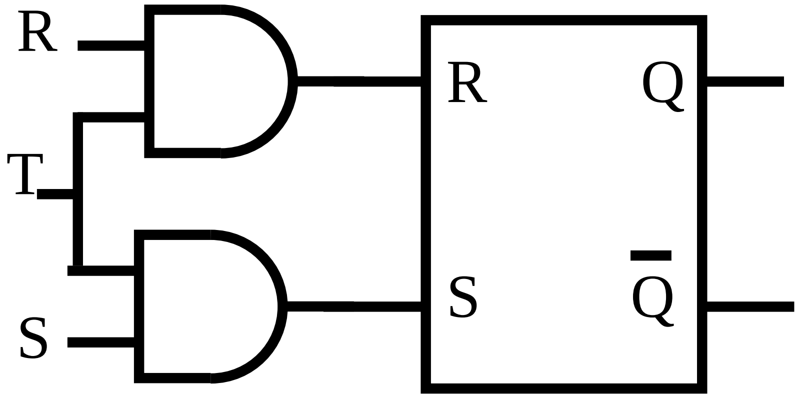
La bascule RS (Reset,Set) (fin)



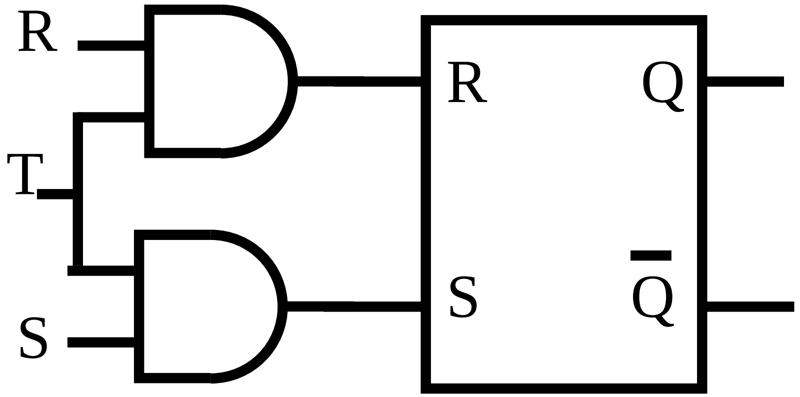
se représente



La bascule RS synchrone ou RST

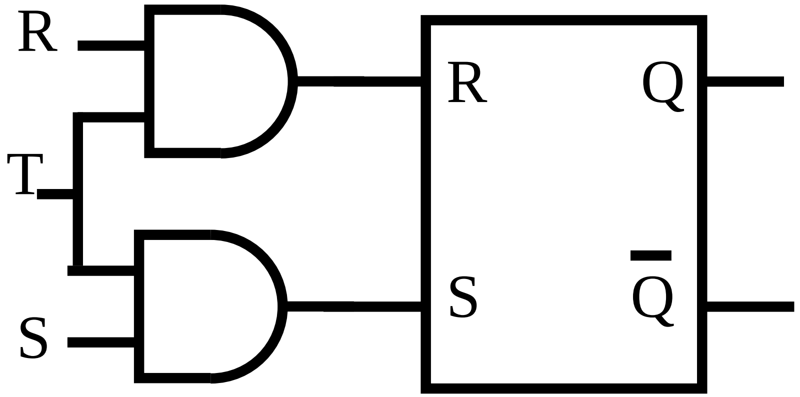


La bascule RS synchrone ou RST



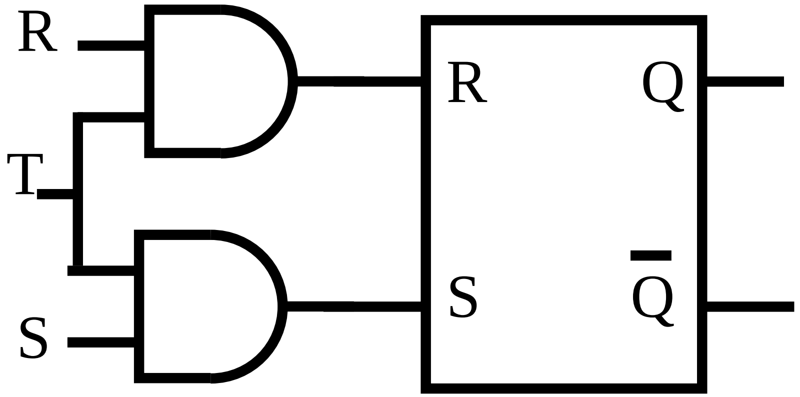
$T = 1$

La bascule RS synchrone ou RST



$T = 1$ lecture

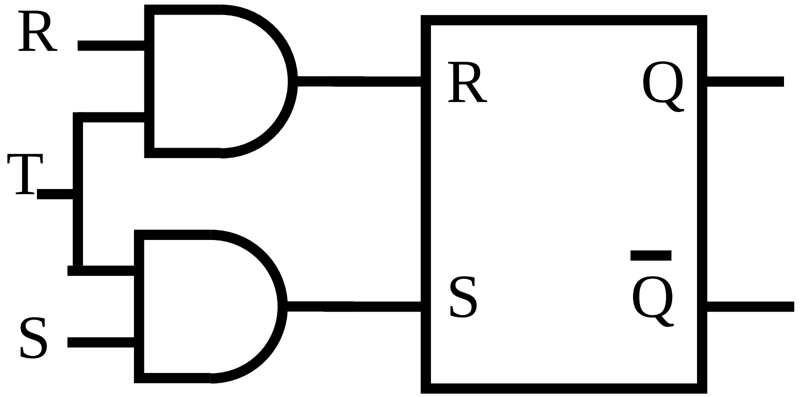
La bascule RS synchrone ou RST



$T = 1$ lecture

$T = 0$

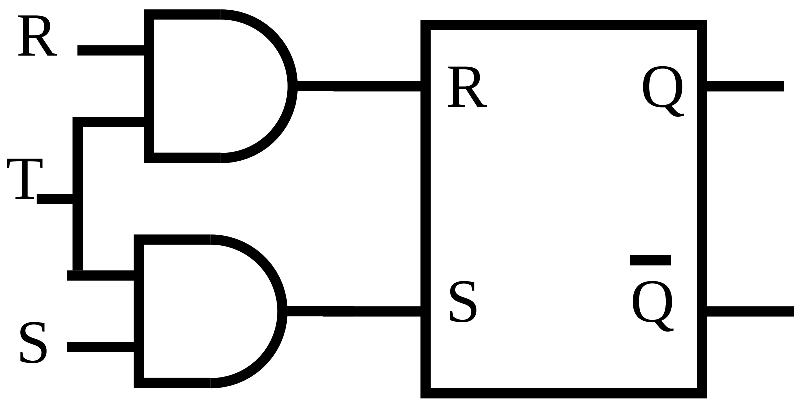
La bascule RS synchrone ou RST



$T = 1$ lecture

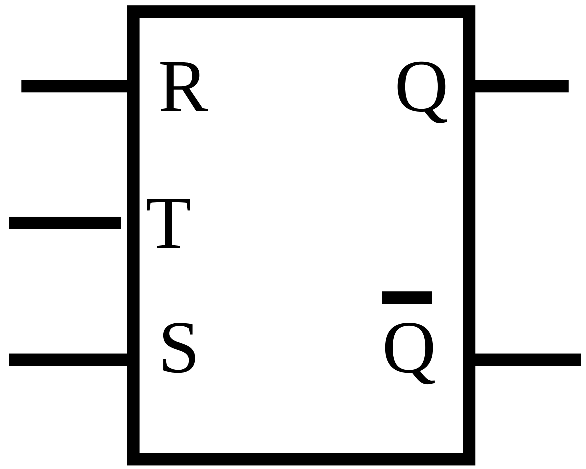
$T = 0$ mémorisation

La bascule RS synchrone ou RST

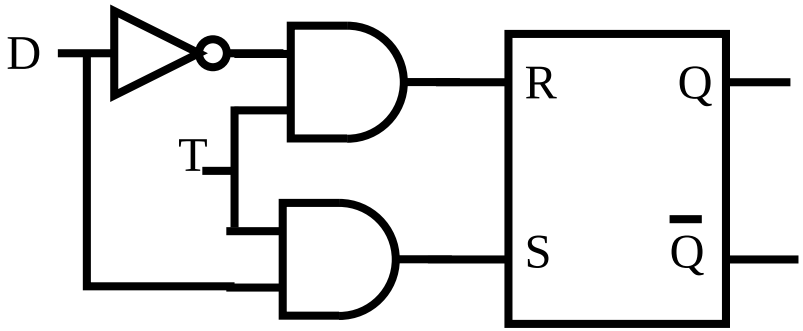


$T = 1$ lecture

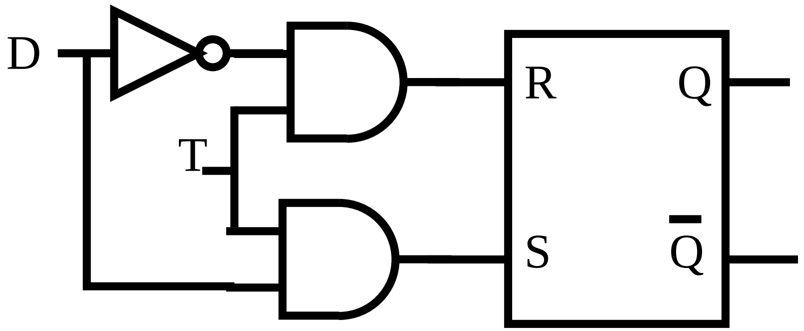
$T = 0$ mémorisation



La bascule D

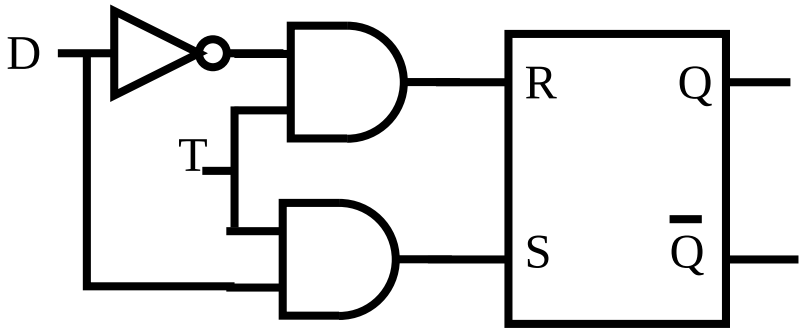


La bascule D



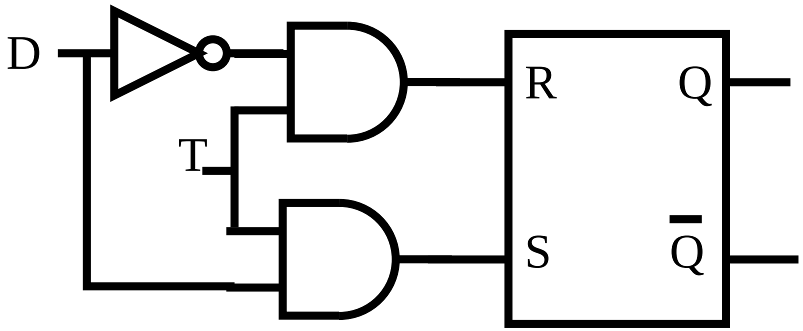
$T = 1$

La bascule D



$T = 1$ lecture

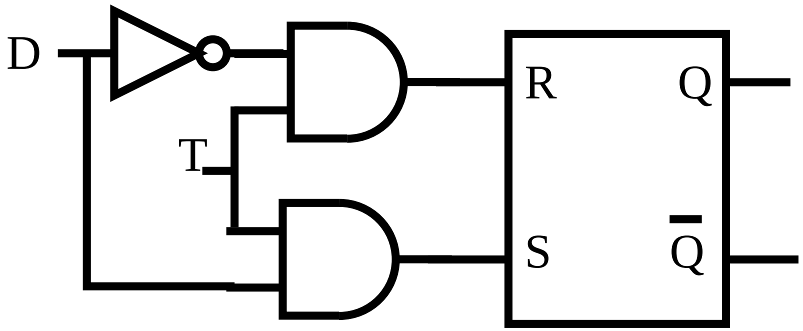
La bascule D



$T = 1$ lecture

$T = 0$

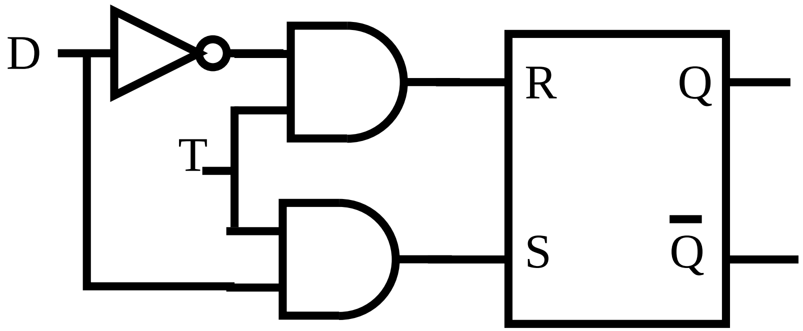
La bascule D



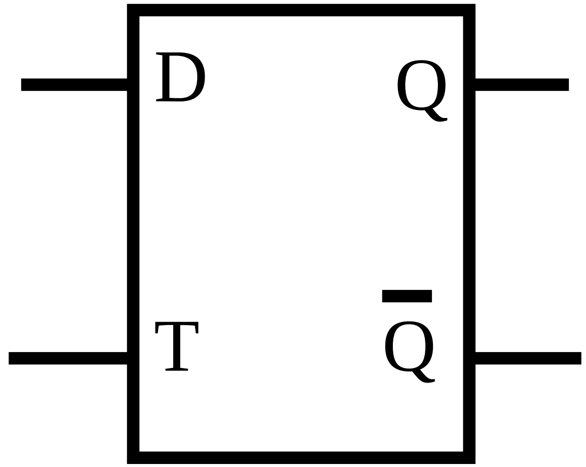
$T = 1$ lecture

$T = 0$ mémorisation

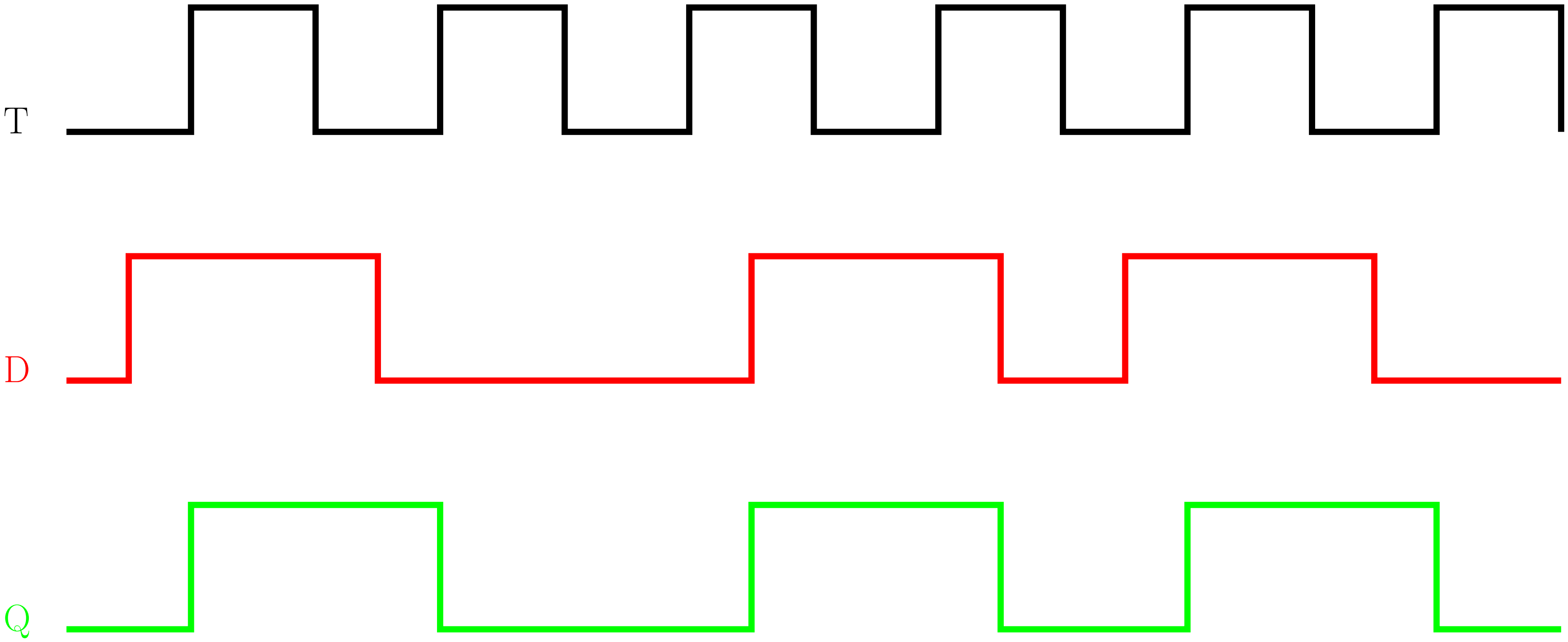
La bascule D



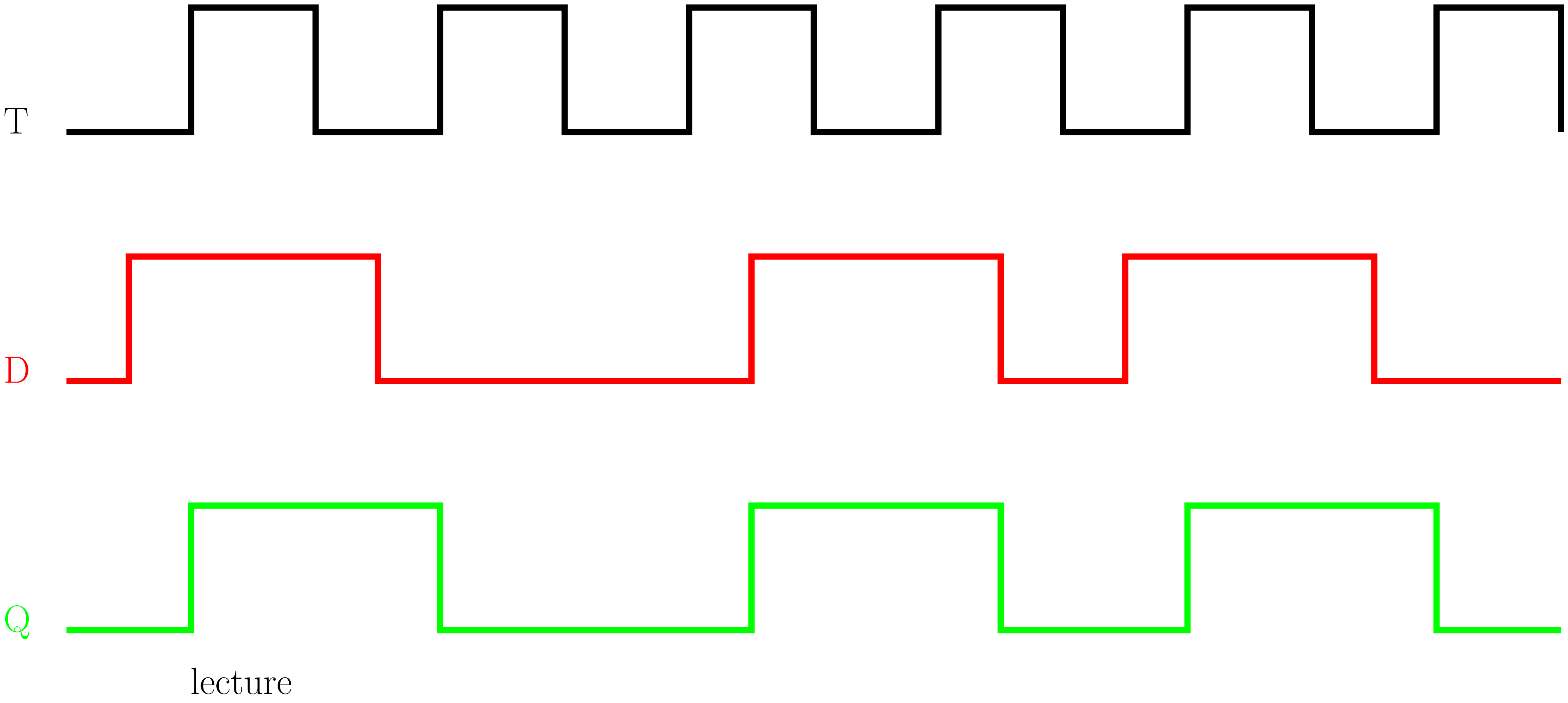
$T = 1$ lecture
$T = 0$ mémorisation



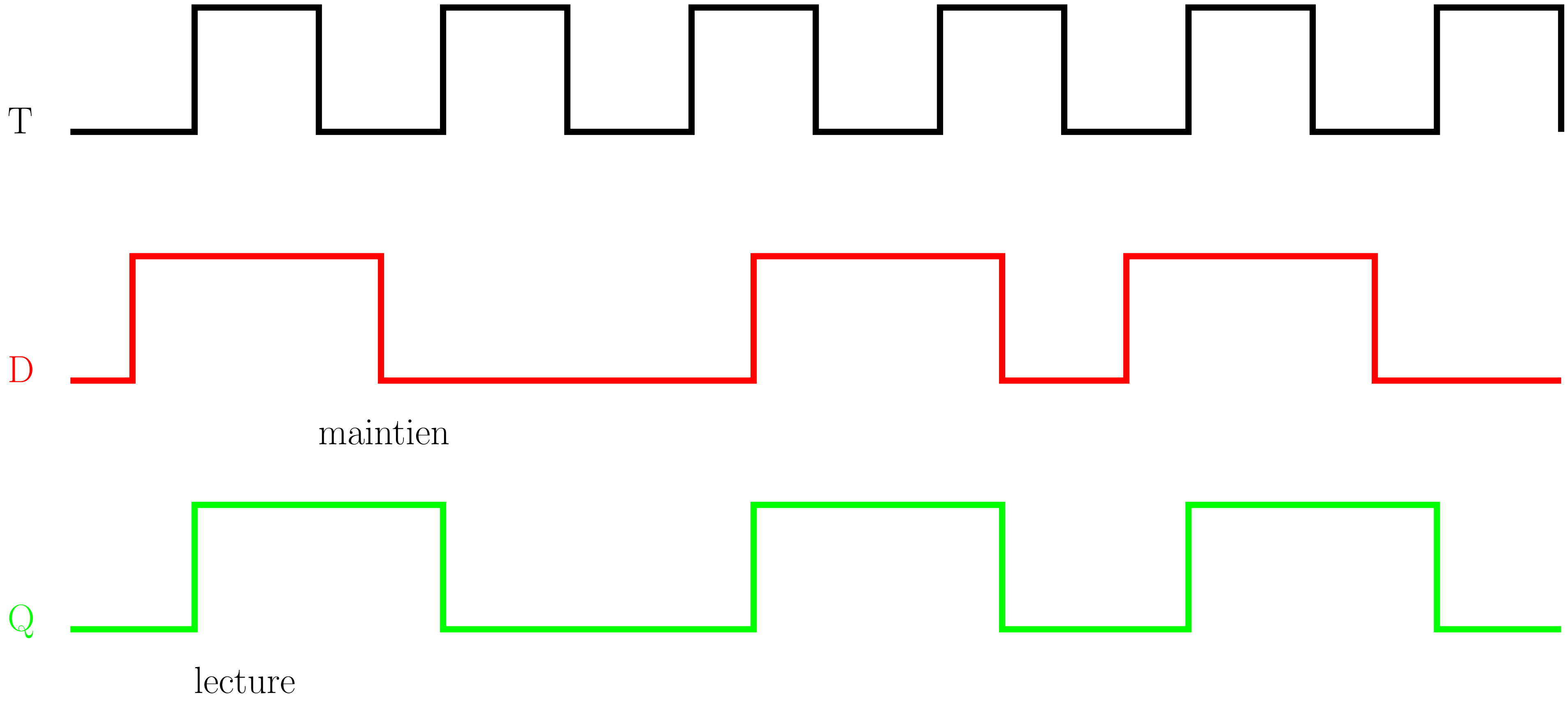
Chronogramme de la bascule D



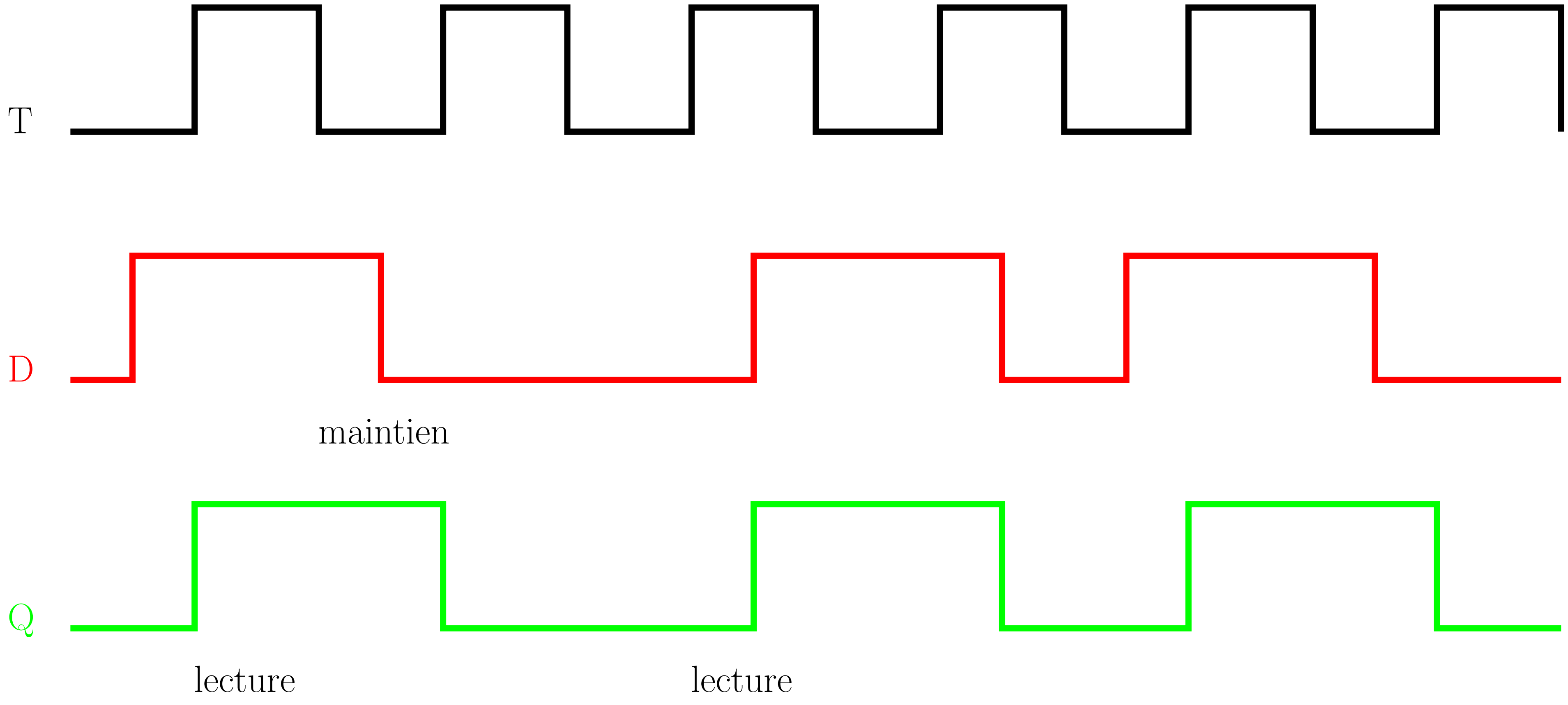
Chronogramme de la bascule D



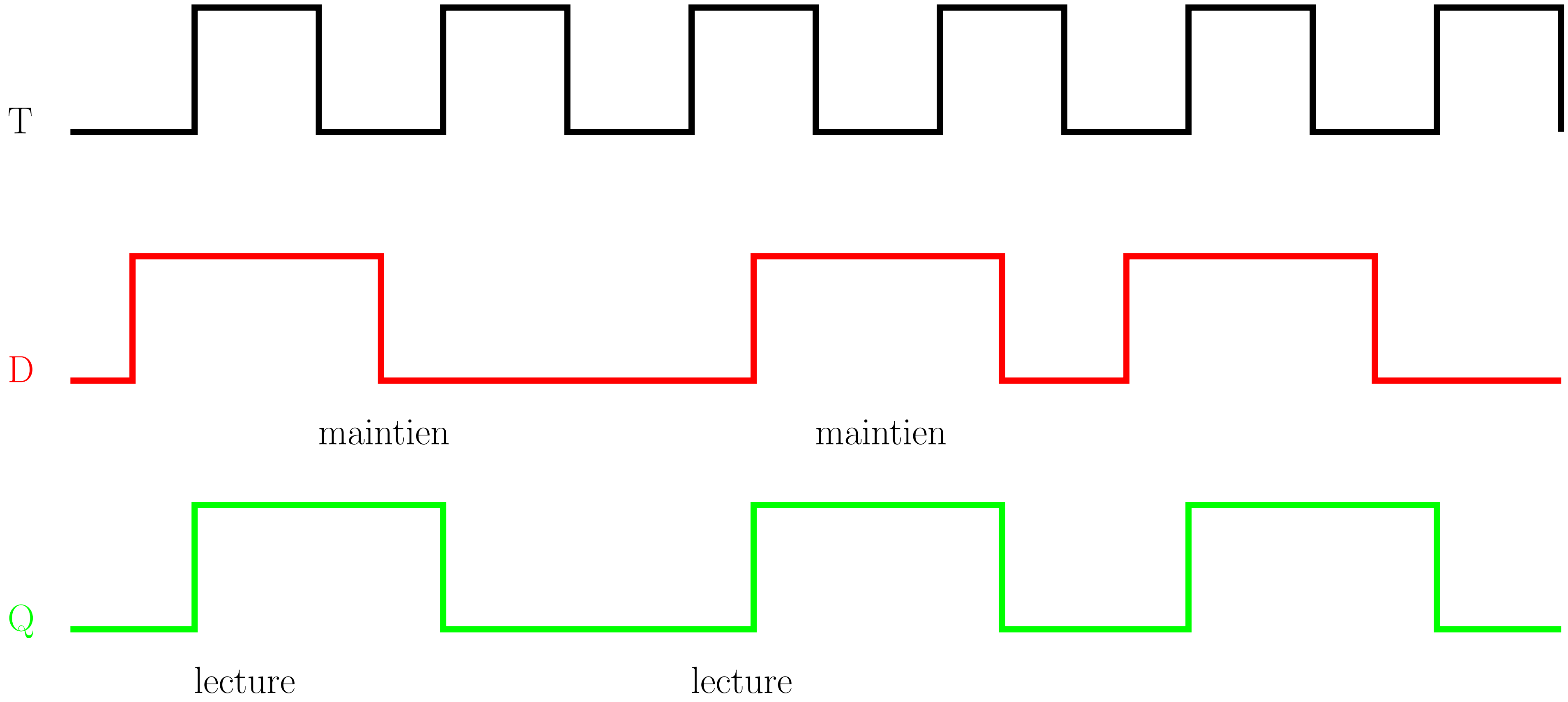
Chronogramme de la bascule D



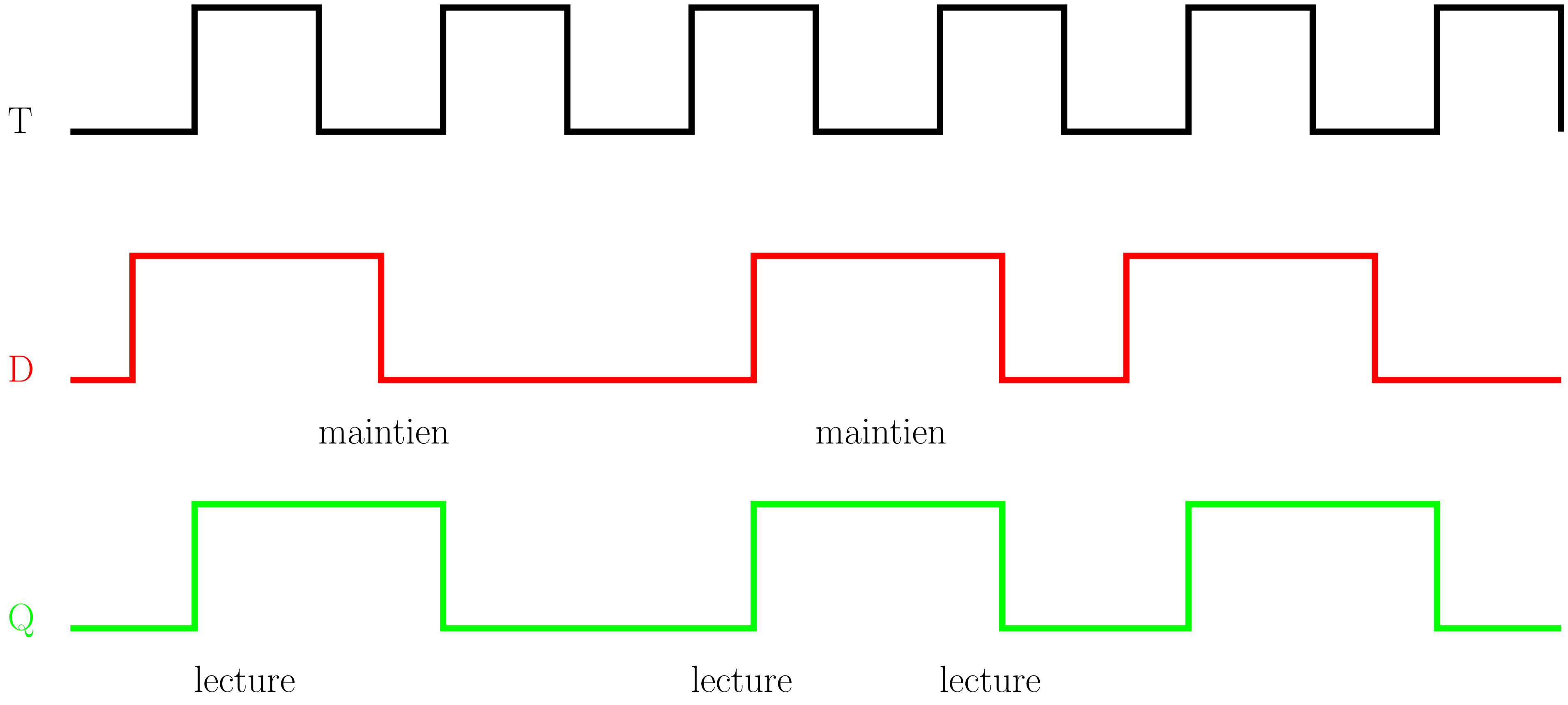
Chronogramme de la bascule D



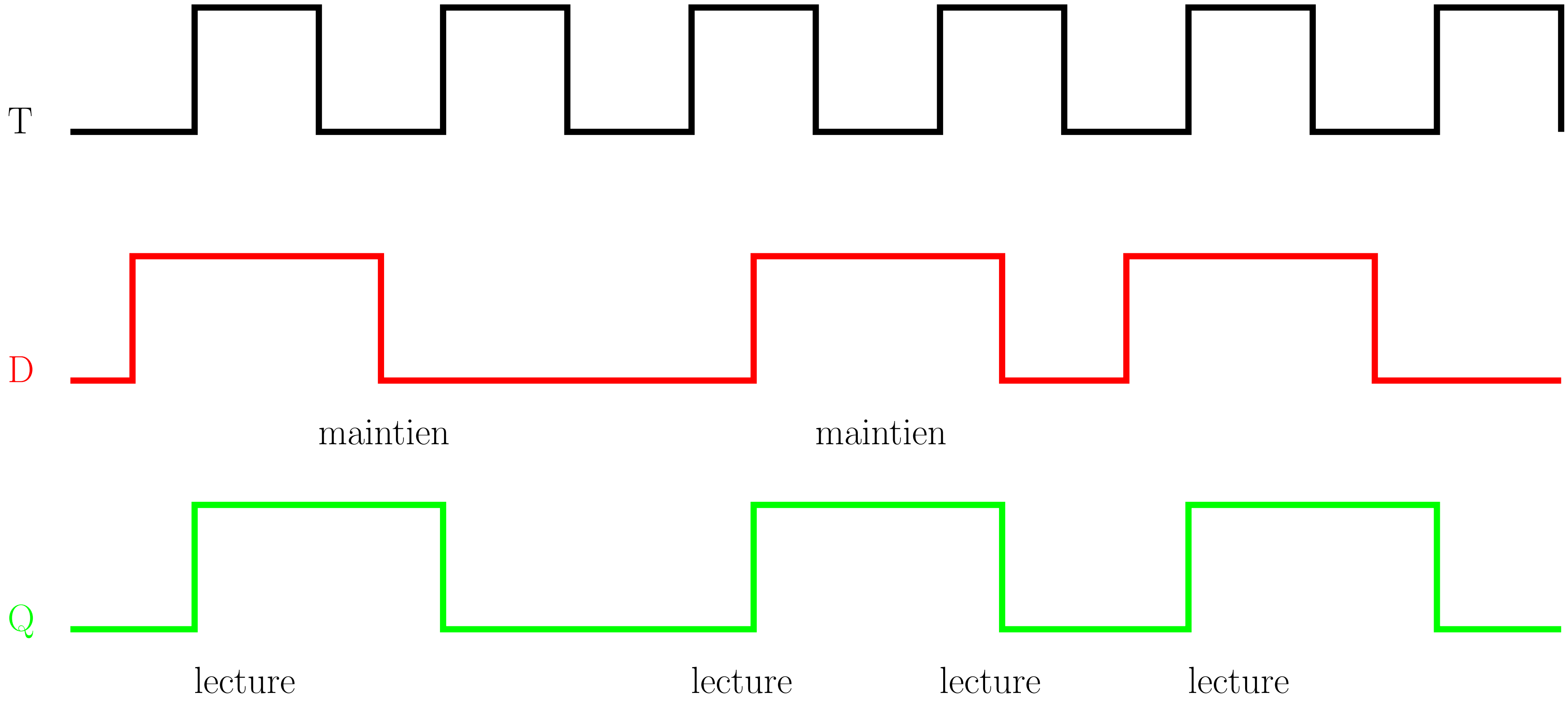
Chronogramme de la bascule D



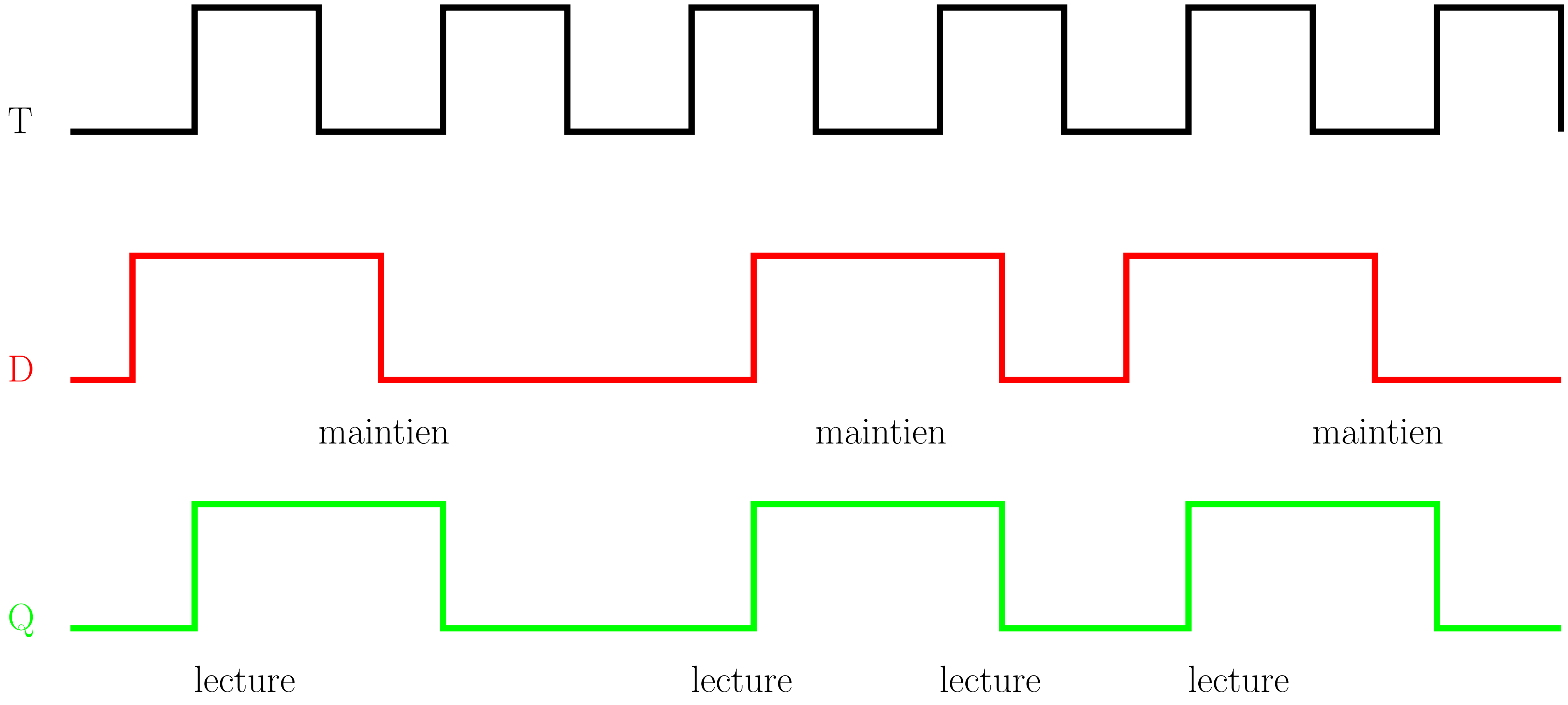
Chronogramme de la bascule D



Chronogramme de la bascule D



Chronogramme de la bascule D



Bascule sur front d'horloge

-
-

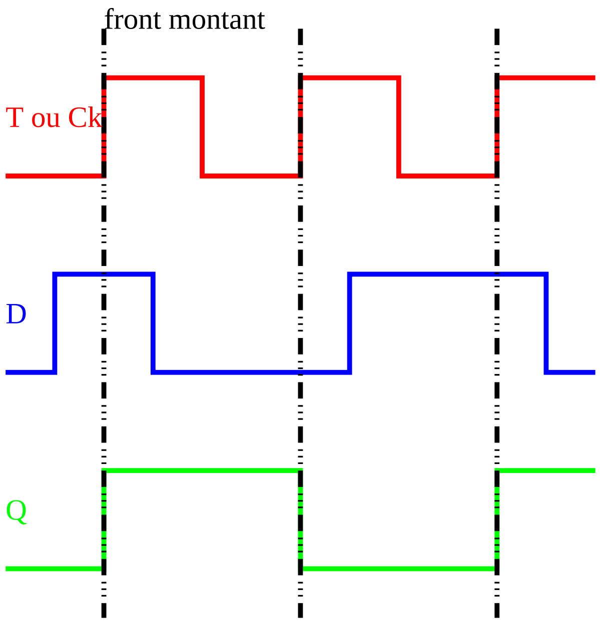
Bascule sur front d'horloge

- Le principe : saisir l'information lors du changement d'état de l'horloge

-

Bascule sur front d'horloge

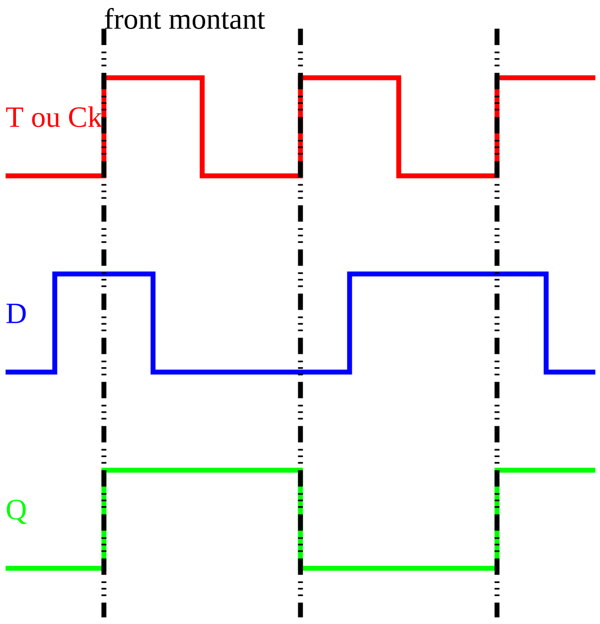
- Le principe : saisir l'information lors du changement d'état de l'horloge



-

Bascule sur front d'horloge

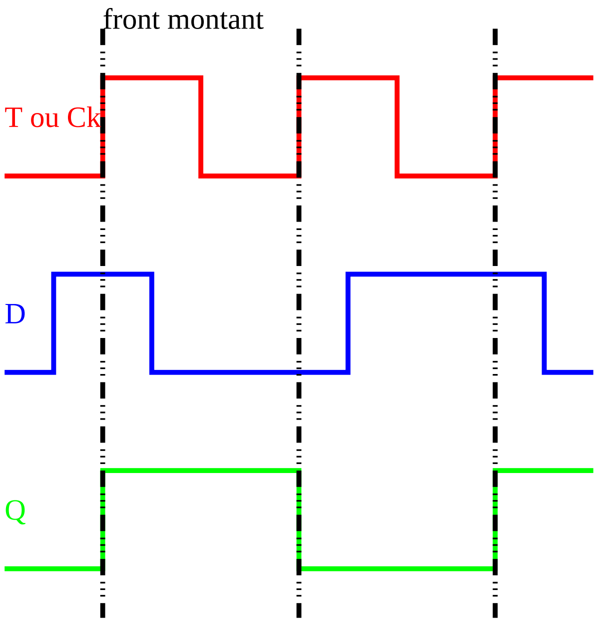
- Le principe : saisir l'information lors du changement d'état de l'horloge



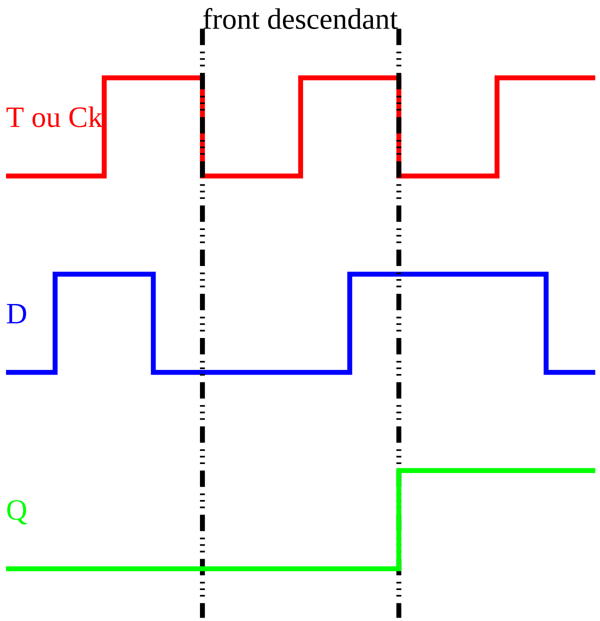
- ou encore

Bascule sur front d'horloge

- Le principe : saisir l'information lors du changement d'état de l'horloge

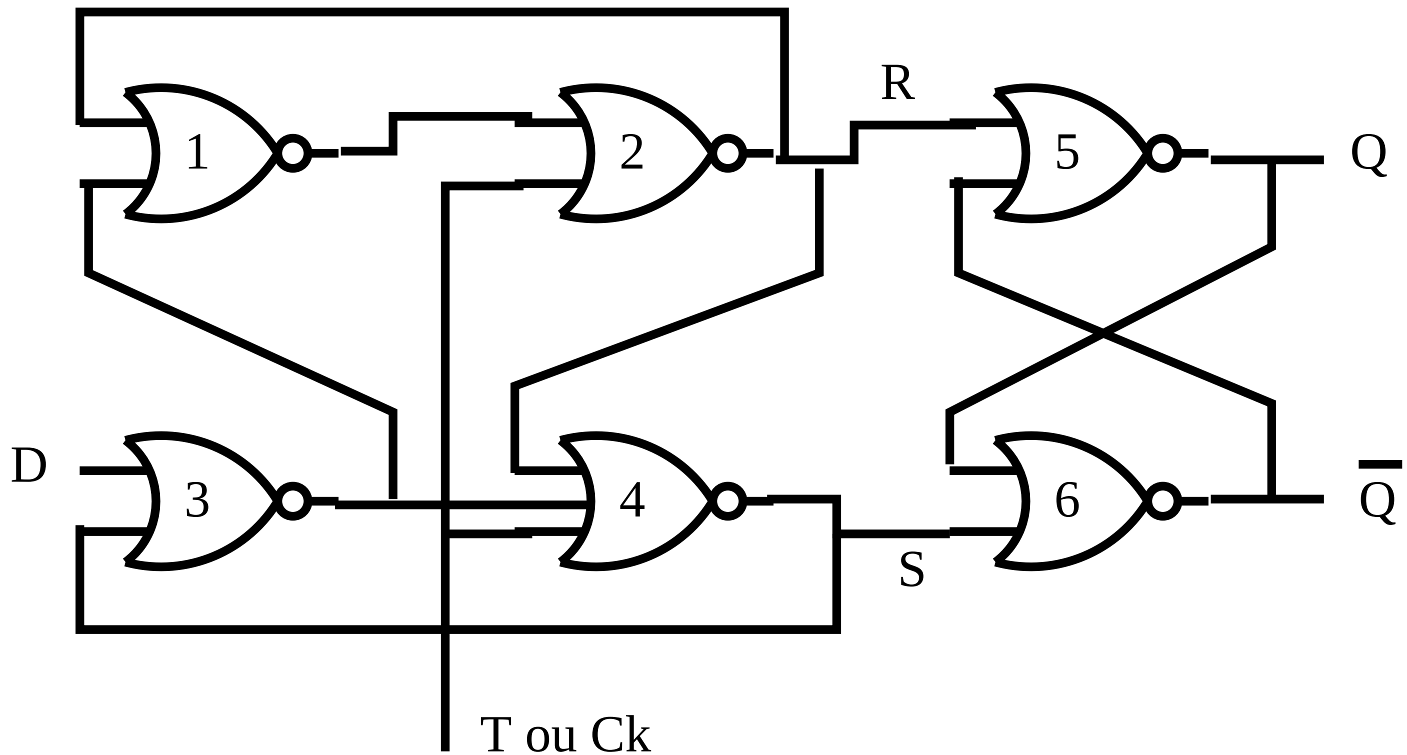


- ou encore



Bascule sur front d'horloge : exemple

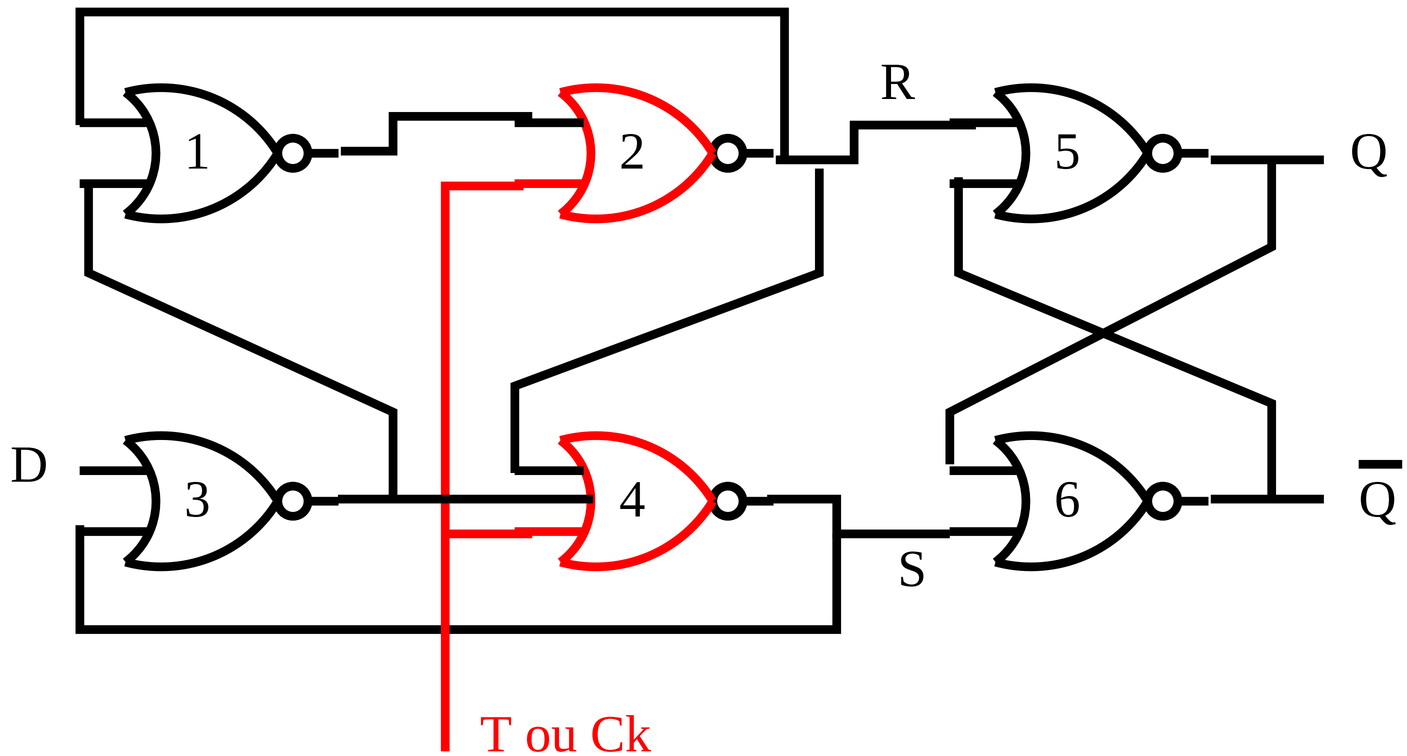
- Cette bascule D comporte 3 RS (1,2) (3,4) et (5,6)



-

Bascule sur front d'horloge : exemple

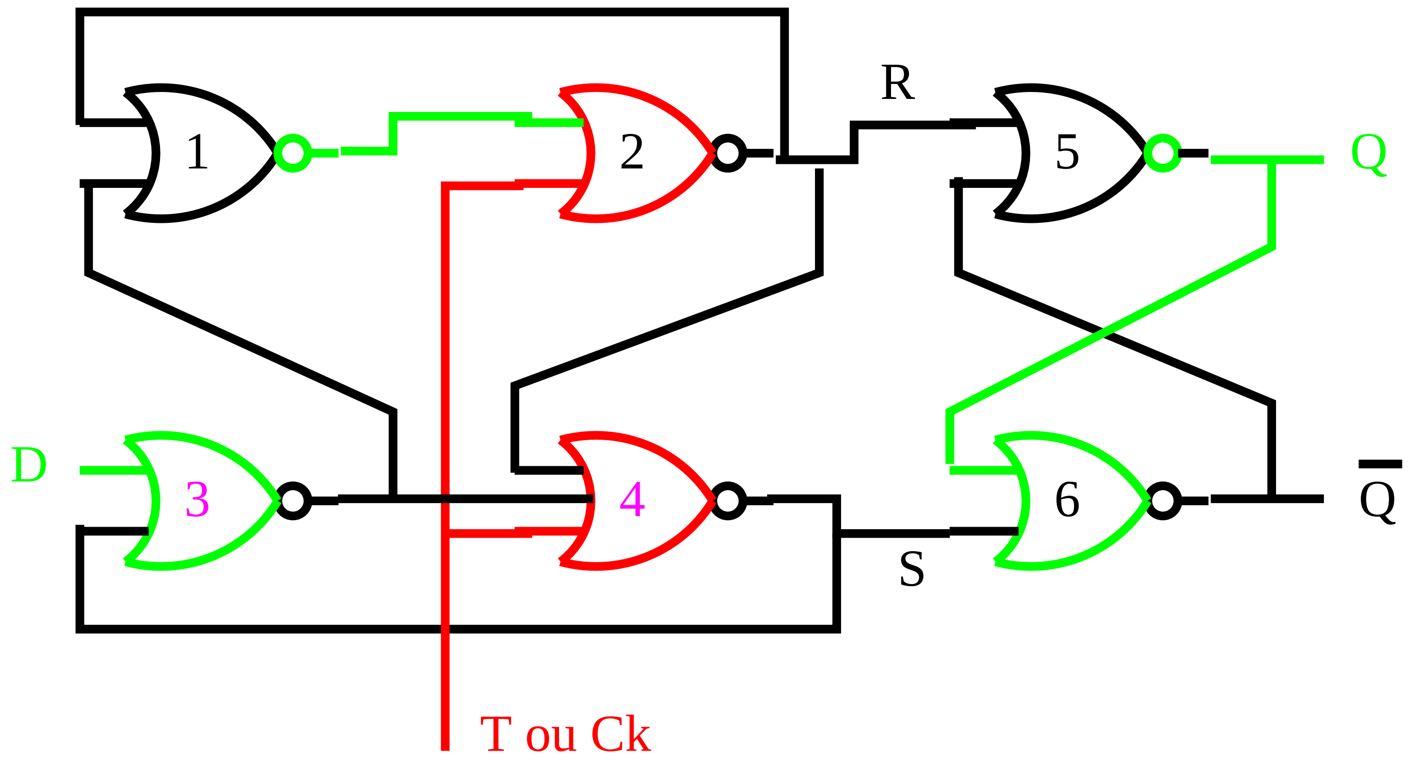
- Si $\mathbf{C} = \mathbf{1}$ alors $\mathbf{R} = \mathbf{S} = 0$, (5,6) est bloquée



-

Bascule sur front d'horloge : exemple

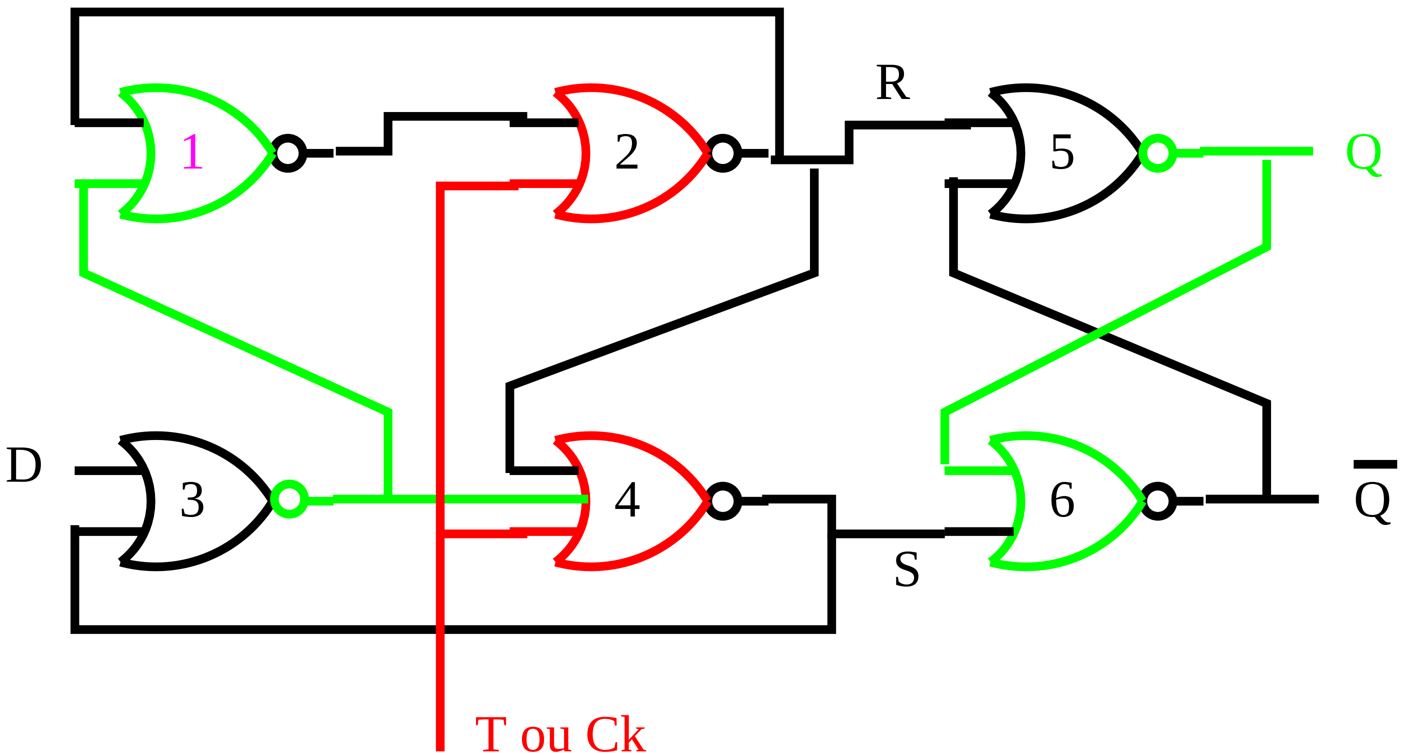
- Si **C** = **1** et **D** = **1** alors (3,4) est instable



-

Bascule sur front d'horloge : exemple

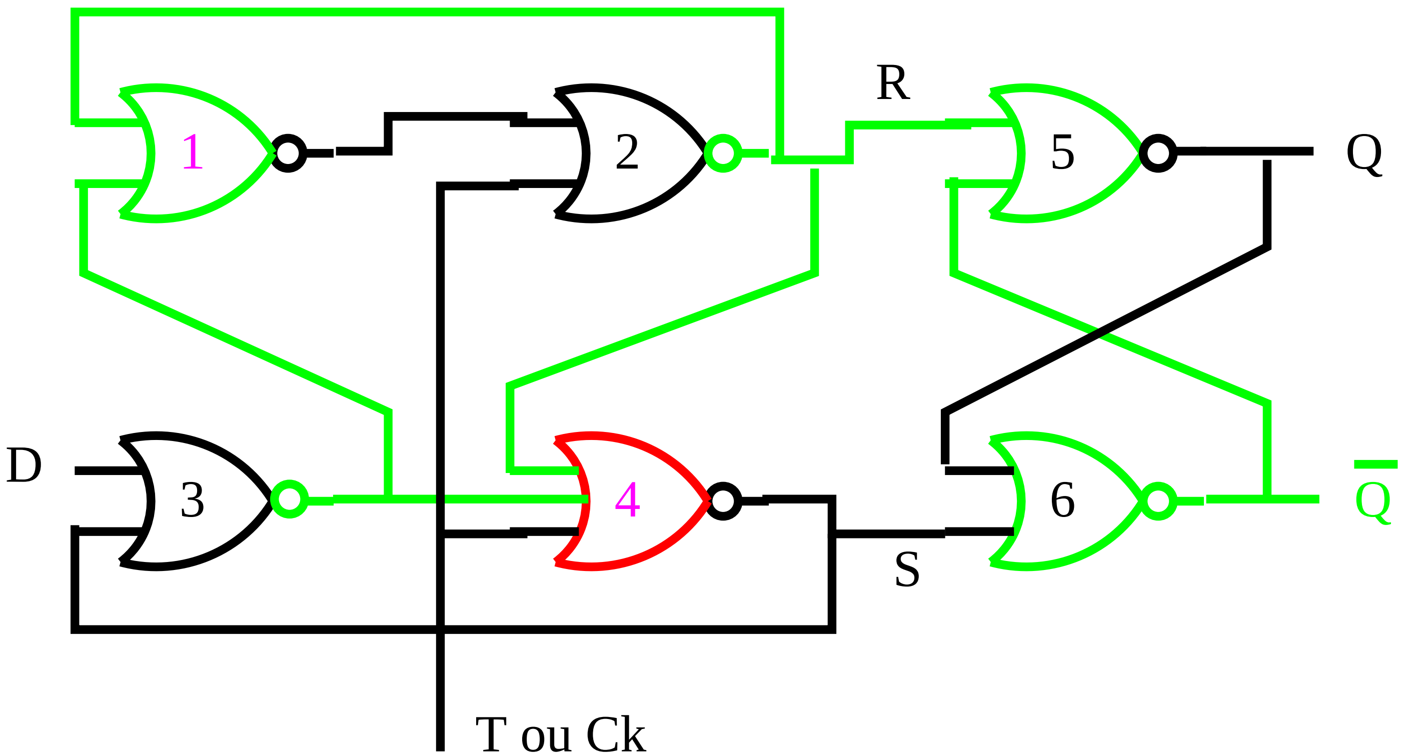
- Si **C** = 1 et **D** = 0 alors (1,2) est instable



-

Bascule sur front d'horloge : exemple

- si **C** $\searrow$ 0 alors (1,2) se stabilise, puis **R** bloque 4 et 1



-

Bascule D sur front d'horloge

-
-

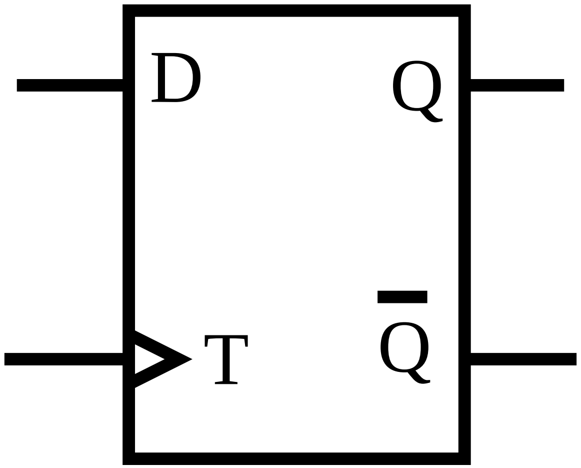
Bascule D sur front d'horloge

- parfois nommée flip-flop

-

Bascule D sur front d'horloge

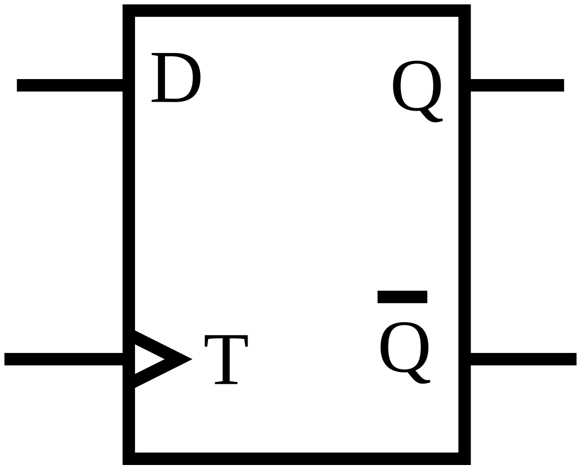
- parfois nommée flip-flop



- front montant

Bascule D sur front d'horloge

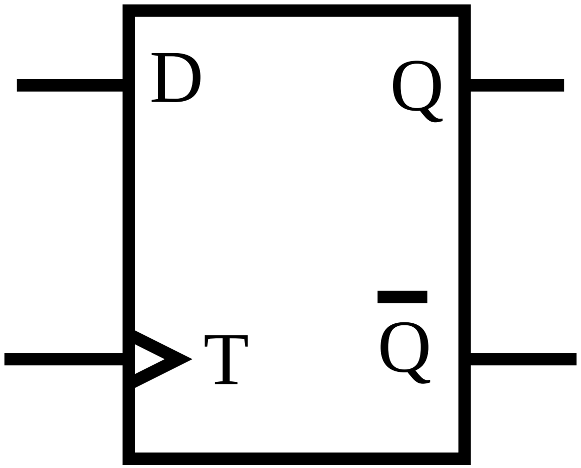
- parfois nommée flip-flop

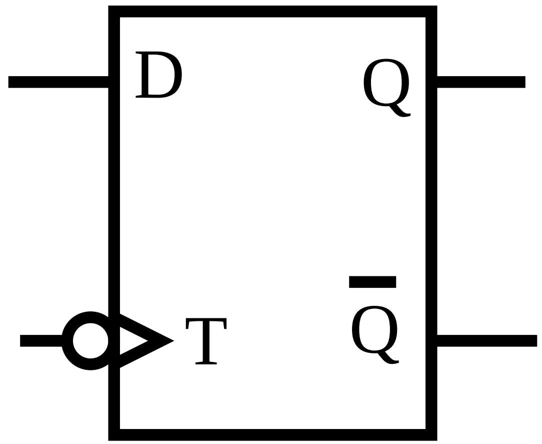


- front montant ou encore

Bascule D sur front d'horloge

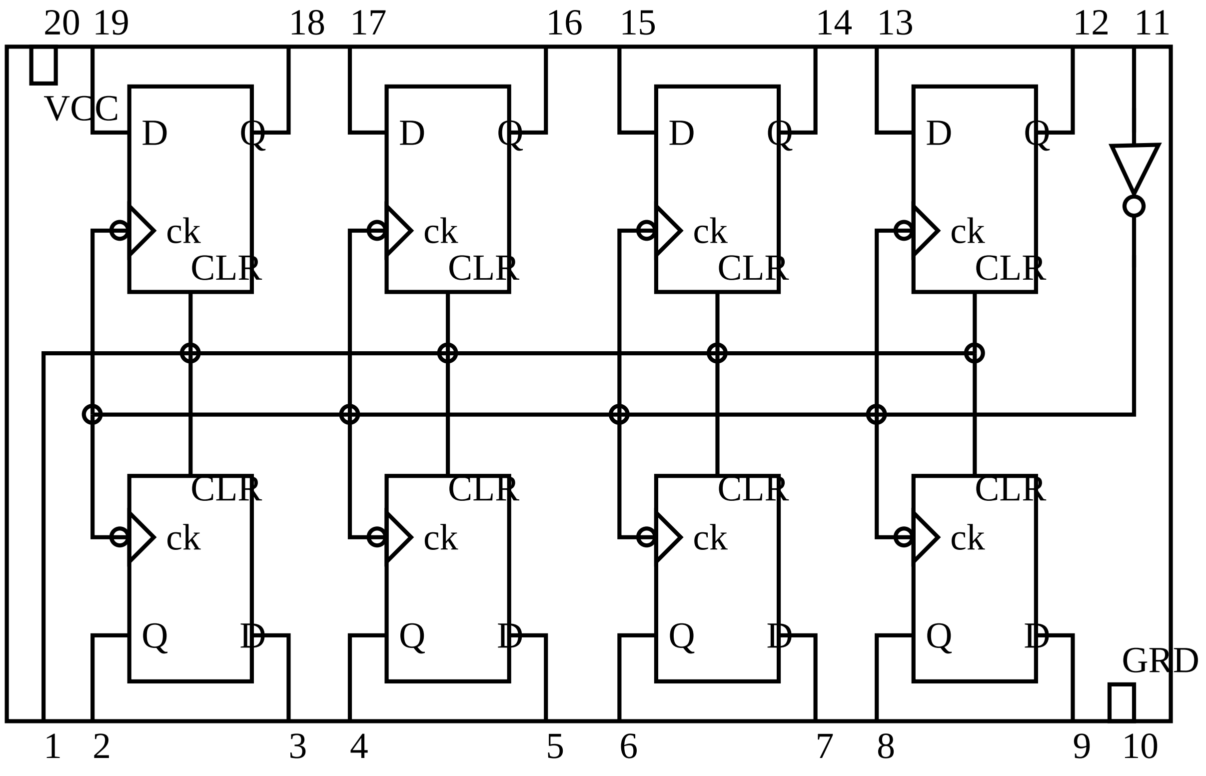
- parfois nommée flip-flop



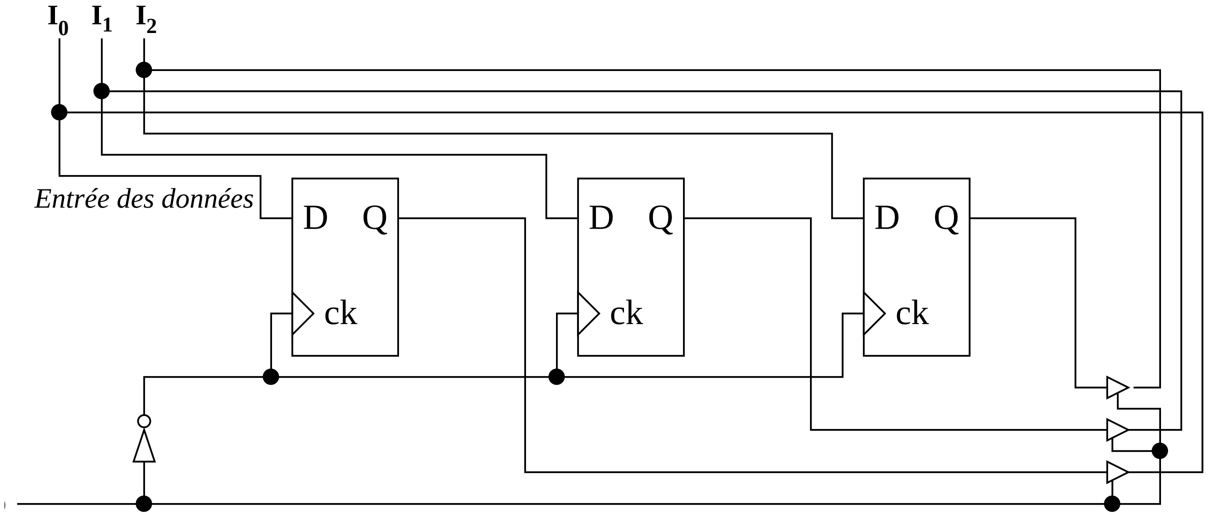


- front montant ou encore front descendant

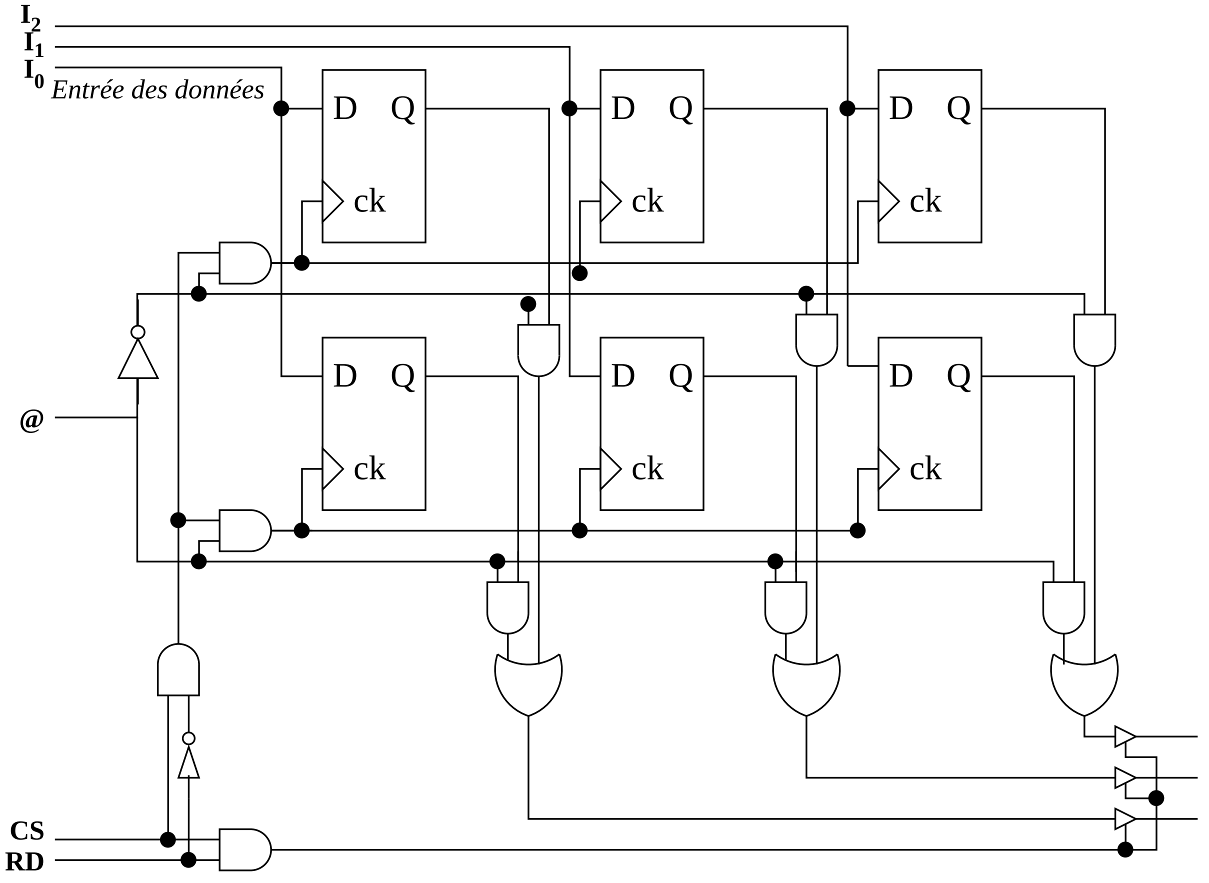
Exemple : registre 8 bits



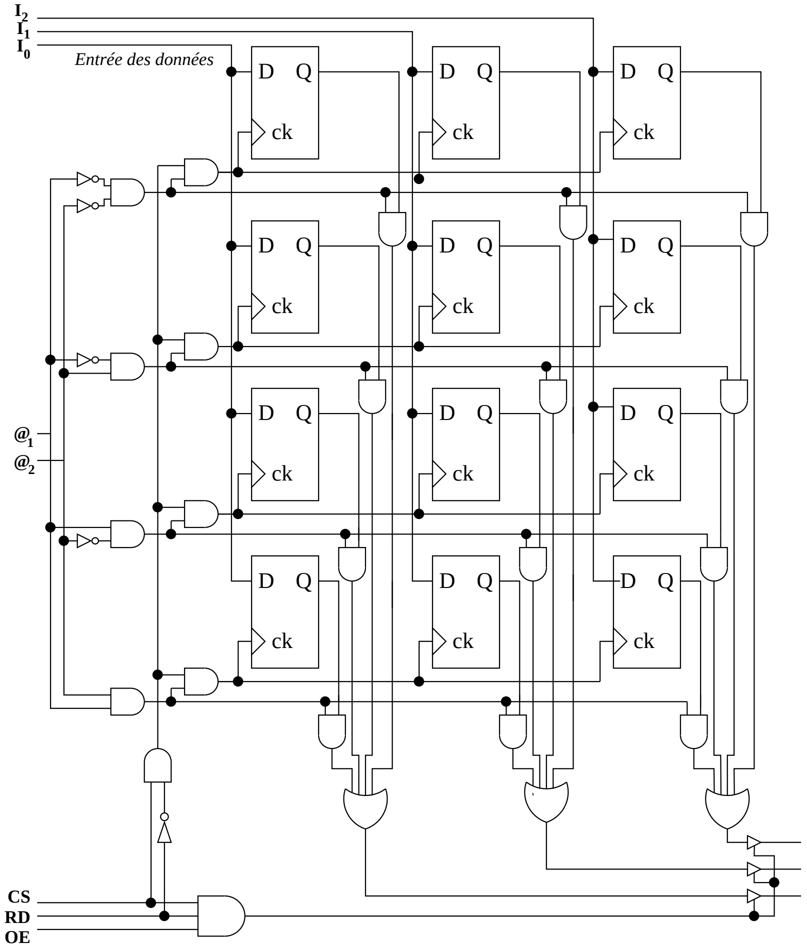
exemple de mémoire 3 bits



exemple de mémoire 2X3 bits



exemple de mémoire 4X3 bits



Bascule JK sur front d'horloge

-

-

Bascule JK sur front d'horloge

- table de vérité

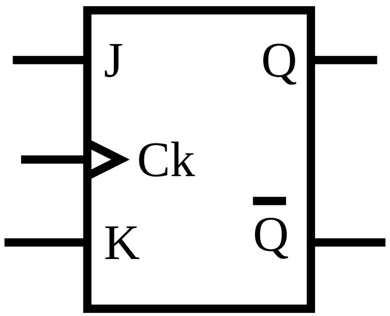
J	K	Ck	Q	état
0	0	$\uparrow$	Q	maintien
0	1	$\uparrow$	J	
1	0	$\uparrow$	J	
1	1	$\uparrow$	$\overline{Q}$	échange

-

Bascule JK sur front d'horloge

- table de vérité

J	K	Ck	Q	état
0	0	$\uparrow$	Q	maintien
0	1	$\uparrow$	J	
1	0	$\uparrow$	J	
1	1	$\uparrow$	$\overline{Q}$	échange

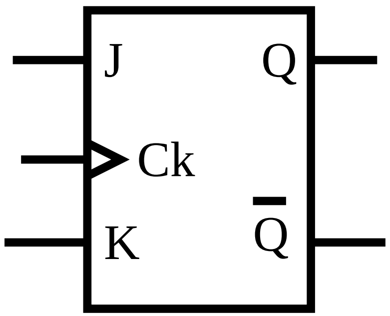


- front montant

Bascule JK sur front d'horloge

- table de vérité

J	K	Ck	Q	état
0	0	$\uparrow$	Q	maintien
0	1	$\uparrow$	J	
1	0	$\uparrow$	J	
1	1	$\uparrow$	$\overline{Q}$	échange

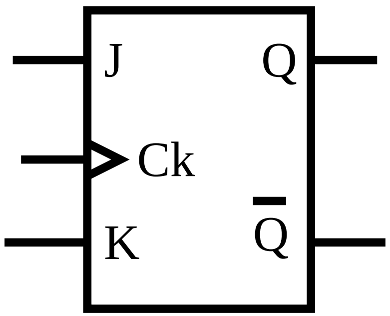


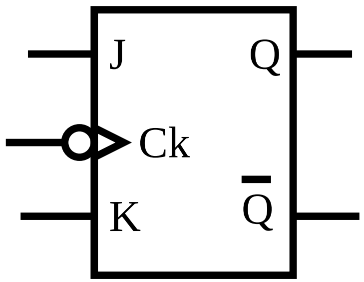
- front montant ou encore

Bascule JK sur front d'horloge

- table de vérité

J	K	Ck	Q	état
0	0	$\uparrow$	Q	maintien
0	1	$\uparrow$	J	
1	0	$\uparrow$	J	
1	1	$\uparrow$	$\overline{Q}$	échange

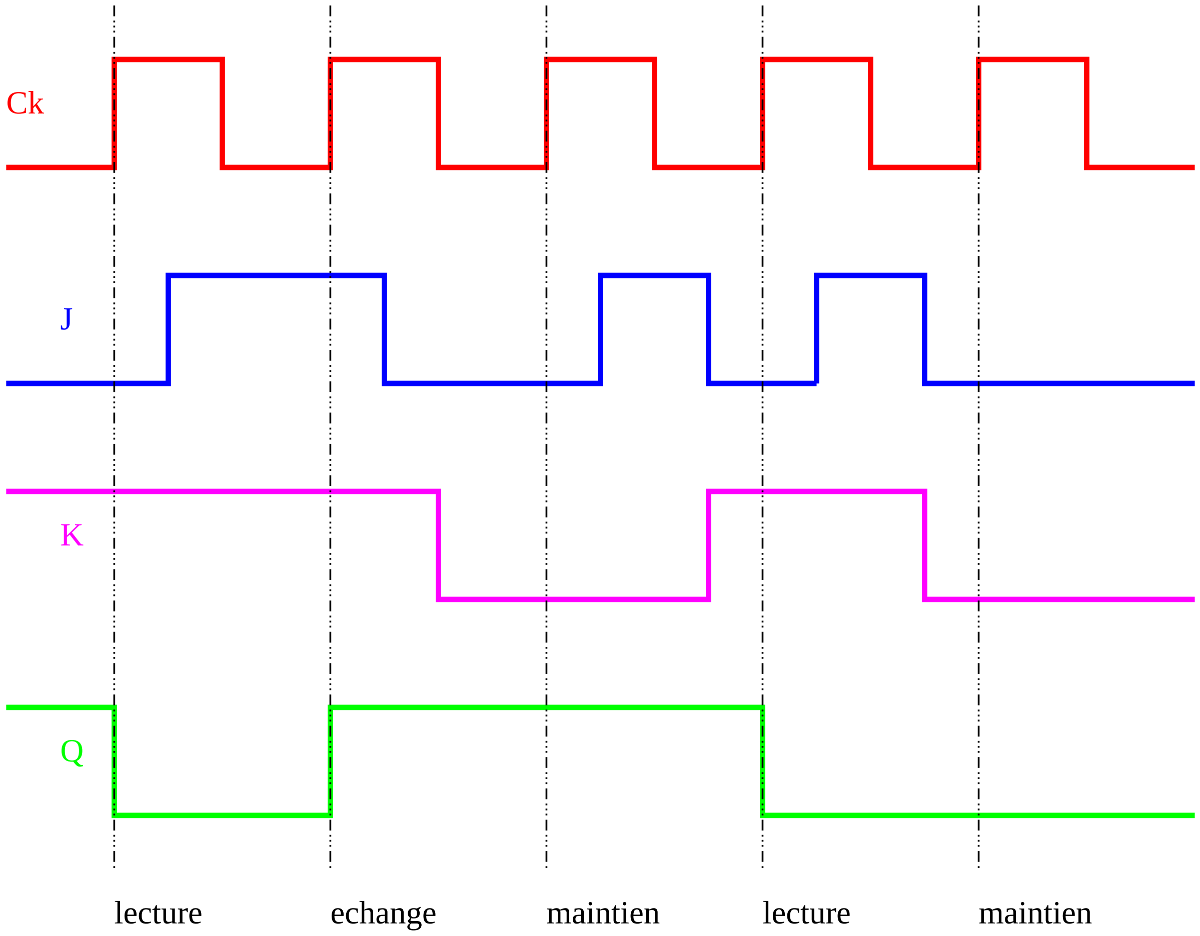




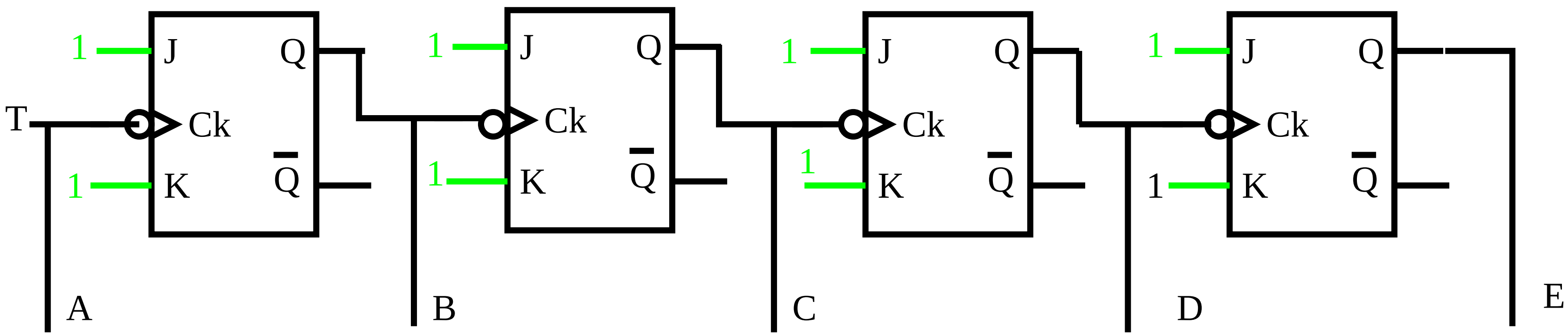
- front montant ou encore front descendant

Chronogramme d'une bascule JK

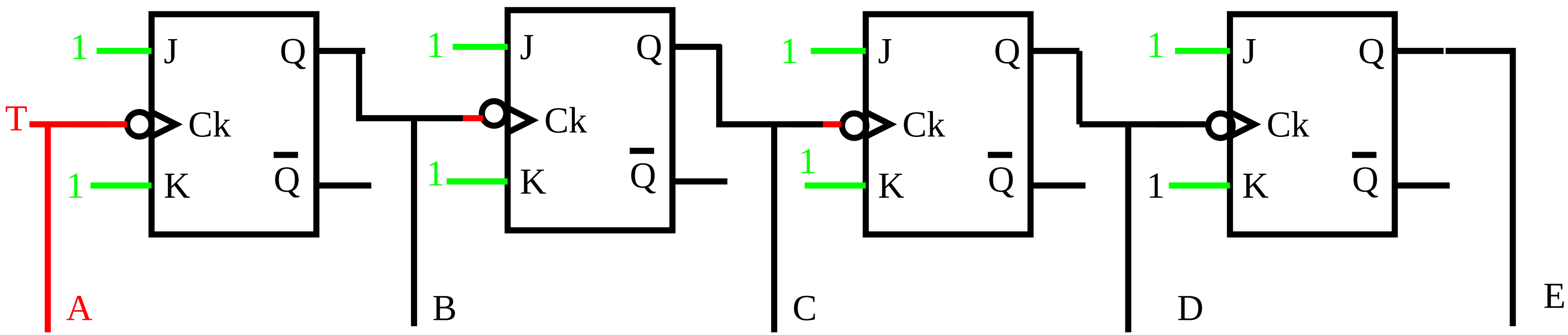
Chronogramme d'une bascule JK



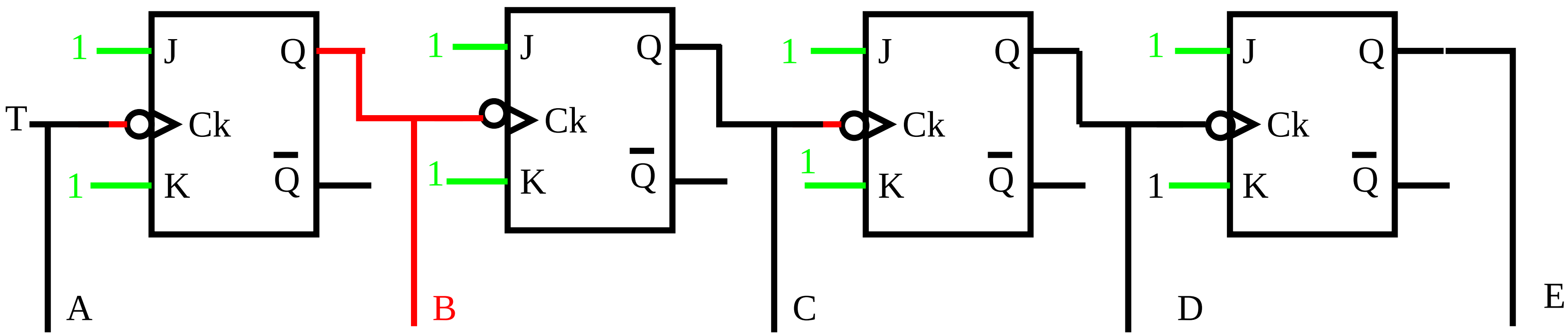
Compteur avec des bascules JK



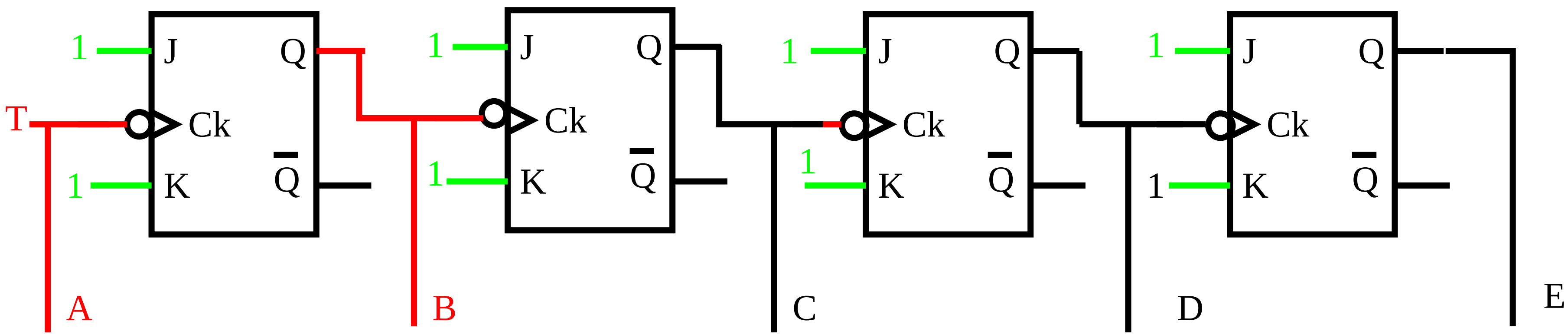
Compteur avec des bascules JK



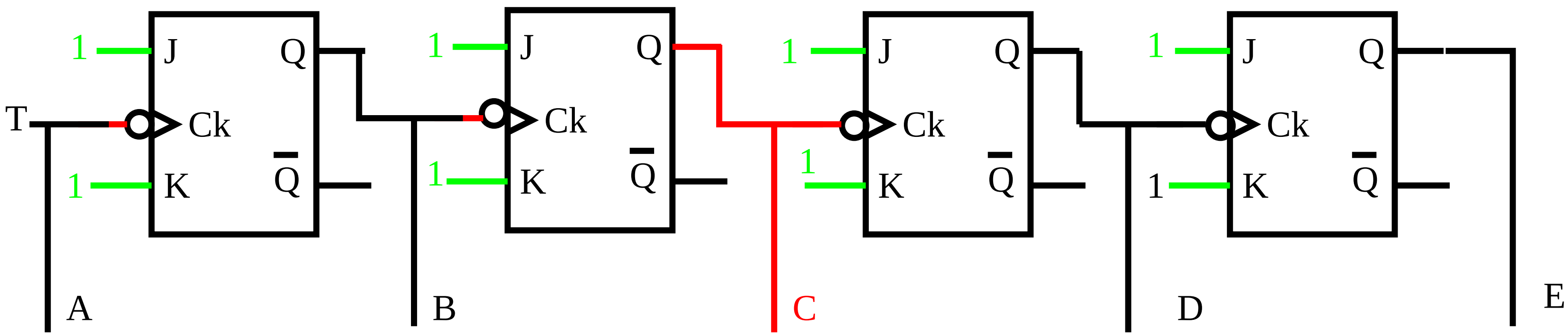
Compteur avec des bascules JK



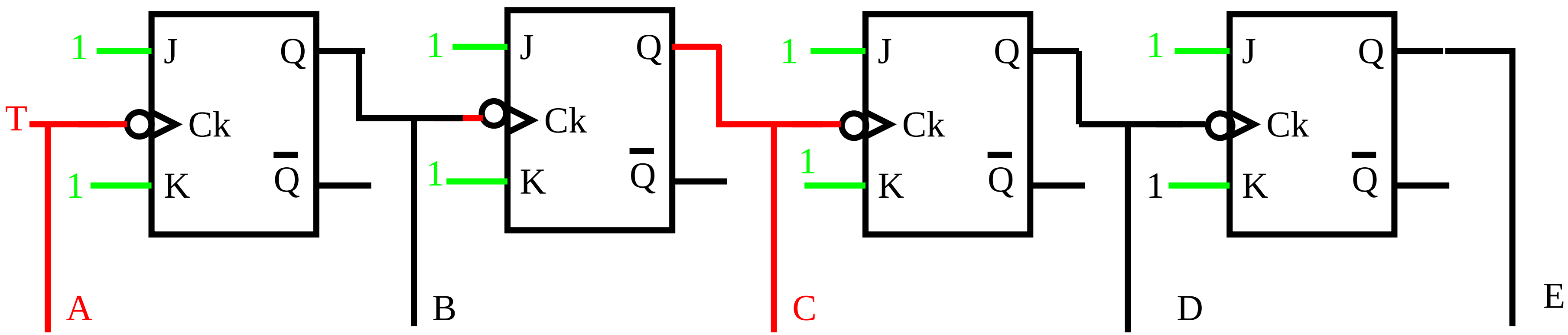
Compteur avec des bascules JK



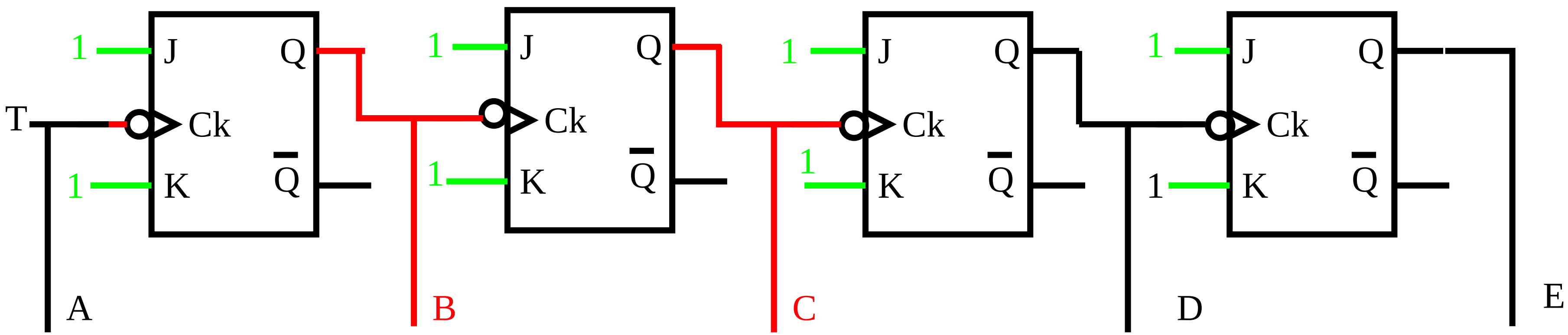
Compteur avec des bascules JK



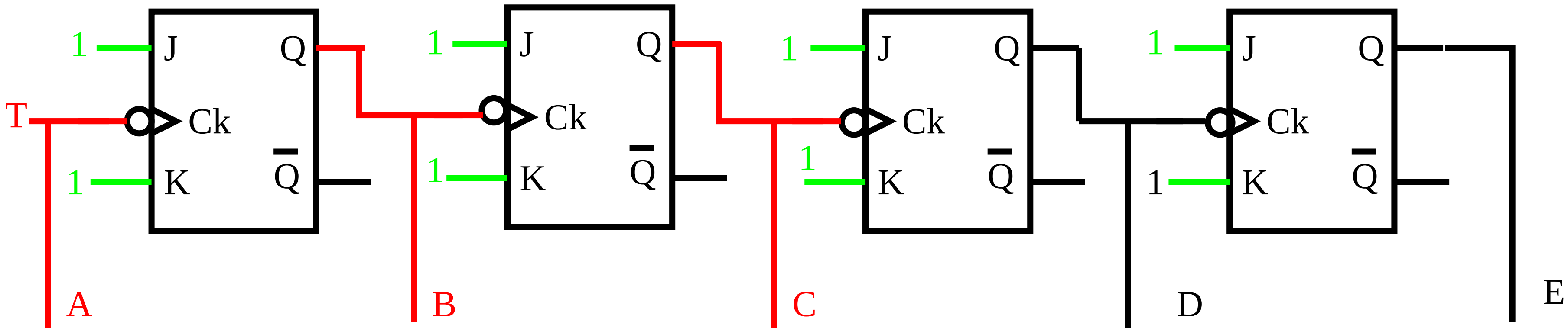
Compteur avec des bascules JK



Compteur avec des bascules JK



Compteur avec des bascules JK



Compteur avec des bascules JK