

Les Dérivateurs

Alexandre Grothendieck

I. Généralités sur les (pré)dérivateurs.	[1]-[126]
1. Préliminaires sur les foncteurs images inverses des préfaisceaux sur des catégories d'indices, et leurs adjoints multiples	[1]
2. Préliminaires heuristiques sur les dérivateurs.....	[4]
Morphismes homotopiquement propres, homotopiquement lisses	[53]
Notions de \mathbb{D} -équivalence et de \mathbb{D} -contractibilité	[61]
\mathbb{D} -fibrations	[76]
II. Cofinalité (à droite et à gauche) (préliminaire à la cofinalité cohomologique).	[1]-[99]
1. Cofinalité cohomologique	[1]
2. Les catégories localement filtrantes sont les catégories localement totalement 0-connexes	[11]
3. Retour sur la cofinalité	[37]
4. Foncteurs bi-sphériques	[49]
5. Dualité formelle	[69]
6. Transporteurs, noyaux, stabiliseurs relatifs à W	[83]
7. Morphismes cofiltrants et localement cofiltrants	[90]
III. Hom externes dans les dérivateurs.	[1]-[12]
1. Relation des dérivateurs avec la catégorie Hot	[1]
IV. Diagrammes substantiels.	[73]-[83]
Construction de diagrammes substantiels pour un dérivateur	[73]
V. Catégories de chemins et localisation.	[1]-[52]
1. La catégorie des chemins	[1]
2. Calcul d'une catégorie de fractions $X\Sigma^{-1}$	[5]
3. Passage aux catégories de diagrammes	[28]
VI. HOT.	[1]-[204]
Le dérivateur HOT	[1]
Nouvelle version de la théorie de HOT_W	[171]

VII. Catégories de chemins (2).	[1]-[171]
1. Intervalles et leur variantes.....	[1]
2. Sous-catégories pleines d'un intervalle.....	[10]
3. Chemins. Catégorie de chemins d'un type donné τ	[13]
4. Catégorie de chemins $\underline{\text{Ch}}(X)$	[24]
5. Propriétés des morphismes d'intervalles.....	[31]
6. Composition dans $\underline{\text{Ty}}$	[48]
7. Explicitation des catégories de fractions $X\Sigma^{-1}$ en termes des $\underline{\text{Ch}}(X; a, b)$..	[59]
8. Le lemme d'homotopie pour les morphismes d'intervalles.....	[83]
9. Théorème d'homotopie pour les catégories de chemins.....	[94]
10. Question de comparaison pour les catégories Cat-fibrées satisfaisant au "théorème d'homotopie" (base filtrante).....	[99]
11. Rapide retour sur les (\mathcal{M}, Σ) , dans l'optique des dérivateurs.....	[129]
12. Retour sur les 'catégories de chemins' dans Cat, comme catégorie de modèles pour Hot.....	[137]
13. Où on prouve enfin que $\underline{\text{Ch}}(X; -, -)$ est aussi bon (voire meilleur) que $\underline{\text{Ch}}_{\infty}(X; -, -)$	[157]
VIII. 1-types d'homotopie relatifs : leur intégration...	[1]-[9]
1. Intégration des 1-types d'homotopie relatifs sur une catégorie.....	[1]
2. Questions de changement de base.....	[6]
IX. Retour sur les catégories $\mathcal{M}W^{-1}$, comparaison avec Quillen.	[1]-[25]
1. Functorialité de $\text{Ch}_{\infty}^{\Sigma}(a, b)$ en a, b dans $\mathcal{M}\Sigma^{-1}$	[1]
2. Comparaison avec Quillen.....	[14]
3. Essai de construction du foncteur Ω	[24]
X. Comparaison de Cat avec Δ^{\wedge}.	[1]-[5]
1. Rappel des notions de \mathbb{D} -asphéricité, et lien avec le 'localisateur fondamental $W_{\mathbb{D}}$ '.....	[1]
XI. Hot-fibrations, foncteurs propres et foncteurs lisses etc.	[127]-[136]
(dans Cat).	
1. Hot-fibrations dans Cat.....	[127]
XII. Caractérisation de W_{∞}. Foncteurs W-propres, W-lisses etc.	
Sommes amalgamées et carrés W-cocartésiens dans Cat.	[1]-[275]
I Caractérisation de W_{∞}	[1]
II Perplexités sur les axiomes et la terminologie.....	[18]
III Classes remarquables de foncteurs liés à W	[22]
IV Sur l'axiome W(4) et ses variantes.....	[53]
V Sommes amalgamées et carrés W -cocartésiens dans Cat.....	[59]
1. Généralités sur $U \xrightarrow{i} X \xleftarrow{j} T$ et les sommes amalgamées.....	[59]
1.1. Données de recollement entre un ouvert et un fermé.....	[59]
1.2. Relation avec le recollement des topos.....	[61]

1.3.	Flèches dans Cat , de source ou but un objet recollé (X, U, T) .	[65]
1.4.	Construction de sommes amalgamées à partir d'une immersion ouverte ou fermée	[66]
2.	Sommes amalgamées et W -équivalences	[75]
2.1.	Axiome du carré cocartésien et axiome du cube (ou 'Lemme des cinq')	[75]
2.2.	Application aux carrés cocartésiens déduits d'une immersion ouverte ou fermée	[80]
2.3.	Objets totalement W -asphériques de Cat , et morphismes totalement W -asphériques	[87]
2.4.	Application aux immersions ouvertes dwyériennes	[107]
2.5.	Complément : critère d'asphéricité totale d'une catégorie W -propre sur une autre	[115]
3.	Sommes amalgamées et intégration	[121]
3.1.	Réduction canonique au cas d'un diagramme d'immersions fermées	[121]
3.2.	Comparaison de l'intégrale avec une somme amalgamée ordinaire. Carrés W -homotopiquement cocartésiens	[128]
3.3.	Intégration propre versus intégration lisse. Énoncé d'équivalence entre les deux points de vue. Commentaires sur le cas des limites W -homotopiques quelconques	[133]
3.4.	Critères pour les carrés homotopiquement cocartésiens	[146]
3.5.	Applications aux sommes amalgamées dans une catégorie X^\wedge (avec $X \in \text{Ob Cat}$)	[158]
VI	Critère de W_∞ -asphéricité pour les $\Omega^n(X, x)$	[171]
1.	Cogitations sur W_n	[171]
2.	Critère de W_n -asphéricité	[187]
3.	Sur la philosophie des fibres homotopiques	[191]
4.	Axiomatization des 'fibres W -homotopiques'	[207]
5.	Axiomatique des W -types d'homotopie relatifs non localement constants $\text{Ho}_W^{\mathcal{L}}(S)$	[218]
6.	Cofibre W -homotopique dans Cat	[227]
7.	Retour sur l'axiomatique de la fibre W -homotopique	[240]
8.	Appendice : Retour sur les axiomes $W(7)$, $W(7 \text{ bis})$ (pages 75, 76)	[265]

XIII. Catégories de modèles (1). [1]-[98]

1.	Couples de Quillen (Φ, Ψ)	[1]
2.	Catégories de Quillen faibles, et construction d'icelles (Théorème-scolie conjectural)	[7]
3.	Catégories de Quillen (deuxième mouture)	[27]
4.	Les variances u^* , u_* , u_l pour $(\mathcal{M}(I), W(I))$ (I variable)	[44]
5.	Catégories de modèles quillénisables	[50]
6.	Catégories de modèles quillénisables, et foncteurs u_l , u_*	[57]
7.	Filtrations cardinales et parties accessibles d'une grosse catégorie	[77]

XIV. Carrés h-cartésiens et h-cocartésiens.	[1]-[8]
1. Axiomes de structures quadrangulées (une tentative avortée)	[1]
2. Exemples	[7]
XV. Théorèmes de factorisation. (Modèles (2)).	[1]-[137]
1. Construction fondamentale : la suite transfinie de factorisation d'une flèche f	[1]
2. Variation des factorisations $f = p_\alpha i_\alpha$ avec la partie C_0 génératrice	[12]
3. Majoration des cardinaux	[16]
4. Compléments sur les structures de Quillen	[28]
5. Résultats techniques préliminaires sur les parties accessibles de $\text{Ob } \mathcal{M}$, stables par limites inductives filtrantes	[43]
6. Essai avorté pour un critère d'engendrement des parties L-accessibles de $\text{Fl}(\mathcal{M})$	[73]
7. Construction de triples de Quillen clos avec $C = \text{Mon} \subset \text{Cof}_W$	[84]
8. Application aux catégories de modèles (\widehat{A}, W_A)	[100]
9. Révision des notations, pour les axiomes d'un localiseur fondamental	[116]
10. Application au dérivateur HOT_W	[134]
XVI. Localiseurs fondamentaux dans Cat.	[1]-[124]
1. Axiomes Loc (1) à Loc (3) (et variantes): localiseurs fondamentaux	[1]
2. Axiomes Loc (4) et Loc (5) (des sommes directes, de connexité)	[8]
3. Axiome Loc (6) du carré cocartésien	[16']
4. Axiome Loc (7) des W -fibrations	[27]
5. Axiome des limites Loc (8), et l'axiome Loc (9) d'accessibilité	[71]
6. La condition Loc (5, \mathbb{D}_{W_ω}) implique $W \subset W_\infty$	[83]
7. Commentaires sur les axiomes	[97]
XVII. Catégories à fibrations et à cofibrations. (Modèles (3)).	[1]-[118]
1. Préliminaires	[1]
2. Description de $C_I \subset \text{Fl}(\mathcal{M}(I^\circ))$, pour I ensemble ordonné	[25]
3. Catégories de modèles à cofibrations	[39]
4. Catégories à cofibrations spéciales	[71]
5. Relation des catégories à cofibrations spéciales avec les catégories de Quillen spéciales	[84]
6. Application à la construction des dérivateurs (associés aux triples de Quillen spéciaux)	[98]
XVIII. Catégories et ensembles accessibles.	[50]-[492]
4. Paratopos et l'opération $\mathcal{M} \boxtimes \mathcal{N}$	[50]
4.1. Pseudo-topos. Problème du produit	[50]
4.2. Cafouillages sur $\mathcal{M} \boxtimes \mathcal{N}$	[57]
4.3. L'opération $\mathcal{M} \boxtimes \mathcal{N}$ et l'axiome d'accessibilité	[64]
4.4. Étude de $\text{Ind}_\pi(C)$ (pour C petite catégorie stable par \varinjlim de cardinal $\leq \pi$)	[79]

4.5. Filtration cardinale canonique d'une catégorie \mathcal{U} -paratopos	[106]
4.6. Caractérisation des catégories paratopos (démonstration de 4.3.6)	[139]
4.7. $\text{Ind}_\pi C$ (C quelconque) et filtrations cardinales généralisées	[161]
4.8. Catégories \mathcal{U} -accessibles	[187]
4.9. Le théorème de représentation indicielle pour $\text{Ind}_\pi(C)$	[217]
4.10. Le théorème de représentation indicielle : démonstration	[243]
4.11. Application à l'existence des limites dans une catégorie de la forme $\text{Ind}_{\pi_0}(C)$	[267]
4.12. Foncteurs accessibles entre catégories accessibles	[273]
4.13. Ensembles accessibles d'objets d'une catégorie accessible	[281]
4.14. Critères d'accessibilité pour grosses catégories	[370]
4.15. Catégorie accessible sur une autre	[425]
4.16. Exemples et questions	[464]
4.17. Retour sur les paratopos, et sur les opérations $\mathcal{M} \boxtimes \mathcal{N}$, $\underline{\text{Hom}}_1(\mathcal{M}, \mathcal{N})$	[492]
Appendice.	[1]-[19]
Ultraproduits de corps, et catégories accessibles	[1]
Application à un exemple d'une sous-catégorie non accessible	[11]
XIX. Modèles (4).	[1]-[50]
1. Rappels sur les couples de Quillen (couples de Quillen spéciaux)	[1]
2. Rappels sur les triples de Quillen clos et les triples de Quillen spéciaux	[13]
3. Cas des catégories à cofibrations, des catégories à fibrations	[33]

NOTE. Dans cette table de matières, ainsi que dans l'édition électronique provisoire des "Dérivateurs", on suit le découpage de l'ouvrage effectué a posteriori par Grothendieck. Les numéros des pages sont ceux de l'original, indiquées entre crochets dans le texte numérisé. Le chapitre XI, qui commence à la page 127, était à l'origine la dernière section du chapitre I, qui se termine à la page 126. De même, le chapitre XVIII était la section 4 du chapitre XIX.