

Leçons — Année 2010-2011

1 Leçons

1.1 Algèbre

101 - Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- 1) Théorème de Wedderburn
- 4) \mathfrak{A}_n simple pour $n \geq 5$
- 7) Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré
- 8) Théorèmes de Sylow ?

103 - Exemples et applications des notions de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

- 3) Théorème de Frobenius-Zolotarev ?
- 4) \mathfrak{A}_n simple pour $n \geq 5$
- 8) Théorèmes de Sylow ?
- 9) Groupes de petits ordres

104 - Groupes finis. Exemples et applications.

- 4) \mathfrak{A}_n simple pour $n \geq 5$
- 8) Théorèmes de Sylow
- 9) Groupes de petits ordres
- 10) Caractères et structure des groupes abéliens finis

105 - Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

- 4) \mathfrak{A}_n simple pour $n \geq 5$
- 3) Théorème de Frobenius-Zolotarev

106 - Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.

- 3) Théorème de Frobenius-Zolotarev
- 7) Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré
- 11) Surjectivité de l'exponentielle matricielle
- 16) Génération de Sl_n par les transvections
- 22) Sous-groupes compacts de $GL_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner
- 27) Décomposition LU

107 - Représentations et caractères d'un groupe fini sur un \mathbf{C} -espace vectoriel.

- 10) Caractères et décomposition des groupes abéliens finis
- 28) Représentations du groupe dicyclique d'ordre 12

108 - Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

- 4) \mathfrak{A}_n simple pour $n \geq 5$
- 7) Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré
- 16) Génération de Sl_n par les transvections

109 - Anneaux $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. Applications.

- 2) Nombres de Carmichael
- 9) Groupes de petits ordres ?
- 12) Loi de réciprocité quadratique par le résultant
- 3) Théorème de Frobenius-Zolotarev ?

110 - Nombres premiers. Applications.

- 2) Nombres de Carmichael
- 8) Théorèmes de Sylow
- 12) Loi de réciprocité quadratique par le résultant
- 13) Théorème de Tchebycheff

- 19) Algorithme de Berlekamp
- 14) Théorème des 2 carrés

111 - Anneaux principaux. Applications.

- 5) Théorème de Gauss
- 14) Théorème des 2 carrés

112 - Corps finis. Applications.

- 1) Théorème de Wedderburn
- 3) Théorème de Frobenius-Zolotarev
- 12) Loi de réciprocité quadratique par le résultant
- 19) Algorithme de Berlekamp

113 - Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

- 1) Théorème de Wedderburn
- 10) Caractères et décomposition des groupes abéliens finis

114 - Anneau des séries formelles. Applications.

- 24) Nombre de partitions, nombres de Stirling de 2^{ème} espèce
- 11) Surjectivité de l'exponentielle matricielle

116 - Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

- 5) Théorème de Gauss
- 19) Algorithme de Berlekamp
- 20) Parties dédoublables de \mathbf{R}^2
- 26) Théorème de D'Alembert-Gauss par les polynômes symétriques

117 - Algèbre des polynômes à n indéterminées ($n > 1$). Polynômes symétriques. Applications.

- 5) Théorème de Gauss
 - 26) Théorème de D'Alembert-Gauss par les polynômes symétriques
 - 25) Structure des polynômes symétriques
-

118 - Exemples d'utilisation de la notion de dimension en algèbre et en géométrie.

- 16) Génération de S_n par les transvections
- 17) Décomposition de Frobenius ou invariants de similitude
- 18) Existence de la décomposition de Jordan
- 19) Algorithme de Berlekamp

119 - Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

- 22) Sous-groupes compacts de $GL_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner
- 17) Décomposition de Frobenius ou invariants de similitude
- 18) Existence de la décomposition de Jordan
- 27) Décomposition LU

120 - Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

- 6) Théorème de la dimension
- 19) Algorithme de Berlekamp

123 - Déterminant. Exemples et applications

- 3) Théorème de Frobenius-Zolotarev
- 8 Analyse) Théorème de Müntz
- 22) Sous-groupes compacts de $GL_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner ?

124 - Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications

- 11) Surjectivité de l'exponentielle matricielle
- 17) Décomposition de Frobenius ou invariants de similitude
- 18) Existence de la décomposition de Jordan
- 23) Exponentielle de $S_n(\mathbf{R})$

125 - Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

- 17) Décomposition de Frobenius ou invariants de similitude
 - 18) Existence de la décomposition de Jordan
-

126 - Endomorphismes diagonalisables

- 11) Surjectivité de l'exponentielle matricielle
- 18) Existence de la décomposition de Jordan

127 - Exponentielle de matrices. Applications

- 11) Surjectivité de l'exponentielle matricielle
- 23) Exponentielle de $S_n(\mathbf{R})$

128 - Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

- 11) Surjectivité de l'exponentielle matricielle
- 17) Décomposition de Frobenius ou invariants de similitude
- 18) Existence de la décomposition de Jordan

130 - Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner
- 23) Exponentielle de $S_n(\mathbf{R})$

131 - Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner
- 15) Classification des formes quadratiques

132 - Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.

- 16) Génération de Sl_n par les transvections
- 17) Décomposition de Frobenius ou invariants de similitude

133 - Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).

- 23) Exponentielle de $S_n(\mathbf{R})$
- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner

135 - Isométries d'un espace affine euclidien (de dimension finie). Formes réduites. Applications en dimension 2 et 3.

- 20) Parties dédoublables de \mathbf{R}^2

136 - Coniques. Applications

- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner

137 - Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie ; convexité. Applications.

- 21) Problème d'extrémum dans un triangle
- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner

139 - Applications des nombres complexes à la géométrie.

- 7) Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré
- 20) Parties dédoublables de \mathbf{R}^2

140 - Systèmes d'équations linéaires. Systèmes échelonnés. Résolution. Exemples et applications.

- 31) Gradient à pas optimal
- 27) Décomposition LU

141 - Utilisation des groupes en géométrie.

- 7) Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré
- 20) Parties dédoublables de \mathbf{R}^2
- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner

144 - Problèmes d'angles et de distances en dimension 2 et 3.

- 20) Parties dédoublables de \mathbf{R}^2
- 21) Problème d'extrémum dans un triangle ?

145 - Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

- 13) Théorème de Tchebycheff
- 24) Nombre de partitions, nombres de Stirling de 2^{ème} espèce

146 - Résultant. Applications.

- 12) Loi de réciprocité quadratique par le résultant

148 - Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbb{R})$, ellipsoïde de John-Loewner
- 4 analyse) Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints

149 - Représentations des groupes finis de petit cardinal

- 28) Représentations du groupe dicyclique d'ordre 12

1.2 Analyse

201 - Espaces de fonctions. Exemples et applications.

- 1) Théorème d'Ascoli
 - 2) Théorème de Riesz-Fréchet-Kolmogorov
 - 3) Théorème de Stone-Weierstrass
 - 4) Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints
 - 8) Théorème de Müntz
-

202 - Exemples de parties denses et applications.

- 3) Théorème de Stone-Weierstrass
 - 8) Théorème de Müntz
 - 16) Théorème de Baire et fonctions continues nulle part dérivables
-

203 - Utilisation de la notion de compacité.

- 1) Théorème d'Ascoli
 - 2) Théorème de Riesz-Fréchet-Kolmogorov
 - 3) Théorème de Stone-Weierstrass
 - 4) Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints
 - 5) Théorème de Brouwer
 - 32) Théorème des familles normales de Montel
 - 6) Théorème de Schauder
-

204 - Connexité. Exemples et applications

- 5) Théorème de Brouwer
 - 9) Théorème d'Hadamard-Levy
 - 13) Théorème de Sarkovskii
 - 28) Version faible du théorème de Jordan C^1
-

205 - Espaces complets. Exemples et applications.

- 4) Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints
 - 16) Théorème de Baire et fonctions continues nulle part dérivables
 - 20) Théorème de Riesz-Fischer
 - 23) Théorème des fonctions implicites
-

206 - Théorèmes de point fixe. Exemples et applications.

- 5) Théorème de Brouwer
 - 6) Théorème de Schauder
 - 7) Théorème des fonctions implicites
 - 13) Théorème de Sarkovskii
 - 11) Fonction tente
-

207 - Prolongement de fonctions. Exemples et applications.

- 17) Théorème taubérien fort
 - 14) Théorème de Borel
 - 27) Classification des sous-variétés de \mathbf{R}^n de dimension 1
-

208 - Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues. Exemples.

- 4) Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints
 - 20) Théorème de Riesz-Fischer
-

213 - Espaces de HILBERT. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.

- 4) Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints
 - 15) Méthode de Gauss
 - 8) Théorème de Müntz
-

214 - Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.

- 7) Théorème des fonctions implicites
 - 9) Théorème d'Hadamard-Levy
 - 5) Théorème de Brouwer
-

215 - Applications différentiables définies sur un ouvert de R^n . Exemples et applications.

- 7) Théorème des fonctions implicites
 - 9) Théorème d'Hadamard-Levy
 - 5) Théorème de Brouwer
-

216 - Etudes métriques de courbes. Exemples.

- 25) Inégalité isopérimétrique et théorème des quatre sommets
- 26) Équation intrinsèque d'un arc

- 27) Classification des sous-variétés de \mathbf{R}^n de dimension 1
- 28) Version faible du théorème de Jordan C^1

217 - Sous-variétés de R^n . Exemples.

- 27) Classification des sous-variétés de \mathbf{R}^n de dimension 1
- 28) Version faible du théorème de Jordan C^1
- Théorème de Whitney ?

218 - Applications des formules de Taylor.

- 14) Théorème de Borel
- 10) Méthode de Newton
- 30) Formule d'Euler-Mac Laurin

219 - Problèmes d'extremums.

- 25) Inégalité isopérimétrique et théorème des quatre sommets
- 22 algèbre) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner
- 21 algèbre) Problème d'extrémum dans un triangle

220 - Equations différentielles $X' = f(t, X)$; exemples d'études qualitatives des solutions.

- 9) Théorème d'Hadamard-Levy
- Proie-Prédateur
- 22) DSE d'une solution d'EDO
- 26) Équation intrinsèque d'un arc

221 - Equations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.

- 22) DSE d'une solution d'EDO
- 26) Équation intrinsèque d'un arc

223 - Convergence des suites numériques. Exemples et applications.

- 10) Méthode de Newton
- 17) Théorème taubérien fort

224 - Comportement asymptotique des suites numériques. Rapidité de convergence. Exemples.

- 10) Méthode de Newton
- 11) Fonction tente
- 13) Théorème de Sarkovskii
- 17) Théorème taubérien fort
- 30) Formule d'Euler-Mac Laurin

226 - Comportement d'une suite réelle ou vectorielle définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.

- 10) Méthode de Newton
- 11) Fonction tente
- 12) Applications arithmétiques du théorème de Birkhoff : nombres normaux et premiers chiffres des puissances de 2
- 13) Théorème de Sarkovskii

228 - Continuité et dérivabilité des fonctions réelle d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.

- 3) Théorème de Stone-Weierstrass
- 14) Théorème de Borel
- 13) Théorème de Sarkovskii
- 16) Fonctions continues nulle part dérivables

229 - Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.

- 10) Méthode de Newton
- 22) Sous-groupes compacts de $Gl_n(R)$, ellipsoïde de John-Loewner ?
- 31) Gradient à pas optimal

230 - Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

- 17) Théorème taubérien fort
- 30) Formule d'Euler-Mac Laurin ??
- 22) DSE d'une solution d'EDO ??

232 - Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$. Exemples.

- 10) Méthode de Newton

– 31) Gradient à pas optimal

234 - Espaces L^p , $1 \leq p \leq +\infty$.

- 2) Théorème de Riesz-Fréchet-Kolmogorov
 - 8) Théorème de Müntz
 - 20) Théorème de Riesz-Fischer
-

235 - Suites et séries de fonctions intégrables. Exemples et applications.

- 2) Théorème de Riesz-Fréchet-Kolmogorov
 - 8) Théorème de Müntz ?
 - 20) Théorème de Riesz-Fischer
 - 29) Intégrale de Fresnel
-

236 - Illustrer par des exemples quelques méthodes de calculs d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.

- 21) Pac-Man et formule des compléments
 - 29) Intégrale de Fresnel
-

238 - Méthodes de calcul approché d'intégrales et d'une solution d'une équation différentielle.

- 15) Méthode de Gauss
 - 30) Formule d'Euler-Mac Laurin
-

239 - Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.

- 21) Pac-Man et formule des compléments
 - 29) Intégrale de Fresnel
 - 5) Théorème de Brouwer
-

240 - Transformation de Fourier, produit de convolution. Applications.

- 2) Théorème de Riesz-Fréchet-Kolmogorov
 - 29) Intégrale de Fresnel
-

241 - Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.

- 3) Théorème de Stone-Weierstrass

– 8) Théorème de Müntz

– 14) Théorème de Borel

242 - Utilisation en probabilités de la transformation de FOURIER et de LAPLACE et du produit de convolution.

–

243 - Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.

- 14) Théorème de Borel ??
 - 17) Théorème taubérien fort
 - 22) DSE d'une solution d'EDO
-

245 - Fonctions holomorphes et méromorphes sur un ouvert de \mathbb{C} .

- 21) Pac-Man et formule des compléments
 - 32) Théorème des familles normales de Montel
-

246 - Séries de Fourier. Exemples et applications.

- 25) Inégalité isopérimétrique (+ Parseval)
 - 30) Formule d'Euler-Mac Laurin
-

247 - Exemples de problèmes d'interversion de limites.

- 17) Théorème taubérien fort
 - 29) Intégrale de Fresnel
-

249 - Suites de variables de BERNOULLI indépendantes.

–

250 - Loi des grands nombres. Théorème de la limite centrale. Applications.

–

251 - Indépendance d'évènements et de variables aléatoires. Exemples.

–

252 - Loi binomiale, loi de Poisson. Applications.

–

253 - Utilisation de la notion de convexité en analyse.

– 31) Gradient à pas optimal

– 10) Méthode de Newton

– 22 algèbre) Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner

Restent 254, 255, 256.

2 Développements

2.1 Algèbre

1. Théorème de Wedderburn — Perrin p.82 — 101, 112, 113
2. Nombres de Carmichael — Demazure p.84 — 109, 110
3. Théorème de Frobenius-Zolotarev — Beck p. 251 — 103, 105, 106, 112, 123
4. \mathfrak{A}_n simple pour $n \geq 5$ — Perrin p. 29 — 101 ?, 103, 104, 105, 108
5. A factoriel $\implies A[X]$ factoriel — Perrin p. 51 — 116, 117 ?, 111
6. Théorème de la dimension — Ramis-Odoux-Deschamps — 120
7. Action du groupe modulaire sur le demi-plan de Poincaré — Alessandri — 101, 106 ?, 108, 139, 141
8. Théorèmes de Sylow — Perrin — 101, 103 ?, 104, 110
9. Groupes de petits ordres (p, p^2, p -groupes, pq, pq^2) — Francinou-Gianella — 104, 103, 109
10. Caractères et décomposition des groupes abéliens finis — ??? — 104, 107, 108, 113,
11. Surjectivité de l'exponentielle matricielle — Gourdon alg p. 202 — 106, 124, 126, 127, 128
12. Loi de réciprocité quadratique par le résultant — Hindry p. 70 — 109, 110, 112, 146
13. Théorème de Tchebycheff — Francinou Gianella — 110, 145
14. Théorème des deux carrés — Perrin p. 56 — 110, 111
15. Classification des formes quadratiques — Perrin p. 127, Audin p. 269 — 131
16. Génération de Sl_n par les transvections — Perrin p.99 — 106, 108, 118, 132, 133
17. Décomposition de Frobenius ou invariants de similitude — Gourdon alg p. 289 — 118, 124, 125
18. Existence de la décomposition de Jordan — Gourdon alg p. 197 — 118, 124, 125, 126, 128
19. Algorithme de Berlekamp — Demazure p. 217, Beck p. 244 — 110, 112, 116, 118
20. Parties dédoublables de \mathbf{R}^2 — FGN alg. 3 p. 309 — 116, 135, 139, 141, 144
21. Problème d'extrémum dans un triangle — FGN alg. 3 p. 289 — 137, 144 ?, 219
22. Sous-groupes compacts de $Gl_n(\mathbf{R})$, ellipsoïde de John-Loewner — Alessandri p. 141-162 — 106, 119 ?, 123 ?, 130, 131, 133, 136 ?, 137, 141, 148, 219, 229
23. Exponentielle de $S_n(\mathbf{R})$ — FGN2 p. 243 — 124, 127, 130.
24. Nombre de partitions, nombres de Stirling de 2^{ème} espèce — Arnaudès Bertin 1 p. 173 — 114, 145
25. Structure des polynômes symétriques — RDO p. 205 — 117
26. Théorème de D'Alembert-Gauss par les polynômes symétriques — Samuel p. 53 — 116, 117
27. Décomposition LU — FGN 2 p. 57, Allaire Kaber p. ? — 106, 119, 140
28. Représentations du groupe dicyclique d'ordre 12 — Rauch p. 61 — 107, 149

2.2 Analyse

1. Théorème d'Ascoli — Skandalis — 201, 203, 228 ?
2. Théorème de Riesz-Fréchet-Kolmogorov — Brézis — 201, 203, 234, 235, 240, 229 ?
3. Théorème de Stone-Weierstrass — Choquet — 201, 202, 203, 241 ?
4. Diagonalisation des opérateurs compacts autoadjoints — Brézis, Gonnord-Tosel, Zuily-Queffélec — 201, 203, 208, 213
5. Théorème de Brouwer — Rouvière dim. 2, Lafontaine, Hatcher, Gonnord-tosel — 203, 204, 206, 214, 215, 217, 253, 239 ?, 202 ?
6. Théorèmes de Schauder et Leray-Schauder — Gonnord-Tosel, Pommelet — 203, 206, 253
- 7.
8. Théorème de Müntz — Gourdon alg. p. 143, Chambert-Loir — 123, 201, 202, 218 ?, 228 ?, 234, 235, 241
9. Théorème d'Hadamard-Levy — Zuily-Queffélec p. 400 — 204, 214, 215, 218-219 ?, 220,
10. Méthode de Newton — Rouvière — 205 ?, 206, 218, 223, 224, 226, 229, 232,
11. Fonction tente — Francinou-Gianella-Nicolas, Rouvière — 206, 226
12. Applications arithmétiques du théorème de Birkhoff : nombres normaux et premiers chiffres des puissances de 2 — Chambert-Loir ?, FGN — 202, 226, 246
13. Théorème de Sarkovskii — Francinou-Gianella — 204, 206, 226
14. Théorème de Borel — Francinou-Gianella-Nicolas ?? — 207, 218, 228, 239 ?, 241, 243 ?, 247 ?
15. Méthode de Gauss — Demailly p. 73 — 238, 213
16. Théorème de Baire et fonctions continues nulle part dérivables
17. Théorème taubérien fort — Gourdon p. — 207, 223, 224, 230, 241, 243, 247
- 18.
- 19.
20. Théorème de Riesz-Fischer — Brézis p.57 —
21. Pac-Man et formule des compléments — 207 ?, 236, 239, 245
22. DSE d'une solution d'EDO — Zuily-Queffélec p. 408 — 220, 221, 243
23. Théorème des fonctions implicites — Rouvière p. 259 — 206, 214, 215, 217
24. Système proie-prédateur — Chambert-Loir p. 137 — 220
25. Inégalité isopérimétrique et théorème des quatre sommets — Zuily-Queffélec p. 103, Berger-Gostiaux p. 379 — 216, 219, 246
26. Équation intrinsèque d'un arc — Ramis-Deschamps-Odoux tome 5 p. 125 — 216, 220, 221
27. Classification des sous-variétés de \mathbf{R}^n de dimension 1 — Lafontaine p. 114 — 207, 216, 217
28. Version faible du théorème de Jordan C^1 — Gonnord-Tosel calcul diff. p. 95 — 204, 216, 217
29. Intégrale de Fresnel — Gourdon analyse p. 164-343 — 228, 235, 236, 239, 240, 247
30. Formule d'Euler-Mac Laurin — Gourdon analyse p. 301, Demailly p. 77 — 218, 224, 238, 246
31. Gradient à pas optimal — Allaire p. 338, GT ? — 140, 229, 232, 253
32. Théorème des familles normales de Montel — Rudin p. 329 — 203, 245