18/02/2019

Université de Louvain la Neuve
Institut de recherche en mathématique et physique
Séminaire Fondements et notions fondamentales.

Les débuts de la théorie des nombres transcendants.

Michel Waldschmidt

Professeur Émérite, Sorbonne Université,
Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris
http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/

Gottfried Wilhelm von Leibniz

Leibniz
1646 – 1716

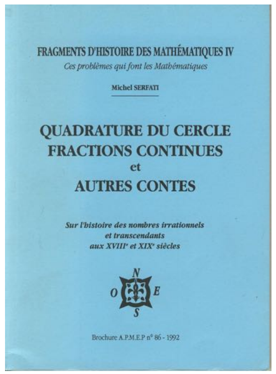
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Leibniz.html

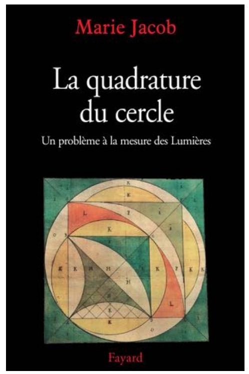
Leonhard Euler

Euler
1707–1783

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Euler.html

Quadrature du cercle





Irrationalité de π

Āryabhaṭa, né vers 476 AD : $\pi \sim 3.1416$.

Nīlakaṇṭha Somayājī, né vers 1444 AD : *Why then has an approximate value been mentioned here leaving behind the actual value ? Because it (exact value) cannot be expressed.*

K. Ramasubramanian, *The Notion of Proof in Indian Science*, 13th World Sanskrit Conference, 2006.

Johann Heinrich Lambert

Lambert
1728 – 1777

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Lambert.html

Lambert et le roi Frederick II de Prusse

— Que savez vous, Lambert ?
— Tout, Sire.
— Et de qui le tenez–vous ?
— De moi-même !

Irrationalité de π

Johann Heinrich Lambert
Mémoire sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendantes circulaires et logarithmiques,
Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin, **17** (1761), p. 265-322 ;
lu en 1767 ; Math. Werke, t. II.

$\tan(v)$ est irrationnel quand $v \neq 0$ est rationnel
Par conséquent π est irrationnel, car $\tan(\pi/4) = 1$.

Lambert (extrait début)

Mais comme, après la fraction $\frac{22}{7}$ trouvée par *Archimede*, qui ne donne qu'un à peu près, on paſſe à celle de *Metius*, $\frac{355}{113}$, qui n'eſt pas non plus exacte, & dont les nombres ſont conſidérablement plus grands, on doit être fort porté à conclure, que la ſomme de cette ſuite, bien loin d'être égale à une fraction ſimple, eſt une quantité irrationelle.

§. 2. Quelque vague que ſoit ce raiſonnement, il y a néanmoins des cas où on ne demande pas d'avantage. Mais ces cas ne ſont pas celui de la quadrature du cercle. La plûpart de ceux qui s'attachent à la chercher, le font avec une ardeur, qui les entraine quelque fois juſqu'à révoquer en doute les vérités les plus fondamentales & les mieux établies de la géométrie. Pourroit-on croire, qu'ils ſe trouveroient ſatisfaits par ce que je viens de dire? Il y faut toute autre choſe. Et s'agît-il de démontrer, qu'en effet le diametre n'eſt pas à la circonférence comme un nombre entier à un nombre entier, cette démonſtration doit être ſi rigide, qu'elle ne le cede à aucune démonſtration géométrique. Et avec tout cela je reviens à dire, que les géométres n'en ſeront point ſurpris. Ils doivent être accoutumés depuis longtems à ne s'attendre à autre choſe. Mais voici ce qui

Lambert §89

§. 89. Tout ce que je viens de faire voir ſur les quantités tranſcendentes circulaires & logarithmiques, paroit être fondé ſur des principes beaucoup plus univerſels, mais qui ne ſont pas encore aſſez développés. Voici cependant ce qui pourra ſervir à en donner quelque idée. Il ne ſuffit pas d'avoir trouvé que ces quantités tranſcendentes ſont irrationelles, c'eſt à dire incommenſurables à l'unité. Cette propriété ne leur eſt pas unique. Car, outre qu'il y a des quantités irrationelles qu'on pourra former au hazard, & qui par là même ne ſont gueres du reſſort de l'analyſe, il y en a encore une infinité d'autres qu'on nomme *algébriques*: & telles ſont toutes les *quantités irrationelles radicales*, comme $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$ &c. $\sqrt{(2+\sqrt{3})}$ &c. & toutes les *racines irrationelles des équations algébriques*, comme p. ex. celles des équations

$$0 = xx - 4x + 1,$$
$$0 = x^3 - 5x + 1,$$

&c.

321

Je nommerai les unes & les autres *quantités irrationelles radicales*, & voici le théoreme, que je crois pouvoir être démontré.

Lambert §90

§. 90. Je dis donc *qu'aucune quantité tranſcendente circulaire & logarithmique ne ſauroit être exprimée par quelque quantité irrationelle radicale, qui ſe rapporte à la même unité, & dans laquelle il n'entre aucune quantité tranſcendente.* Ce théoreme ſemble devoir être démontré de ce que les quantités tranſcendentes dépendent de

$$e^x,$$

où l'expoſant eſt variable, au lieu que les quantités radicales ſuppoſent des expoſans conſtans. Ainſi p. ex. un arc de cercle étant rationel ou commenſurable au rayon, ſa tangente, que nous avons vu être irrationelle, ne ſauroit être une racine quarrée de quelque quantité rationelle. Car ſoit l'arc propoſé $= \omega$, & faiſons tang $\omega = \sqrt{a}$, nous aurons

$$t\,\omega^2 = \frac{\text{ſ}\,\omega^2}{\text{coſ}\,\omega^2} = \frac{1 - \text{coſ}\,2\omega}{1 + \text{coſ}\,2\omega} = a,$$

d'où il ſuit

$$\text{coſ}\,2\omega = \frac{1-a}{1+a}:$$

or cette quantité étant rationelle, il s'enſuit que l'arc 2ω eſt irrationel, ce qui étant contre l'hypotheſe, il eſt clair qu'en faiſant tang $\omega = \sqrt{a}$, la quantité a ne ſauroit être rationelle, & que partant la tangente d'un arc rationel quelconque n'eſt point une racine quarrée de quelque quantité rationelle.

Lambert §91

§. 91. Ce théoreme étant une fois démontré dans toute ſon univerſalité, il s'enſuivra que la circonférence du cercle ne pouvant être exprimée par quelque quantité radicale, ni par quelque quantité rationelle, il n'y aura pas moien de la déterminer par quelque conſtruction géométrique. Car tout ce qu'on peut conſtruire géométri-

Mém. de l'Acad. Tom. XVII. Ss que-

322

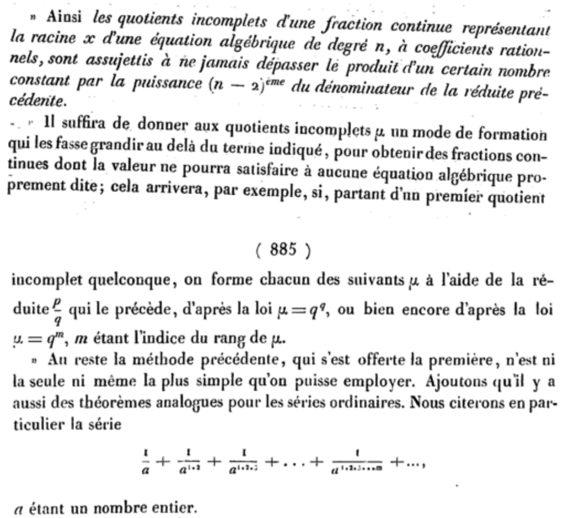
quement revient aux quantités rationelles & radicales; & il s'en faut même de beaucoup que ces dernieres puiſſent indifféremment être conſtruites. On voit bien qu'il en ſera de même de tous les arcs de cercles dont la longueur ou les deux points extremes ſont donnés, ſoit par des quantités rationelles, ſoit par des quantités radicales. Car, ſi la longueur de l'arc eſt donnée, il faudra trouver ſes deux points extremes, en y employant la corde, le ſinus, la tangente, ou quelque autre ligne droite qui, pour pouvoir être conſtruite, ſera toujours dépendante ou réduiſible à une des lignes que je viens de nommer. Mais la longueur de l'arc étant donnée par des quantités rationelles ou radicales, ces lignes ſeront tranſcendentes, & par là même irréductibles à quelque quantité rationelle ou radicale. Il en ſera de même ſi les deux points extremes de l'arc ſont donnés, j'entens par des quantités rationelles ou radicales. Car, dans ce cas, la longueur de l'arc ſera une quantité tranſcendente: ce qui veut dire irréductible à quelque quantité rationelle ou radicale, & par là elle n'admet aucune conſtruction géométrique.

Joseph Liouville

Liouville
1809 – 1882

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Liouville.html

Les premiers exemples de nombres transcendants



» Ainsi *les quotients incomplets d'une fraction continue représentant la racine x d'une équation algébrique de degré n, à coefficients rationnels, sont assujettis à ne jamais dépasser le produit d'un certain nombre constant par la puissance $(n-2)^{\text{ème}}$ du dénominateur de la réduite précédente.*

» Il suffira de donner aux quotients incomplets μ un mode de formation qui les fasse grandir au delà du terme indiqué, pour obtenir des fractions continues dont la valeur ne pourra satisfaire à aucune équation algébrique proprement dite; cela arrivera, par exemple, si, partant d'un premier quotient

(885)

incomplet quelconque, on forme chacun des suivants μ à l'aide de la réduite $\frac{p}{q}$ qui le précède, d'après la loi $\mu = q^q$, ou bien encore d'après la loi $\mu = q^m$, m étant l'indice du rang de μ.

» Au reste la méthode précédente, qui s'est offerte la première, n'est ni la seule ni même la plus simple qu'on puisse employer. Ajoutons qu'il y a aussi des théorèmes analogues pour les séries ordinaires. Nous citerons en particulier la série

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a^{1\cdot 2}} + \frac{1}{a^{1\cdot 2\cdot 3}} + \cdots + \frac{1}{a^{1\cdot 2\cdot 3\cdots m}} + \cdots,$$

a étant un nombre entier.

Generiques vs mesure pleine, Baire vs Lebesgue

René Baire
(1874 – 1932)

Henri Léon Lebesgue
(1875 – 1941)

Baire : G_δ = intersection dénombrable d'ouverts denses.
Ensemble *maigre* : complement d'un G_δ.

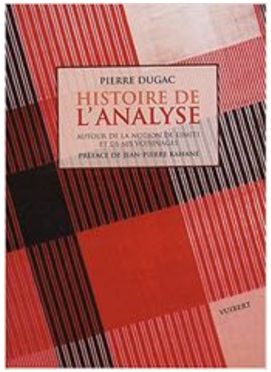
Les nombres qui ne satisfont pas une condition diophantienne forment un ensemble générique en systèmes dynamiques. Pour la mesure de Lebesgue, l'ensemble des nombres de Liouville (i.e. ceux qui ne satisfont pas une condition diophantienne) est de mesure nulle.

Mathematical genealogy

René Baire (1899)
|
Arnaud Denjoy (1909)
|
Charles Pisot (1938)
|
Yvette Amice (1965)
|
Jean Fresnel (1967)
|
Michel Waldschmidt (1972)

http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu

Pierre Dugac (1926 – 2000)



Notes et documents sur la vie et l'œuvre de René Baire. Arch. History Exact Sci. **15** (1975/76), no. 4, 297–383.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Pierre_Dugac

Mathematical genealogy

Leonhard Euler (1726)	René Baire (1899)
|	|
Joseph Louis Lagrange (BA 1754)	Arnaud Denjoy (1909)
|	|
Simeon Denis Poisson (1800)	Charles Pisot (1938)
|	|
Michel Chasles (1814)	Yvette Amice (1965)
|	|
Gaston Darboux (1866)	Jean Fresnel (1967)
|	|
Émile Picard (1877)	Michel Waldschmidt (1972)

http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu

Wetzlarer Bier Waldschmidt Euler

Charles Hermite

Hermite
1822 – 1901

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Hermite.html

Texte de Ch. Hermite : début

ANALYSE. — *Sur la fonction exponentielle*; par M. **Hermite**.

« I. Étant donné un nombre quelconque de quantités numériques $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, on sait qu'on peut en approcher simultanément par des fractions de même dénominateur, de telle sorte qu'on ait

$$\alpha_1 = \frac{A_1}{A} + \frac{\delta_1}{A\sqrt[n]{A}},$$
$$\alpha_2 = \frac{A_2}{A} + \frac{\delta_2}{A\sqrt[n]{A}},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\alpha_n = \frac{A_n}{A} + \frac{\delta_n}{A\sqrt[n]{A}},$$

$\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n$ ne pouvant dépasser une limite qui dépend seulement de n. C'est, comme on voit, une extension du mode d'approximation résultant de la théorie des fractions continues, qui correspondrait au cas le plus simple de $n = 1$. Or on peut se proposer une généralisation semblable de la théorie des fractions continues algébriques, en cherchant les expressions approchées de n fonctions, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x)$ par des fractions rationnelles $\frac{\Phi_1(x)}{\Phi(x)}, \frac{\Phi_2(x)}{\Phi(x)}, \ldots, \frac{\Phi_n(x)}{\Phi(x)}$, de manière que les développements en série suivant les puissances croissantes de la variable coïncident jusqu'à une puissance déterminée x^M. Voici d'abord à cet égard un premier résultat qui s'offre immédiatement. Supposons que les fonctions $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots, \varphi_n(x)$ soient toutes développables en séries de la forme $\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \ldots$ et faisons

$$\Phi(x) = Ax^m + Bx^{m-1} + \ldots + Kx + L.$$

Texte de Ch. Hermite : p. 77– 78

» Mais une autre voie conduira à une seconde démonstration plus rigoureuse; on peut en effet, comme on va le voir, étendre aux fractions rationnelles

$$\frac{\Phi_1(x)}{\Phi(x)}, \quad \frac{\Phi_2(x)}{\Phi(x)}, \ldots, \quad \frac{\Phi_n(x)}{\Phi(x)}$$

le mode de formation des réduites donné par la théorie des fractions continues, et par là mettre plus complètement en évidence le caractère arithmétique d'une irrationnelle non algébrique. Dans cet ordre d'idées, M. Liouville a déjà obtenu un théorème remarquable qui est l'objet de son travail intitulé : *Sur des classes très-étendues de quantités dont la valeur n'est ni algébrique, ni même réductible à des irrationnelles algébriques* (*), et je rappellerai aussi que l'illustre géomètre a démontré le premier la proposition qui est le sujet de ces recherches pour les cas de l'équation du second degré et de

(*) *Comptes rendus*, t. XVIII, p. 883 et 910.

(78)

l'équation bicarrée [*Journal de Mathématiques* (*Note sur l'irrationnalité du nombre e*, t. V, p. 192)]. Sous le point de vue auquel je me suis placé, voici la première proposition à établir.

Texte de Ch. Hermite : p. 77

» Il en résulte qu'on ne peut, en général, admettre que le déterminant proposé Δ s'annule, car les quantités $P = f(p)$, $Q = f(q), \ldots$, fonctions entières semblables des racines $p, q, \ldots$, de l'équation dérivée $f'(x) = 0$ seront comme ces racines différentes entre elles. C'est ce qu'il fallait établir pour démontrer l'impossibilité de toute relation de la forme

$$N + e^a N_1 + e^b N_2 + \ldots + e^h N_n = 0,$$

et arriver ainsi à prouver *que le nombre e ne peut être racine d'une équation algébrique de degré quelconque à coefficients entiers*.

zbMATH
the first resource for mathematics

Hermite, Ch.
On the exponential function. (Sur la fonction exponentielle.) (French) JFM 05.0248.01
C. R. LXXVII, 18-24 (1873); C. R. LXXVII, 74-79, 226-233, 285-293 (1873).

Eine Aufgabe, welche als eine Verallgemeinerung des Problems der Annäherung durch algebraische Kettenbrüche angesehen werden kann, ist folgende: „Die n rationalen Brüche

$$\frac{\Phi_1(x)}{\Phi(x)}, \frac{\Phi_2(x)}{\Phi(x)}, \cdots \frac{\Phi_n(x)}{\Phi(x)}$$

als Näherungswerthe der n Functionen $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \cdots \varphi_n(x)$ so zu bestimmen, dass die Reihenentwickelungen nach steigenden Potenzen von x bis zur Potenz x^M übereinstimmen". Es werde vorausgesetzt, dass sich die Functionen $\varphi(x)$ in Reihen von der Form $\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \cdots$ entwickeln lassen, und man mache

$$\Phi(x) = Ax^m + Bx^{m-1} + \cdots + Kx + L.$$

Dann kann man im Allgemeinen über die Coefficienten $A, B, \cdots L$ so verfügen, dass in den Producten $\varphi_i(x)\Phi(x)$ die Glieder mit

$$x^M, x^{M-1}, \cdots x^{M-\mu_i+1},$$

wo μ_i irgend eine ganze Zahl ist, verschwinden. So bildet man μ_i homogene Gleichungen ersten Grades und hat

$$\varphi_i(x)\Phi(x) = \Phi_i(x) + \varepsilon_1 x^{M+1} + \varepsilon_2 x^{M+2} + \cdots,$$

wo $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots$ Constanten, $\Phi_i(x)$ ein ganzes Polynom vom Grade $M - \mu_i$. Da aber hieraus folgt, dass

$$\varphi_i(x) = \frac{\Phi_i(x)}{\Phi(x)} + \frac{\varepsilon_1 x^{M+1} + \varepsilon_2 x^{M+2} + \cdots}{\Phi(x)},$$

so sieht man, dass die Reihenentwickelungen des rationalen Bruches und der Function in der That dieselben sein werden bis zu x^M, und da die Gesammtzahl der gemachten Bedingungen gleich $\mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_n$ ist, so genügt es, die einzige Bedingung

$$\mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_n = m$$

hinzuzufügen, wo die ganzzahligen μ_i bis dahin ganz willkürlich geblieben sind. Diese Betrachtung ist der Ausgangspunkt, den der Herr Verfasser für die in seiner Arbeit entwickelte Theorie der Exponentialfunction genommen hat, indem er nämlich das Obige anwendet auf die Grössen

$$\varphi_1(x) = e^{ax}, \varphi_2(x) = e^{bx}, \cdots \varphi_n(x) = e^{hx}.$$

Reviewer: Müller, Felix, Dr. (Berlin)

MSC:

33B10	Exponential and trigonometric functions	Cited in **7** Reviews
41A29	Approximation with constraints	Cited in **33** Documents

Keywords:

The exponential function. Rational approximation with constraints

Full Text: Gallica

Henri Padé

Padé

1863 – 1953

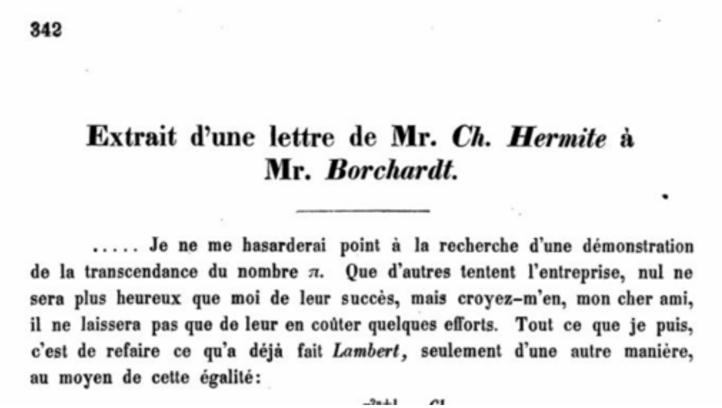
http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Pade.html

"Nous avons été amené à nous occuper de cette question par une parole de Monsieur Hermite, recueillie dans une de ses leçons, et par laquelle il laissait entrevoir que cachait encore sans doute cette théorie"
Henri Padé, Thèse: *Sur la Représentation Approchée d'une Fonction par des Fractions Rationnelles* (1882)

Paul Painlevé

Mais la découverte d'Hermite qui surpasse toutes les autres, c'est la démonstration de la *transcendance* du nombre e, démonstration qui, à peine modifiée, entraîne la transcendance du nombre π, c'est-à-dire l'impossibilité de la *quadrature du cercle*. Les nombres algébriques (nombres définis par une relation algébrique à coefficients rationnels) forment une classe si dense qu'il paraissait presque impossible de trouver un criterium assez subtil pour permettre de discerner si un nombre tel que e ou π est transcendant. Ce criterium, c'est dans la théorie généralisée des fractions continues qu'Hermite a su le découvrir, et sa méthode sera admirée tant que des hommes existeront capables de comprendre la notion de nombre... Parmi les mathématiciens de tous les temps, il en est peu qui aient exercé une influence directe comparable à celle d'Hermite ; il n'en est pas dont l'œuvre soit plus sûrement impérissable.

Lettre de Hermite à Borchardt



342

Extrait d'une lettre de Mr. *Ch. Hermite* à Mr. *Borchardt*.

..... Je ne me hasarderai point à la recherche d'une démonstration de la transcendance du nombre π. Que d'autres tentent l'entreprise, nul ne sera plus heureux que moi de leur succès, mais croyez-m'en, mon cher ami, il ne laissera pas que de leur en coûter quelques efforts. Tout ce que je puis, c'est de refaire ce qu'a déjà fait *Lambert*, seulement d'une autre manière, au moyen de cette égalité:

Carl Louis Ferdinand von Lindemann

Lindemann

1852 – 1939

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Lindemann.html

Émile Picard

On savait depuis longtemps former des séries représentant des nombres transcendants ; Liouville parait avoir donné le premier de tels exemples, mais ces nombres ne jouaient aucun rôle en analyse. L'intérêt, qui s'attache à un nombre aussi fondamental que e, donnait, au contraire, un prix immense à une démonstration de sa transcendance. Quelques années après, M. Lindemann, en s'inspirant des études d'Hermite, démontrait la transcendance du rapport π de la circonférence au diamètre ; en même temps se trouvait, par suite, établi l'impossibilité de la quadrature du cercle. L'étude de ces belles questions a été, dans ces dernières années, notablement simplifiée, mais les principes au fond sont restés les mêmes, et les démonstrations très simples que nous possédons aujourd'hui on été suggérées par les démonstrations d'Hermite.

Karl Theodor Wilhelm Weierstrass

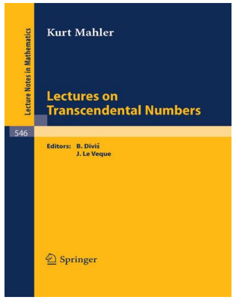
Weierstrass
1815 – 1897

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Weierstrass.html

Lettre de Hermite à Mittag-Leffler, 22 août 1882.

Mr Weierstrass n'a point dédaigné de reprendre la question de la transcendance du rapport de la circonférence au diamètre et de refaire le travail de Mr Lindemann. C'est à mon avis le dernier mot sur la matière ; mon ancienne analyse concernant le nombre e a été reprise de fond en comble transformée avec une profondeur qui montre tout son génie, et qui laisse à grande distance le travail excellent d'ailleurs de Mr Lindemann, malgré quelques lacunes. Mais Mr Weierstrass, qui est la bonté même, attendra avant de publier sa méthode que Mr Lindemann ait fourni toute la lumière et donné un mémoire complet, qu'il paraît avoir annoncé. Peut-être que Mr Kronecker n'aurait pas, en pareil cas, agit avec la même générosité.

Variantes des démonstrations de Hermite, Lindemann, Weierstrass



Kurt Mahler
1903 – 1988

C. Jordan (1882), A.A. Markoff (1883), E. Rouché (1883), Th. Stieljes (1890), J.J. Sylvester (1890), O. Venske (1890), V. Jamet (1891), C. Cailler (1891), D. Hilbert (1893), A. Hurwitz (1893), P. Gordan (1893), K.A. Possé (1894), F. Merten (1894), H. Weber (1899).

Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor

Cantor
1845 – 1918

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Cantor.html

Lettre d'Hermite à Mittag-Leffler

L'impression que nous produisent les mémoires de Mr Cantor est désolante ; leur lecture nous semble à tous un véritable supplice, et en rendant hommage à son mérite, en reconnaissant qu'il a ouvert un nouveau champ de recherches, personne de nous n'est tenté de le suivre. Il nous est impossible, parmi les résultats qui sont susceptibles de compréhension, d'en voir un seul ayant un *intérêt actuel* ; la correspondance entre les points d'une ligne et d'une surface nous laisse absolument indifférents, et nous pensons que cette remarque, tant qu'on n'en aura point déduit quelque chose, résulte de considérations tellement arbitraires, que l'auteur aurait mieux fait de la garder et d'attendre. Mr Schwarz nous a appris cependant que Mr Cantor avait été récompensé de cette découverte par le titre de correspondant de la Société Royale de Göttingen ; il se trouvera par conséquent des lecteurs qui trouveront à le lire et l'étudier un intérêt et un plaisir que nous n'avons point.

David Hilbert

Hilbert
1862 – 1943

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Hilbert.html

Constance Reid : Hilbert

The second problem became known as Hilbert's α^β conjecture. As Hilbert notes, corollaries of this conjecture include the transcendence of $2^{\sqrt{2}}$ and of $e^\pi = (e^{\pi i})^{-i} = (-1)^{-i}$.

An amusing incident concerning this conjecture is related in C. Reid's biography of Hilbert [Rei, C]. Carl Ludwig Siegel came to Gottingen as a student in 1919. He always remembered a lecture by Hilbert who, wanting to give his audience examples of problems in the theory of numbers which seem simple at first glance but which are, in fact, incredibly difficult, mentioned the Riemann Hypothesis, Fermat's Last Theorem and the transcendence of $2^{\sqrt{2}}$. Hilbert said that given recent progress he hoped to see the proof of the Riemann Hypothesis in his lifetime. Fermat's problem required totally new methods and possibly the youngest members of the audience would live to see it solved. As for $2^{\sqrt{2}}$, Hilbert said that no one at the lecture would live to see its proof. Hilbert was wrong! Siegel proved the transcendence of $2^{\sqrt{2}}$ about 10 years later (unpublished) and the solution of the α^β conjecture came shortly afterwards. He was right about Fermat's theorem and the Riemann Hypothesis is still unproved.

- Constance Reid. Hilbert. Springer Verlag 1970.
- Jay Goldman. The Queen of Mathematics : A Historically Motivated Guide to Number Theory. Taylor & Francis, 1998.

Question de Weierstrass

Contributions de Weierstrass (lettre à Strauss en 1886), Strauss, Stäckel, Faber, van der Poorten, Gramain...

George Pólya

Pólya
1887 – 1985

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Polya.html

Aleksandr Osipovich Gelfond

Gelfond
1906 – 1968

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Gelfond.html

Carl Ludwig Siegel

Siegel
1896 – 1981

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Siegel.html

Theodor Schneider

Schneider
1911 – 1988

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Schneider.html

Alan Baker

Baker
1939 - 2018

http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Baker_Alan.html

Références

La méthode de Charles Hermite en théorie des nombres transcendants
http://www.bibnum.education.fr/sites/default/files/HERMITE_ANALYSE.pdf

Les débuts de la théorie des nombres transcendants (à l'occasion du centenaire de la transcendance de π).
Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, 4 (1983), p. 93-115
http://archive.numdam.org/article/CSHM_1983__4__93_0.pdf

18/02/2019

Université de Louvain la Neuve
Institut de recherche en mathématique et physique
Séminaire Fondements et notions fondamentales.

Les débuts de la théorie des nombres transcendants.

Michel Waldschmidt

Professeur Émérite, Sorbonne Université,
Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris
http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/