

Les Mathématiques en Inde et la Coopération Franco-Indienne en Mathématiques

par

Michel Waldschmidt

Les échanges entre l'Inde et la France en mathématiques sont exceptionnels à plusieurs titres. Cette spécificité trouve des explications dans l'histoire: celle des mathématiques en Inde, et celle des relations bilatérales franco-indiennes, aussi bien politiques que scientifiques.

Les actions de coopérations disposent de moyens divers qui expliquent l'abondance et le succès de ces échanges. Le Centre Franco-Indien (CEFIPRA) soutient des projets de coopération entre des équipes bien identifiées de part et d'autre. Il n'a pas d'équivalent avec d'autres pays, qu'il s'agisse d'échanges entre la France et un autre pays du sud, ou bien de l'Inde avec un autre partenaire.

Nous présentons quelques aspects de ce sujet dans un contexte historique.

1. Aperçu Historique

L'histoire des mathématiques anciennes, telle qu'elle est perçue dans les pays occidentaux, est le plus souvent centrée sur l'antiquité hellénique, elle-même influencée par les civilisations égyptienne et mésopotamienne. La richesse des mathématiques chinoises et indiennes, qui a été longtemps sous-estimée dans cette perspective, commence cependant à être mieux perçue. Les interactions entre ces différentes civilisations ne sont pas encore clairement établies, et font l'objet de discussions, sinon de controverses (voir notamment le compte rendu dans *Math. Reviews* 26 #6029 du livre de B. Datta et A.N. Singh [1]). Notre but ici est simplement de fournir quelques points de repères et d'indiquer des références aux lecteurs désirant approfondir le sujet.

Françoise-Frédérique Muller-Gauthier (Maison Européenne des Technologies/MET) m'a suggéré d'écrire un texte pour la «vitrine des laboratoires» de l'Université Pierre et Marie Curie – je lui suis reconnaissant de cette initiative. Merci à Karine Chemla de m'avoir informé des publications plus récentes de Takao Hayashi, Michio Yano et Takanori Kusuba concernant la période ancienne des mathématiques en Inde, et à Catherine Goldstein pour ses commentaires détaillés et les informations qu'elle m'a communiquées concernant l'histoire des mathématiques en Inde: cela m'a permis d'éliminer un très grand nombre d'inexactitudes (en réduisant considérablement la longueur!). J'en profite pour remercier également de nombreux collègues pour leurs remarques pertinentes sur une version préliminaire de ce texte. J'ai notamment bénéficié de précieuses informations transmises par M.S. Raghunathan sur le développement des mathématiques en Inde au cours du dernier

siècle, de Roshdi Rashed qui m'a communiqué son texte [16] et de S.G. Dani [17] sur les *Sulvasūtras*.

Dans une première partie j'aurais voulu esquisser quelques uns des principaux éléments de l'histoire des mathématiques en Inde. J'ai glané des renseignements dans diverses bibliothèques, notamment à Allahabad, Madras et Paris, et j'ai essayé d'en rédiger un résumé. Mais on ne s'improvise pas historien: les réactions de Karine Chemla, Catherine Goldstein et Roshdi Rashed à la lecture de ce que j'avais écrit m'ont fait comprendre que la situation était bien plus complexe que je ne l'avais vue. J'ignorais par exemple l'ampleur de la controverse entourant l'origine des chiffres.

J'espère qu'une personne compétente accomplira le projet que j'imaginai, mais je me contenterai ici de donner de très brèves informations concernant ce sujet, avec quelques références que m'ont communiquées les spécialistes.

1.1. Les Temps Anciens: jusqu'en 400 après J.C.

D'après la tradition orthodoxe Hindoue, l'œuvre astronomique la plus importante, *Surya Siddhānta*, aurait été composée il y a plus de deux millions d'années [1].

En fait il n'y a pas de traces de mathématiques en Inde antérieures à 1500 avant J-C. La civilisation de la vallée de l'Indus (vers 3000 avant J-C.) n'a été découverte que vers 1920, et l'écriture n'est pas encore déchiffrée. Il y a des poids, des objets qui semblent destinés à mesurer, donc peut-être une numération, mais on ne sait rien de plus.

Il est possible que quelques morceaux du *Véda* aient été écrits vers 1500 avant J-C., à l'époque où les Aryens sont venus du nord. Mais les *Sulvasūtras* («manuels de la corde») ont été rédigés par Baudhāyana, Apastamba et Katyayana au plus tôt entre le 8ème et le 4ème siècle avant J-C., après que l'armée perse de Darius soit entrée en Inde, à l'époque du grammairien Panini et de Siddartha (Bouddha). Ces anciens manuels hindous donnent des directives pour construire des autels de sacrifice de forme et de taille précisées. La rédaction des manuels suit un mètre fixe (comme les textes sacrés, et comme le traité de grammaire de Panini). Elle est organisée en stances (*slokas*) brèves, évitant les verbes, destinées à être apprises par cœur.

Dans les constructions d'autels décrites dans les *Sulvasūtras* de *Baudhāyana* et plus tard *Apastamba*, plusieurs triplets «*pythagoriciens*» sont cités et utilisés, comme

$$(3, 4, 5), \quad (5, 12, 13), \quad (7, 24, 25), \quad (8, 15, 17), \quad (12, 35, 37)$$

(voir [2] Chap. IV). Un problème important était alors de construire un carré ayant une aire égale à celle d'un rectangle donné. Baudhāyana exprime ainsi la diagonale d'un carré comme «mesure (du côté du carré) et le tiers augmenté du quart diminué de sa trente quatrième partie», ce qui, en termes modernes, revient à donner l'approximation

$$1 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{34} \right) \right) = \frac{577}{408} = 1.414215 \dots$$

pour $\sqrt{2}$ (noter que $577^2 - 2 \cdot 408^2 = 1$).

L'établissement de calendriers constituait une autre motivation importante pour développer les mathématiques, et cela conduit à étudier l'astronomie (*Jyotiṣutras*). On ne peut pas passer sous silence l'importance de l'astrologie et des «révélation cosmiques». Les tables des dates, latitudes et longitudes, du mouvement du soleil, de la lune et de la terre, sont à la base de calculs permettant de fabriquer des horoscopes et de prédire la longévité des individus, ainsi que de choisir des dates propices pour des événements importants (mariage par exemple).

De 500 à 200 avant J-C., les mathématiques Védiques continuent d'abord à se développer, avant de décliner pour laisser la place aux mathématiques des jaïns: théorie des nombres, permutations et combinaisons, théorème du binôme, et toujours l'astronomie.

Un système de numérotation décimale se trouve en l'Inde au 3ème siècle avant J-C., au temps du roi Ashoka. Celui-ci avait fait édifier des piliers en pierre (certains existent encore), sur lesquels sont gravées des inscriptions en *Brahmi*, avec les ancêtres les plus lointains de notre système numérique actuel (voir [1] pp. 105–121 et [25]). L'introduction de ce système d'écriture sera un outil indispensable dans la suite du développement des mathématiques en Inde. Il permettra notamment d'écrire de grands nombres qui fascineront les mathématiciens jaïns.

C'est probablement entre le deuxième et le quatrième siècle de notre ère que doit être daté le manuscrit *Bakhṣhālī*, avec l'introduction des opérations mathématiques, notation décimale, introduction du zéro, algèbre, équations quadratiques, racines carrées, utilisation d'inconnues et du signe moins.

1.2. Les Mathématiques Hindoues de 400 à 1600

De 600 à 1200, c'est la période classique des mathématiques en Inde. Les œuvres ont pour noms *Āryabhaṭīya*, *Pan̄casiddhāntikā*, *Āryabhaṭīya Bhasya*, *Mahā Bhāskariya*, *Brāhmasphuṭasiddhānta*, *Pāṭīgaṇita*, *Gaṇitasārasaṅgraha*, *Gaṇitalaka*, *Līlāvati*, *Bijagaṇita*, et les auteurs sont Āryabhaṭa I (né en 476), Varāhamihira (né en 587), Bhāskara I (né vers 574), Brahmagupta (598–665), Mahāvīracarya (vers 850), Āryabhaṭa II (950–1100), Śrīdhara (né en 991), Bhāskarācārya (Bhāskara II, né en 1114).

Selon la méthode hindoue, tout, y compris les mathématiques, est exprimé de façon poétique. Les nombres étaient souvent remplacés par des mots de la mythologie indienne.

Le premier traitement systématique de l'équation du premier degré $ax + c = by$ (*Kuṭṭaka*, [5] Chap. IX) se trouve dans le traité *Āryabhaṭīya* de l'astronome indien Āryabhaṭa vers 510 après J-C. Sur les 33 versets très concis de la partie mathématique (*Gaṇita*), deux concernent cette question. Ce traité a été perdu, la solution a été esquissée ensuite par Brahmagupta, et Bhāskara en donnera les détails clairement. Āryabhaṭa sait extraire les racines carrées et l'utilise dans ses études sur les progressions arithmétiques; il détermine le nombre de sphères dans un empilement tétraédral (nombre tétraédral — voir [2], p. 4), et donne aussi des règles pour calculer des valeurs du sinus [8].

Varāhamihira, astronome de l'école d'Ujjain (au centre de l'Inde) écrit au sixième siècle *Pan̄ca Siddhāntika*, qui contient un résumé de la trigonométrie hindoue. Ses tables du sinus pourraient provenir de Ptolémée. Bien avant Copernic, il savait que la terre tourne autour du soleil. Le traité d'astronomie (*Bṛhatsaṃhitā*) de Varāhamihira comporte une description

scientifique des éclipses, même s'il est contraint de justifier les mythes de l'orthodoxie des Brahmines. Il en sera de même pour le *Brahma-Siddhānta* de Brahmagupta.

La «*méthode cyclique*» (*Cakravala* en sanscrit; voir [7], [1], [5] Chap. X) pour résoudre l'équation $x^2 - Ny^2 = \pm 1$ remonte aux travaux des mathématiciens et astronomes de l'école indienne entre le 6ème et le 12ème siècle; elle était certainement déjà connue de Jayadeva au 11ème siècle, et Brahmagupta savait qu'il y avait une infinité de solutions: la structure multiplicative de l'ensemble des solutions lui était familière, et à partir d'une solution il savait en construire une infinité. L'identité de Brahmagupta est

$$(x^2 - Ny^2)(z^2 - Nt^2) = (xz \pm Nyt)^2 - N(xt \pm yz)^2,$$

et sa méthode pour composer deux solutions est appelée *bhavana* en sanscrit.

Le *Cakravala* conduit toujours à une solution. Un exemple spectaculaire ([7] Chap. I § IX et p. 97) est celui de l'équation

$$x^2 - 61y^2 = 1,$$

où la plus petite solution est

$$x = 1766319049, \quad y = 226153980.$$

Brahmagupta connaissait aussi la paramétrisation de l'équation de Pythagore par

$$x = 2mn, \quad y = m^2 - n^2, \quad z = m^2 + n^2$$

(voir [2] Chap. IV). Il savait également résoudre les équations de la forme $axy = bx + cy + d$ ([2] Chap. XIII). Un autre problème ([2] Chap. XIV) étudié par Brahmagupta consiste à trouver x et y tels que $ax + 1$ et $bx + 1$ soient tous deux des carrés. Il donne la solution

$$x = \frac{8(a+b)}{(a-b)^2}, \quad ax + 1 = \left(\frac{3a+b}{a-b}\right)^2, \quad bx + 1 = \left(\frac{a+3b}{a-b}\right)^2.$$

De même, il montre comment choisir x et y pour que les trois nombres $x + y$, $x - y$ et $xy + 1$ soient des carrés.

Mahāvīra, jaïn de la région de Mysore, un des rares mathématiciens de cette époque en Inde à ne pas être astronome, écrit un des premiers cours d'arithmétique. Il y résout par exemple le problème suivant ([2] Chap. II): trouver x tel que 73 divise $31x - 3$. Il trouve la solution $x = 172$ (il y a une solution plus petite: $x = 26$). Au problème de trouver x tel que 23 divise $63x + 7$ il donne la solution $x = 5$.

Bhāskara II (encore appelé Bhāskarācārya, ou Professeur Bhāskara), appartenait à l'école d'Ujjain, comme Varāhamihira et Brahmagupta. Son traité d'astronomie intitulé *Siddhāntaśiromaṇi* (1150) contient des chapitres sur la géométrie (*Līlāvati*) et sur l'algèbre (*Bījagaṇita*) (voir [18]).

Līlāvati, du nom de sa fille, fondé sur les travaux de Brahmagupta, Śrīdhara et Aryabhata II, fait preuve d'une compréhension profonde de l'arithmétique. C'est le point culminant de cinq siècles de mathématiques, avec les règles de trois, cinq, sept, neuf et onze,

l'étude des permutations et des combinaisons, et les opérations algébriques fondamentales incluant l'utilisation du zéro.

Bījaganīta étudie la résolution d'équations: évaluation de racines, équations linéaires ou quadratiques, règles générales pour résoudre les équations du second degré, et même des équations de degré trois ou quatre. La méthode cyclique pour résoudre des équations de la forme $y^2 = ax^2 + bx + c$ a été redécouverte en Occident par William Brouncker en 1657.

Siddhāntaśiromaṇi comporte aussi un traité de trigonométrie, avec des tables du sinus et les relations entre les différentes fonctions trigonométriques. L'origine de cette étude remonte aux travaux d'Āryabhaṭa dans le *Gaṇitapāda*, commentés par Bhāskara I en 629. On peut voir dans *Siddhāntaśiromaṇi* les prémices de l'analyse qui sera développés par l'école du Kerala dans les travaux sur les séries deux siècles plus tard. Il maîtrise suffisamment le calcul intégral pour calculer l'aire d'une surface sur une sphère, mais surtout se révèle un pionnier dans le calcul différentiel pour étudier le mouvement des planètes.

Il développe également l'étude des équations linéaires et des équations du second degré $x^2 = Dy^2 + f$.

Bhāskarācārya considère aussi des équations en plusieurs inconnues; s'il y a k inconnues, il en élimine $k - 1$. Comme exemple [2] Chap. II], pour l'équation

$$5y + 8c + 7n + 90 = 7y + 9c + 6n + 62$$

il fournit les solutions $(y, c, n) = (14, 1, 1)$ et $(13, 3, 1)$.

Comme dans d'autres civilisations mathématiques anciennes, la détermination du nombre π a joué un grand rôle (voir [19]).

La formule

$$s = d \left(1 - \frac{28}{8 \times 29} \left(1 + \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{8} \right) \right) \right)$$

donnée par Baudhāyana pour le côté s d'un carré dont l'aire est celle d'un disque de diamètre d , donne pour π la valeur approximative 3,088.

Dans *Suryaprajnapati*, œuvre jaïne vers 500 avant J-C. contenant des mathématiques et de l'astronomie, on trouve l'approximation $\sqrt{10} = 3.162\dots$, qui sera encore en vigueur dans *Sripati* en 1039 après J-C.

Dans la section *Gaṇitapāda* de son ouvrage *Āryabhaṭīya*, Āryabhaṭa I propose la valeur 3,1416 pour π , insiste sur le fait qu'il s'agit d'une approximation, et suggère que π est un nombre irrationnel ([5], p. 153). Bhāskara I, commentant ce passage, suggère même que la quadrature du cercle n'est pas possible (i.e. que le nombre π n'est pas «*constructible*»), quelques 1300 ans avant que ce problème ne soit résolu (Lindemann, 1882).

Bhāskarācārya a obtenu des formules de récurrence (connues déjà du mathématicien chinois Liu Huai vers l'an 260) pour trouver le côté S_n d'un polygone régulier à n côtés inscrit dans le cercle unité:

$$S_{2n} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - S_n^2}}$$

En partant d'un hexagone régulier et en montant jusqu'à un polygone à 384 côtés, il retrouve l'approximation

$$\frac{3927}{1250} = 3,1416\dots$$

pour le nombre π .

Dans son traité astronomique (qui a été perdu), Madhava (1380–1420) utilise une série pour π et obtient 11 décimales exactes, alors que Viète en 1579 n'en aura que 9 en calculant le périmètre d'un polygone à 393 216 côtés.

Alors que l'école mathématique décline dans le reste de l'Inde, elle prospère dans le Kerala entre le XIV^{ème} et le XVII^{ème} siècle. Après travaux sur les séries et sur l'astronomie: Madhava de Sangamagramma (1340-1425), les quatre textes astronomiques et mathématiques les plus importants de cette école sont *Tantrasañgraha* de Nīlakaṇṭha Somayaji (1444–1501), *Yuktibhasa* de Jyesthdeva, *Karana Paddhati* de Putamana Somayajij et *Sadratnamala* de Sankara Varman. Citons encore Narayana (1500–1575). Une des caractéristique des mathématiques de l'école du Kerala est le traitement géométrique de problèmes algébriques, un exemple notable étant donné par le texte *Karanamrta* de Citrabhanu écrit en 1530 [9].

Ces travaux ne sont pas très connus. Ils sont pourtant d'autant plus intéressants qu'ils sont antérieurs au développement du calcul infinitésimal à l'ouest. Trois siècles avant Newton, Madhava connaissait les séries

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

et

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Une des premières motivations de ces travaux était le désir de connaître le nombre π . Avec d'autres notations, il connaissait la série pour l'arc tangente, que J. Gregory devait retrouver en 1667:

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

qui, pour $x = 1$, donne la série d'Euler

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

Pour $x = 1/3$ Madhava obtient

$$\frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 1 - \frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{5 \times 3^2} - \frac{1}{7 \times 3^3} + \dots$$

L'invention du calcul infinitésimal en Inde trouve sa source dans la recherche de la prédiction des éclipses. Āryabhaṭa I, puis Brahmagupta, utilisent le concept de mouvement instantané. L'astronome Manjul (vers 930), puis Bhāskarācārya, utilisent la dérivée de la fonction sinus pour calculer l'angle de l'écliptique. Ces travaux seront poursuivis par l'école du Kerala, notamment Nīlakaṇṭha (1444–1542), Pisarati et Śāṅkara Vāriyar (vers 1556).

On peut considérer Madhava comme l'un des fondateurs de l'analyse moderne. Un des rares mathématiciens à disposer d'une intuition aussi développée sera Ramanujan.

1.3. Ramanujan

Srinivasa Ramanujan (1887–1920) est un personnage essentiel de l’histoire des mathématiques en Inde. Malgré son décès prématuré dans sa 33^{ème} année, il a laissé une œuvre considérable et extrêmement originale, faisant preuve d’une intuition incroyable, qui laisse perplexes sur la manière dont pouvait fonctionner son cerveau.

Il est né à Érode, près de Kumbakonam dans le Tamil Nadu, ce qui n’est pas très loin du lieu de naissance de Madhava. Sa famille, de caste élevée (Brahmane), était très pauvre. Sa mère, astrologue, a certainement été la première à éveiller son intérêt pour les nombres.

Après une scolarité au cours de laquelle son unique intérêt était les mathématiques, ayant négligé toutes les autres matières, il échoue à l’examen d’entrée à l’Université de Madras. En 1903, il se procure un livre de G.S. Carr, *A synopsis of elementary Results in Pure and Applied Mathematics*, qui va profondément l’influencer, notamment dans sa conception même des mathématiques. Ce livre compile des listes d’énoncés sans démonstration, représentant autant de défis pour Ramanujan, qui va s’attacher à démontrer chacun des 6165 théorèmes, sans aide extérieure.

La plus grande partie des *notebooks* de Ramanujan se présentera sous une forme semblable, avec des énoncés sans démonstration. Ce style peut rappeler d’ailleurs celui des *sutras* utilisées par les mathématiciens indiens dans les anciens temps. Dans le même ordre d’idée, l’habitude qu’avait Ramanujan d’utiliser une ardoise est aussi dans la tradition des anciens hindous.

De 1903 à 1914, alors qu’il passait d’un emploi à un autre pour gagner sa vie, il consigne dans ses notebooks 3254 résultats mathématiques [20]. Ses recherches sur les séries divergentes seront plutôt un obstacle pour qu’il soit reconnu par les mathématiciens établis.

En 1912 il obtient un emploi de bureau dans un service financier de Madras, et il ne reçoit une bourse de recherche de l’Université de Madras qu’en 1913. L’année suivante il est invité par G.H. Hardy à Cambridge, et l’Université de Madras lui donnera une bourse pour cela.

Pendant les cinq années qu’il va passer à Cambridge avec Hardy, il publiera 21 articles, dont cinq avec Hardy. En 1916 il est diplômé de l’Université de Cambridge grâce à son mémoire sur les nombres hautement composés, puis il reçoit le prestigieux *Fellowship of the Royal Society* en février 1918. Il est élu Fellow of Trinity College en octobre de la même année.

Quelques mois plus tard, malade (peut-être de tuberculose – voir [24] p. 23), il rentre en Inde, où il décédera le 26 avril 1920.

Ses travaux font preuve d’une grande originalité. D’après Hardy [22], en algèbre l’essentiel du travail de Ramanujan concerne les séries hypergéométriques (identités de Douglas-Ramanujan et Rogers-Ramanujan) et les fractions continues, où son chef-d’œuvre fut son étude de

$$\frac{1}{1+} \frac{x}{1+} \frac{x^2}{1+\dots}$$

La *méthode du cercle*, une des plus puissantes méthodes de théorie analytique des nombres, trouve sa source dans ses travaux avec Hardy. Une part importante de ses recherches

concerne la théorie des partitions. Les identités de Rogers-Ramanujan sont découvertes par Ramanujan dès 1914. Sa conjecture que la fonction tau définie par

$$\sum_{n \geq 1} \tau(n)x^n = x \prod_{n \geq 1} (1 - x^n)^{24}$$

satisfait

$$|\tau(p)| \leq 2p^{11/2}$$

pour tout nombre premier p sera démontrée en 1974 par P. Deligne.

L'équation de Ramanujan-Nagell est

$$x^2 + 7 = 2^n;$$

Ramanujan avait conjecturé que les seules solutions en entiers positifs sont données par

$$1^2 + 7 = 2^3, \quad 3^2 + 7 = 2^4, \quad 5^2 + 7 = 2^5, \quad 11^2 + 7 = 2^7, \quad 181^2 + 7 = 2^{15},$$

et cela a été établi par T. Nagell en 1948. En 1960 R. Apéry montrera que pour chaque entier positif D différent de 7, l'équation $x^2 + D = 2^n$ possède au plus deux solutions; c'est optimal, puisque pour $D = 23$ il y a deux solutions

$$3^2 + 23 = 32, \quad 45^2 + 23 = 2^{11},$$

et pour $D = 2^{\ell+1} - 1$ ($\ell \geq 3$) aussi:

$$(2^\ell - 1)^2 + 2^{\ell+1} - 1 = 2^{2\ell}, \quad 1 + 2^{\ell+1} - 1 = 2^{\ell+1}.$$

Enfin F. Beukers (1980) montrera qu'il y a au plus une solution pour toutes les autres valeurs de D . L'équation de Ramanujan-Nagell est donc vraiment exceptionnelle.

En 1976, G.E. Andrews découvre à Trinity College (Cambridge) dans les documents provenant de la succession de G.N. Watson les «*Lost*» *Notebooks* de Ramanujan. Il s'agit de 138 feuilles de papier contenant quelques 650 énoncés écrits en Inde par Ramanujan au cours de la dernière année de sa vie, concernant ce qu'il a baptisé les *Mock Theta Functions* (voir [24], p. 63–67).

Malgré l'excellence de sa production, on peut cependant regretter que l'influence sur le développement des mathématiques en Inde de Ramanujan n'ait pas été aussi grande que celle en physique de Raman, l'autre scientifique de grande envergure dans ce pays au début de ce siècle.

1.4. La Période Moderne: de 1900 à nos jours

Une description très bien documentée de l'évolution des mathématiques en Inde de 1900 à 1950 a été faite par Raghavan Narasimhan [28]. Nous en extrayons quelques éléments montrant la richesse de l'école mathématique indienne durant toute cette période.

Les universités les plus anciennes sont celles de Calcutta, Bombay et Madras, fondées en 1857 par les britanniques. Leur but était de former des fonctionnaires aptes à les aider à administrer cet immense territoire. Un des premiers mathématiciens à proposer que les universités soient le cadre d'une activité intellectuelle indépendante, de recherche et d'enseignement de haut niveau, était Sir Asutosh Mookerjee (1864–1924), nommé juge à la haute cour de Calcutta en 1904, Vice-Chancelier de l'Université de Calcutta en 1906, et auteur de plusieurs articles entre 1883 et 1890 sur les courbes algébriques planes et les équations différentielles. L'influence positive de Mookerjee est soulignée par A. Weil dans [30], en opposition avec le rôle de son successeur Ganesh Prasad, malgré la grande qualité des contributions personnelles de ce dernier. C'est Mookerjee qui fit venir à Calcutta d'excellents mathématiciens comme les géomètres Mukhopadhyay et R.N. Sen, ou encore N.R.Sen en mathématiques appliquées. L'influence de Calcutta ne se démentira pas, puisqu'en 1931 le géomètre Mahalonobis fondera l'Indian Statistical Institute de Calcutta qui accueillera par la suite un remarquable groupe de statisticiens.

K. Ananda Rau (1893–1966), ancien élève de G. Hardy à Cambridge (où il était en même temps que Ramanujan), est l'auteur de contributions importantes sur la sommabilité des séries de Dirichlet, et a eu surtout de brillants élèves: T. Vijayaraghavan (1902–1955), S.S. Pillai (1901–1950), Ganapathy Iyer, K. Chandrasekharan, C.T. Rajagopal (1903–1978) notamment.

T. Vijayaraghavan, premier directeur du Ramanujan Institute à Madras (qui était alors indépendant du département de mathématiques de l'Université), est connu pour sa contribution à l'étude des nombres qu'on appelle *P.V. numbers*, étude développée indépendamment par C. Pisot.

Subbayya Sivasankaranarayana Pillai [26] (Université d'Annamalai, Tamil Nadu) a obtenu une solution presque complète au problème de Waring:

Pour chaque entier $k \geq 2$, déterminer le plus petit entier $g(k)$ tel que, pour tout entier $n \geq 1$, l'équation

$$n = x_1^k + \cdots + x_{g(k)}^k$$

ait une solution en entiers $x_1, \dots, x_{g(k)}$ positifs ou nuls.

En particulier en 1935 il établit le lien avec la détermination de la partie fractionnaire de $(3/2)^k$, et en 1940 obtint $g(6) = 73$. On peut noter à ce propos que la détermination de $g(4)$, à savoir $g(4) = 19$, a été obtenue en 1986 dans un travail en commun de R. Balasubramanian, J-M. Deshouillers et F. Dress.

La *conjecture de Pillai*

Pour tout entier positif k , l'équation $x^p - y^q = k$ n'a qu'un nombre fini de solutions en entiers x, y, p, q , tous ≥ 2

n'est résolue que pour $k = 1$ (par R. Tijdeman en 1970. La *conjecture de Catalan*, selon laquelle la seule solution de l'équation $x^p - y^q = 1$ est $3^2 - 2^3 = 1$, a été résolue en 2002 par P. Mihailescu).

Pillai est décédé dans un accident d'avion au Caire en 1950, en se rendant au Congrès International qui devait avoir lieu à Harvard.

R. Vaidyanathaswamy (1894–1960), ancien élève de E.T. Whittaker à Edimburgh et de H.F. Baker à Cambridge, a eu une profonde influence sur les mathématiques en Inde. Sa formation était plus abstraite que celle de ses collègues, et son ouverture d'esprit a été bénéfique.

G. Iyer et M.S. Shah étaient parmi les rares mathématiciens indiens à connaître les travaux de R. Nevanlinna sur les fonctions méromorphes et le théorème de Picard.

C.T. Rajagopal était analyste; il a étudié des questions de sommabilité, et publié aussi des articles sur les fonctions d'une variable complexe. Devenu directeur du Ramanujan Institute, il s'intéressa à l'histoire des mathématiques en Inde, et notamment au Kerala au 17ème siècle.

Vient ensuite la création du Tata Institute of Fundamental Research à Bombay, grâce à un physicien de l'Indian Institute of Science de Bangalore, Homi J. Bhabha (1909–1966), qui bénéficiait de l'appui politique de J. Nehru et de l'appui financier de la famille Tata, industriels parsis qui restent encore très puissants de nos jours (c'était d'ailleurs déjà un membre de la famille Tata, Jamsetji Nusserwanji Tata, qui, à la fin du 19ème siècle, était à l'origine de la création de l'Indian Institute of Science à Bangalore). L'idée de Bhabha était de faire de l'Inde une puissance nucléaire, et pour cela il fallait créer une école de physique du plus haut niveau international, ce qui nécessitait également la création d'une école mathématique performante. K. Chandrasekharan (qui devait plus tard émigrer à l'E.T.H. de Zürich) a rejoint le Tata Institute dès 1948 pour en devenir directeur, et c'est principalement grâce à son action remarquable à la tête de cet Institut que le TIFR est devenu une institution aussi prestigieuse. Il avait le don de reconnaître les futurs talents, et savait les diriger vers des domaines dans lesquels il n'était pas lui-même spécialiste. Il a réussi en même temps à attirer à Bombay un grand nombre des mathématiciens les plus importants de l'époque, venant de divers pays, pour qu'ils donnent des cours aux jeunes préparant une thèse. Avec un tel directeur le Tata Institute de Bombay connut rapidement une grande réputation internationale. Raghavan Narasimhan (qui est parti ensuite à Chicago), puis K.G. Ramanathan, K. Ramachandra en théorie des nombres, C.S. Seshadri (FRS, Directeur du Chennai Mathematical Institute), M.S. Narasimhan (qui fut directeur de la section mathématique de l'I.C.T.P. – International Center for Theoretical Physics – à Trieste) en géométrie algébrique, Sridharan, Parimala en algèbre commutative, M.S. Raghunathan (FRS), Gopal Prasad, S.G. Dani spécialistes des groupes arithmétiques, V.K. Patodi (équation de la chaleur) figurent parmi les éminents mathématiciens issus du TIFR.

Les mathématiciens indiens ne viennent pas tous du Tata Institute. On peut déjà mentionner Meenakshi Sundram, qui était lié à Chandrasekharan à Bombay, mais aussi Ramesh Chandra Bose, C.R. Rao, V.S. Varadarajan, V.S. Varadhan, R. Ranga Rao, K.R. Parthasarathy de l'Indian Statistical Institute.

Un grand nombre de mathématiciens d'origine indienne ont émigré, principalement

aux États-Unis ou au Canada. Même s'il est moins connu que l'astrophysicien Chandrasekhar (prix Nobel), le plus célèbre est sans doute Harish-Chandra, souvent considéré comme le meilleur mathématicien indien depuis Ramanujan, et plus récemment C.P. Ramanujan, Sreeram S. Abhyankar, Sarvadaman Chowla, Gopal Prasad, Dinakar Ramakrishnan, Krishnaswami Alladi, Dinesh Thakur, K. Soundarajan (élève de Balasubramanian, maintenant à Princeton avec P. Sarnak), R. Ramakrishna (élève de Mazur). Mais les liens qu'ils maintiennent avec leur pays sont précieux. Ainsi Ram et Kumar Murty vont régulièrement donner des cours en Inde.

Actuellement l'Inde possède plusieurs centres (dépendant du Département de l'Énergie Atomique, DAE) où se fait une recherche mathématique de très haut niveau: le Tata Institute of Fundamental Research, avec en gros les mathématiques pures à Mumbai (Bombay) et les mathématiques appliquées à Bangalore, l'Institute of Mathematical Sciences situé à Chennai (Madras), et le Harish Chandra Research Institute (anciennement Mehta Research Institute) d'Allahabad. Un autre institut de recherche avancée est le Chennai Mathematical Institute dirigé par Seshadri (anciennement SPIC Research Institute), où le récent Undergraduate Programme commence à former de jeunes mathématiciens de talent: l'un d'eux vient d'être admis au concours externe de l'École Normale Supérieure de la rue d'Ulm (2002).

L'essentiel de la production mathématique de haut niveau faite en Inde depuis l'indépendance est le fait de ces institutions prestigieuses. C'est principalement le Tata Institute qui a été à la pointe du progrès. Les universités n'ont malheureusement pas été à la même hauteur, même si quelques individualités ont réussi à produire des travaux de qualité.

Les Universités d'État (parmi lesquelles se trouvent Pondichéry et Hyderabad) disposent de moyens plus importants que les autres. Mais les jeunes élèves les plus brillants sortant du système scolaire préfèrent entrer dans un institut d'ingénieurs (qui leur offriront plus de possibilités pour obtenir un emploi bien rémunéré, en Inde ou à l'étranger): l'IISc (Indian Institute of Science) de Bangalore, dont nous avons déjà parlé, ou bien un des six IIT (Indian Institute of Technology), à Delhi, Madras (=Chennai, Tamil Nadu), Kanpur (Uttar Pradesh), Bombay (=Mumbai, Maharashtra), Kharagpur (West Bengal), Guwahati (Assam), ou encore l'un des I.S.I. (Indian Statistical Institute) à Calcutta, Delhi ou Bangalore. La solution récente (2002) du problème de tester la primalité d'un entier en temps polynomial a été obtenue par trois mathématiciens de l'IIT Kanpur.

2. La Coopération Franco-Indienne

Les liens entre des mathématiciens français et des mathématiciens indiens sont anciens. Les premiers ont été établis par A. Weil en 1930; puis le Père Racine a eu une influence incontestable sur le développement de la recherche mathématique en Inde.

2.1. Les Débuts

En octobre 1929, Syed Ross Masood, Vice-Chancelier de l'Université musulmane d'Aligarh, propose une chaire de mathématiques à André Weil, qui lui avait été recommandé par le spécialiste d'indologie Sylvain Levi. En Inde, André Weil a fréquenté des mathématiciens comme T. Vijayaraghavan, D. Kosambi et S. Chowla ([31] Chap. IV), dont il appréciait les qualités intellectuelles. Kosambi est ensuite devenu un brillant historien – son livre sur l'empire maurya est un classique (traduit en français). Chowla devait aller ensuite à l'Université du Panjab, avec un autre excellent théoricien des nombres, Hansraj Gupta, avant d'émigrer plus tard vers les États-Unis. L'influence de Weil sur Vijayaraghavan a été importante (cf. [28], p. 242). Dans [30], Weil décrit la situation universitaire en Inde à cette époque; son rapport [29] à l'Indian Mathematical Society en 1931 suggère des actions pour l'améliorer. La conclusion de [30] porte sur le potentiel intellectuel «*illimité*» de cette nation et la possibilité de voir l'Inde prendre bientôt une place de choix dans la communauté mathématique internationale (voir aussi son commentaire p. 536 du tome I de ses œuvres).

Le Père Racine (1897–1976) est arrivé en Inde en 1937 comme missionnaire jésuite. Il a enseigné les mathématiques d'abord au Collège St Joseph de Tiruchirappally (Trichy, Tamil Nadu), puis à partir de 1939 à Loyola Collège (Madras). Il avait étudié l'analyse à Paris avec E. Cartan et J. Hadamard. Il était lié avec les principaux mathématiciens français de l'époque: J. Leray, A. Weil, J. Delsarte, A. Lichnerowicz, H. Cartan. Son érudition se manifestait dans son enseignement, et ses cours étaient essentiellement orientés vers la recherche, en contraste avec l'enseignement traditionnel qui avait pour but de faire réussir le plus grand nombre possible d'étudiants aux examens. À cette époque, avec Ananda Rao, excellent analyste, et Vaidyanathaswamy, plus éclectique, Madras était le meilleur endroit en Inde pour étudier les mathématiques et pour débiter dans la recherche. Le Père Racine et Vaidyanathaswamy ont été les promoteurs des mathématiques modernes: au lieu de suivre la tradition en enseignant uniquement l'analyse classique et la théorie analytique des nombres, ils discutaient aussi des nouvelles structures mathématiques développées systématiquement à ce moment-là par Bourbaki. Le Père Racine encourageait aussi ses élèves à lire des ouvrages récents comme ceux de L. Schwartz sur les distributions. Il venait en aide aux jeunes mathématiciens qui ne trouvaient pas de poste après leur thèse, comme Minakshisundaram, un des mathématiciens les plus doués de sa génération (cf. [28], p. 251).

La liste [27] de ses élèves devenus des mathématiciens connus est éloquente: Venugopal Rao, P.K. Raman, M.S. Narasimhan, C.S. Seshadri, Ramabhadran, K. Varadarajan, Raghavan Narasimhan, C.P. Ramanujam, Ramabhadran Narasimhan, Ananda Swarup, S. Ramaswamy, Cyril D'Souza, Christopher Rego, V.S. Krishnan et S. Sribala.

Le Père Racine encourageait ses meilleurs étudiants à rejoindre le Tata Institute of Fundamental Research de Bombay où se trouvaient notamment K. Chandrasekharan et K.G. Ramanathan. Cela contribue à expliquer que tant de mathématiciens du TIFR soient originaires du Tamil Nadu.

Le Tata Institute de Bombay a bénéficié, dès ses débuts, du soutien de nombreux mathématiciens français parmi les plus influents. Dès les années 50, L. Schwartz y fit plusieurs séjours, suivi de H. Cartan, Bruhat, Koszul, P. Samuel, B. Malgrange, J. Dieudon-

né, Gabriel, M. Demazure, et bien d'autres, invités par le directeur de l'époque, K. Chandrasekharan. Plus tard, vers la fin des années 60, A. Weil et A. Grothendieck iront à leur tour, avant que J-L. Verdier n'établisse les bases de la coopération actuelle.

2.2. Évolution Actuelle

La coopération franco-indienne en mathématiques est très active depuis de nombreuses années. Un des principaux artisans en a été J-L. Verdier, qui était responsable d'un PICS Inde du CNRS (PICS=*Programme International de Coopération Scientifique*) de 1986 à 1989. Un compte rendu est paru sur ce sujet dans la gazette des mathématiciens (n° 49, juin 1991, pp.59–61).

Un second texte faisant le point sur les activités entre 1986 et 1995 est paru également dans la gazette des mathématiciens (n° 71, 1997, pp. 62–65).

En mathématiques appliquées aussi la coopération franco-indienne est très active. Quand l'INRIA de Rocquencourt était dirigée par J.L. Lions, elle entretenait des liens étroits avec plusieurs institutions indiennes: IISc Bangalore, IIT Delhi, et surtout le petit groupe travaillant sur les équations aux dérivées partielles au TIFR (Tata Institute of Fundamental Research) de Bangalore. Cette coopération est poursuivie actuellement grâce à O. Pironneau au Laboratoire d'Analyse Numérique de Paris VI. Un programme d'aide à l'enseignement avec l'Université de Pondichéry dans le Master de Mathématiques Appliquées a été soutenu plusieurs années. Le pôle indien de cette coopération est maintenant principalement à Bangalore.

Depuis 1995 les sources de financement se sont diversifiées. Les principaux programmes sont les suivants:

- Le centre franco-indien pour la promotion de la recherche avancée (CEFIPRA) subventionne des programmes permettant des échanges entre des petits groupes sur des sujets thématiques bien précisés; les programmes sont de trois ans, généralement non renouvelables. Il est aussi possible d'organiser des conférences franco-indiennes dans ce cadre.
- Des accords interuniversitaires permettent de soutenir des actions de coopération; par exemple un accord tripartite entre les universités de Pondichéry, Poitiers et Paris VI a bénéficié plusieurs années de subventions de l'Ambassade ainsi que de postes de professeurs invités offerts par Paris VI à des Professeurs de l'Université de Pondicherry.
- Les bourses françaises du Ministère de l'Éducation permettent de faire venir soit des Professeurs étrangers sur des bourses de haut niveau de un à trois mois, soit des jeunes mathématiciens étrangers venant de soutenir leur thèse pour un stage post-doctoral d'un an. Il est aussi possible d'obtenir des financement pour de jeunes étudiants souhaitant venir en France préparer une thèse, éventuellement en co-tutelle.
- Le Chennai Mathematical Institute a signé avec l'École Normale Supérieure de la rue d'Ulm un protocole d'accord prévoyant chaque année des visites bilatérales. Chaque année environ trois normaliens vont ainsi donner des cours dans le cadre de l'Undergraduate Program du CMI, et autant de jeunes étudiants de ce programme viennent à l'ENS. La coordination est faite par Stéphane Fischler qui maintient un site web donnant les informations sur ces actions:

<http://www.dma.ens.fr/~fischler/inde.html>

- Le CIMPA (Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées) a organisé une école à l'Université de Pondicherry en janvier 1996:
 - Nonlinear Systems, Pondicherry University*
 - org. Y. Kosmann-Schwarzbach, B. Grammaticos et K. M. Tamizhmani
 - dont les comptes-rendus sont parus:
 - Integrability of Nonlinear Systems*
 - Y. Kosmann-Schwarzbach, B. Grammaticos and K. M. Tamizhmani, eds.,
 - Lecture Notes in Physics **495**, Springer-Verlag 1997.
 - Deux écoles du CIMPA son programmées pour 2002, l'une qui vient d'avoir lieu au TIFR de Mumbai (Bombay) en septembre 2002:
 - Mesures de probabilités sur les groupes: directions et tendances récentes Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai (Bombay),*
 - org. S. Dani, P. Graczyk, Y. Guivarc'h,
 - tandis que la seconde se tiendra à Kolkata (Calcutta) en décembre 2002:
 - Soft Computing approach to pattern recognition and image processing. Machine Intelligence Unit, Indian Statistical Institute, Calcutta*
 - org. Ashish Ghosh, Sankar K. Pal.
 - Enfin une autre est prévue à Pondicherry en février 2003:
 - Discrete Integrable Systems, Pondicherry,*
 - org. Basil Grammaticos, Yvette Kosmann-Schwarzbach, Thamizharasi Tamizhmani.
- Le CNRS a signé en 1999 un accord avec le NBHM (National Board for Higher Mathematics) permettant de financer chaque année environ trois missions dans chaque sens, pour des actions qui ne rentrent pas dans le cadre d'un des programmes précédents. Cet accord était prévu pour quatre ans renouvelables: espérons qu'il va être reconduit pour une même période à partir de 2003.
- En mathématiques appliquées, les échanges franco-indiens sur *le calcul scientifique pour la mécanique et l'ingénierie* entre le Laboratoire d'Analyse Numérique de Paris VI et l'INRIA-Rocquencourt en France, l'ISSc de Bangalore, le TIFR de Bangalore et l'IIT de Delhi en Inde, initialisés en 1975 et renouvelés en 1993, bénéficient du soutien du CEFIPRA, du Ministère des Affaires Étrangères et du pôle de recherche commun Dassault-Aviation/Université Paris VI.
- Les actions précédentes sont essentiellement ponctuelles, et ne s'inscrivent pas dans la durée. Elles sont indispensables pour identifier les échanges possibles, pour connaître les domaines dans lesquels une coopération peut être fructueuse. Mais il faut aussi assurer un minimum de pérennité à certains programmes. Dans cette direction le Ministère des Affaires Étrangères et le CNRS instaurent des fédérations de laboratoires scientifiques, et il devrait y en avoir une en mathématiques. Un organe essentiel de cette nouvelle structure sera un conseil scientifique franco-indien dont la mise en place est à l'étude..
- Un projet de Cyber-Université est en cours de réalisation. La composante mathématique (FICUS: French-Indian Cyber University for Sciences)

<http://144.16.72.194/ficus/ficus.html>

est la partie la plus avancée de cette entreprise. Les premiers centres concernés sont le pôle universitaire européen de Toulouse et des institutions universitaires sur le campus de Bangalore, mais d'autres Universités (en particulier Orléans, Marseille et Paris 6 du côté français) y participent. Un financement de faisabilité a été accordé dans le cadre d'un appel d'offres pour la constitution de campus numériques français. Le projet comporte la création d'une formation postdoctorale appelée «e-m@ths» en mathématiques appliquées (au sens large, incluant par exemple la cryptographie), avec des cours disponibles sur internet, des supports en ligne pour les étudiants, mais aussi, de manière plus ambitieuse, l'établissement de vidéo-conferences, permettant aux étudiants d'assister aux cours donnés dans l'autre pays et de poser des questions en temps réel.

Enfin un site web maintenu par Sudhir Ghorpade (IIT de Powai à Mumbai) permet d'être informé de tout ce qui concerne la coopération franco-indienne en mathématiques pures:

<http://iml.univ-mrs.fr/infrcoop/index.html>

Références

Quelques ouvrages de base sur les mathématiques anciennes en Inde:

- [1] Datta, B.; Singh, A.N. – *History of Hindu mathematics: A source book*. Part I: Numerical notation and arithmetic. Motilal Banarsi Das, Lahore, 1935. Part II: Algebra. Motilal Banarsi Das, Lahore, 1938. Reprinted: Asia Publishing House, Bombay-Calcutta-New Delhi-Madras-London-New York 1962.
- [2] Dickson, L.E. – *History of the Theory of Numbers. t. 2 Diophantine Analysis*. Chelsea Publ. C., New-York, 1921. Publ. Carnegie Inst. of Washington, **256**, 1971.
- [3] Gindikin, S.G. – *Tales of Physicists and Mathematicians*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, Mass., 1988.
- [4] Kaye, G.R. – *Indian Mathematics*. Calcutta & Simla, Thaker, Spink & co, 1915.
- [5] Srinivasiengar, C.N. – *The History of Ancient Indian Mathematics*. Calcutta, The World Press Private Ltd, 1967.
- [6] Varadarajan, V.S. – *Algebra in Ancient and Modern Times*. Hindustan Book Agency, Texts and Readings in Mathematics **14**, 1997. American Mathematical Society, Mathematical World **12**, 1998.
- [7] Weil, A. – *Number Theory. An approach through history. From Hammurapi to Legendre*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, Mass., 1984.

Quelques références plus récentes communiquées par Karine Chemla:

- [8] Hayashi, T. – Āryabhaṭa's rule and table for sine-differences. *Historia Math.* **24** (1997), no. 4, 396–406.
- [9] Hayashi, T.; Kusuba, T. – Twenty-one algebraic normal forms of Citrabhānu. *Historia Math.* **25** (1998), no. 1, 1–21.

d'autres par Catherine Goldstein:

- [10] Gillispie, C.C. (ed.) – *Dictionary of scientific bibliography*. Charles Scribner's sons, New-York, Amer. Council of Learned Soc., 1970.
- [11] Bag, A.H. – *Mathematics in ancient and medieval India*. Chaukhamba Orientalia, Benarès 1979.
- [12] *Histoire de fractions, fractions d'histoire*. Edited by Paul Benoit, Karine Chemla and Jim Ritter. Science Networks. Historical Studies, **10**. Birkhäuser Verlag, Basel, 1992.

Voir en particulier les articles de

Chemla, K.; Djebbar, A.; Mazars, G. – Mondes arabe, chinois, indien: quelques points communs dans le traitement des nombres fractionnaires. p. 263–276.

de

Mazars, G. – Les fractions dans l'Inde ancienne de la civilisation de l'Indus à Mahāvīra (IXe siècle). p. 209–218.

et de

Ritter, J. – Metrology and the prehistory of fractions. p. 19–34.

- [13] *Sciences et Empire*. P. Petitjean, C. Jami, A.M. Moulin, Kluwer, Dordrecht, 1992.
- [14] Goldstein, C. – L'un est l'autre: pour une histoire du cercle. *Éléments d'histoires des sciences*, éd. M. Serres, Bordas, Paris, 1989, 129–149.
- [15] *L'Europe mathématique. Histoires, mythes, identités*. Édité by Catherine Goldstein, Jeremy Gray and Jim Ritter. Éditions de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1996.

Voir en particulier l'article de

Plofker, K. – How to appreciate Indian techniques for deriving mathematical formulas, p. 53–65

et aussi par Roshdi Rashed:

- [16] Rashed, R. – Al-Samaw'al, Al-Bīrūnī et Brahmagupta: les méthodes d'interpolation. *Arabic Sciences and Philosophy*, **I** (1991), 101–160.

Une étude bien documentée des triplets pythagoréens dans les Sulvasūtras est due à S.G. Dani:

- [17] Dani, S.G. – Pythagorean triples in the Sulvasūtras. Manuscript.

La référence suivante m'a été signalée par Michel Jambu:

- [18] Abhyankar, S.S. – Historical ramblings in algebraic geometry and related algebra. Amer. Math. Monthly **83** (1976), no. 6, 409–448.

Le nombre π est étudié sous toutes ses coutures dans le petit livre de Delahaye, plus accessible que son prédécesseur paru dans «Le Petit Archimède»:

- [19] Delahaye, J-P. – *Le fascinant nombre π* . Bibliothèque Pour La Science, Diffusion Belin, 1997.

La vie et l'œuvre de Ramanujan a fait l'objet de plusieurs ouvrages:

- [20] Berndt, B. – *Ramanujan Notebooks*. Springer-Verlag, 1985–1997.
- [21] Berndt, B.; Rankin, R.A. – *Ramanujan, Letters and Commentary*, Eastwest Books - Madras - 1997.
- [22] Hardy, G.H. – Ramanujan, un mathématicien Indien. in *L'apologie d'un Mathématicien*. Cambridge Univ. Press 1940. Trad. Franç., Belin 1985.
- [23] Hardy, G.H. – *Ramanujan: Twelve Lectures on Subjects Suggested by his Life and Work*. Chelsea, New-York, 1940.
- [24] Srinivasa Rao, K. – *Srinivasa Ramanujan, a mathematical genius*. Eastwest Books - Madras- 1998.
- [25] Srinivasa Rao, K. – *π i e Pavillion*. Ramanujan Gallery, Periyar Science & Technology Center, Chennai.

Pour la période plus récente, on peut voir

- [26] Chandrasekharan, K. – Obituary: S. S. Pillai. J. Indian Math. Soc. (N.S.) Part A. **15**, (1951), 1–10
- [27] *International Conference on Teaching and Research in Mathematics*. Birth Centenary Celebrations of Father Charles Racine, S.J. Loyola College, Chennai, January 1997. Ed. M.L. Santiago; Racine Research Centre, Chennai.
- [28] Narasimhan, R. – The coming of age of mathematics in India. *Miscellanea mathematica*, Springer, Berlin, 1991, 235–258.
- [29] Weil, A. – *Mathematics in Indian Universities*. Seventh Conference of the Indian Mathematical Society, Trivandrum, 1931. *Scientific works. Collected papers*. Vol. I (1926–1951). Springer-Verlag, New York-Heidelberg (1979), 127–128.

- [30] Weil, A. – *Mathematics in India*. Usp. Mat. Nauk **3** (1936), 286–288. *Scientific works. Collected papers*. Vol. I (1926–1951). Springer-Verlag, New York-Heidelberg (1979), 129–131.
- [31] Weil, A. – *Souvenirs d'Apprentissage*. Vita Mathematica, **6**. Birkhäuser Verlag, Basel, 1991.

Sites web avec des références sur Srinivasan Ramanujan:

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians>

<http://www.math.wisc.edu/~askey>

<http://www.math.uiuc.edu/~berndt>

<http://www.imsc.ernet.in/~rao>

Michel WALDSCHMIDT
Université P. et M. Curie (Paris VI)
Institut de Mathématiques CNRS UMR 7586
Théorie des Nombres Case 247
175, rue du Chevaleret
F-75013 PARIS
e-mail: miw@math.jussieu.fr
URL: <http://www.math.jussieu.fr/~miw/>