

Contrôle continu 3, sujet B

Exercice 1.—

- Donner un paramétrage du quart de cercle $\mathcal{C} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 = 9\}$.
 - Calculer la circulation du champ de vecteur $\vec{V}(x, y) = (2x + y, -x)$ le long de \mathcal{C} .
-

Exercice 2.— Calculer les intégrales multiples suivantes :

- $\iint_D (x + 5y) dx dy$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$.
 - $\iint_D \frac{2}{1+x^2+y^2} dx dy$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.
 - $\iiint_D \frac{1}{x^2+y^2+z^2} dx dy dz$, où $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$.
-

Exercice 3.—

- Calculer le jacobien de l'application de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^3 donnée par $\Phi(x, y, z) = (\sqrt{x}, \sqrt{y}, \sqrt{z})$.
 - Calculer $\iiint_{\mathcal{E}} \sqrt{xyz} dx dy dz$ où $\mathcal{E} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^4 + y^4 + z^4 \leq 1\}$.
-

Exercice 4.— Calculer les produits extérieurs suivants :

- $\alpha = (dx - 2dy) \wedge (dx + 2dy)$.
 - $\beta = (dx + dz) \wedge dy \wedge (3dz + dx)$.
-