

Contrôle continu 3, sujet A

Exercice 1.—

- a) Donner un paramétrage du demi-cercle $\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0 \text{ et } x^2 + y^2 = 4\}$.
b) Calculer la circulation du champ de vecteur $\vec{V}(x, y) = (y, y - x)$ le long de \mathcal{C} .
-

Exercice 2.— Calculer les intégrales multiples suivantes :

- a) $\iint_D \frac{1}{(1+x^2)(1+y^2)} dx dy$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$.
b) $\iint_D (x + y) dx dy$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$.
c) $\iiint_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dx dy dz$, où $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.
-

Exercice 3.—

- a) Calculer le jacobien de l'application de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 donnée par $\Phi(x, y, z) = (x, 2y, 3z)$.
b) Calculer le volume de l'ellipsoïde $\mathcal{E} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \leq 1\}$.
-

Exercice 4.— Calculer les produits extérieurs suivants :

- a) $\alpha = (3dx + dy) \wedge (3dx - dy)$.
b) $\beta = (dx + dy) \wedge dz \wedge (2dy + dx)$.
-