

LM1. INTRODUCTION AU RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

Deux exercices sur le signe Σ et la récurrence
à préparer pour le 22 septembre 2015

A. CHAMBERT-LOIR

EXERCICE 1

- 1 Trouver des nombres réels a et b tels que

$$\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x}$$

pour tout nombre réel $x > 0$.

- 2 Pour tout entier $n \geq 1$, calculer en fonction de n l'expression

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)}.$$

EXERCICE 2

On considère une suite (u_n) telle que $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$ pour $n \geq 1$.

- 1 Calculer u_2, u_3, \dots, u_5 .
- 2 Démontrer par récurrence que l'on a $u_n = 2^n - 1$ pour tout entier $n \geq 1$.