

Prénom : Nom :



Licence

Année 2015/2016

LM1. INTRODUCTION AU RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

A. CHAMBERT-LOIR

Examen du mardi 20 octobre 2015 (30 min.)

EXERCICE 1

On note 0 la valeur de vérité FAUX et 1 et la valeur de vérité VRAI. On rappelle aussi les connecteurs logiques \wedge (ET), \vee (OU), \neg (NON), \Rightarrow (IMPLIQUE) et \Leftrightarrow (ÉQUIVAUT).

- 1 Pour quelles valeurs des événements A et B la formule $A \wedge B$ est-elle vraie ?
- 2 Pour quelles valeurs des événements A et B la formule $A \vee B$ est-elle vraie ?
- 3 Remplir la table de vérité suivante :

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$(P \vee \neg Q)$	$\neg(Q \Rightarrow \neg P)$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

- 4 Remplir la table de vérité suivante (utiliser les colonnes vides pour effectuer les calculs intermédiaires) :

P	Q	$\neg(P \Rightarrow Q) \vee (P \wedge Q)$				
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

EXERCICE 2

Pour tout entier n , on pose $S_n = \sum_{k=1}^n (2k - 1)$.

- 1 Dans la formule $\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$, quelles sont les variables libres (parlantes) ? les variables liées (muettes) ?

- 2 Calculer S_n pour $1 \leq n \leq 5$.

- 3 Récrire S_n sans le symbole \sum , avec l'aide de points de suspension si nécessaire.

- 4 Démontrer par récurrence sur n que $S_n = n^2$ pour tout entier $n \geq 1$.