LE DIXIÈME LIVRE

DES ÉLÉMENTS D'EUCLIDE.

DÉFINITIONS.

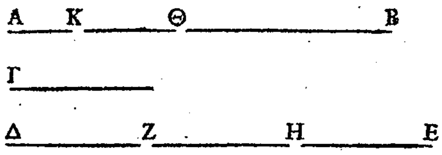
1. On appèle grandeurs commensurables celles qui sont mesurées par la même mesure.
2. Et incommensurables, celles qui n'ont aucune mesure commune.

[...]

PROPOSITION I.

Deux grandeurs inégales étant proposées, si l'on retranche de la plus grande une partie plus grande que sa moitié, si l'on retranche du reste une partie plus grande que sa moitié, et si l'on fait toujours la même chose, il restera une certaine grandeur qui sera plus petite que la plus petite des grandeurs proposées.

Soient deux grandeurs inégales AB, Γ; que AB soit la plus grande; je dis que, si l'on retranche de AB une partie plus grande que sa moitié, et que si l'on fait toujours la même chose, il restera une certaine grandeur qui sera plus petite que la grandeur Γ.



Car Γ étant multiplié deviendra enfin plus grand que AB. Qu'il soit multiplié; que ΔE soit un multiple de Γ, et que ce multiple soit plus grand que AB. Partageons ΔE en parties ΔZ, ZH, HE égales chacune à Γ; retranchons de AB une partie BΘ plus grande que sa moitié, de AΘ une partie ΘK plus grande que sa moitié, et faisons toujours la même chose jusqu'à ce que le nombre des divisions de AB soit égal au nombre des divisions de ΔE; que le nombre des divisions AK, KΘ, ΘB soit donc égal au nombre des divisions ΔZ, ZH, HE.

Puisque ΔE est plus grand que AB, et qu'on a retranché de ΔE une partie EH plus petite que sa moitié, et qu'on a retranché de AB une partie BΘ plus grande que sa moitié, le reste HΔ est plus grand que le reste ΘA. Et puisque HΔ est plus grand que ΘA, qu'on a retranché de HΔ sa moitié HZ, et que de ΘA on a retranché ΘK plus grand que sa moitié, le reste ΔZ sera plus grand que le reste AK. Mais ΔZ est égal à Γ; donc Γ est plus grand que AK; donc AK est plus petit que Γ. Il reste donc de la grandeur AB une grandeur AK plus petite que la grandeur Γ, qui est la plus petite des grandeurs proposées. Ce qu'il fallait démontrer.

La démonstration serait la même, si les parties retranchées étaient des moitiés.

[...]