



Institut de Mathématiques de Jussieu – Paris Rive Gauche

UMR 7586

UPMC – 4, place Jussieu

BC 247

75252 PARIS CEDEX 05 FRANCE



Michel Waldschmidt

Paris, 1 août 2014

Professeur émérite

**Rapport sur l'école de recherche CIMPA – ICTP
Théorie Algébrique des Nombres et Applications¹
Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques²
(IMSP), Dangbo, Bénin
7 – 19 juillet 2014**

Le thème de cette école, “Théorie Algébrique des Nombres et Applications”, a servi de fil conducteur aux différents enseignements. Le niveau a été graduellement croissant, débutant avec les fondements de la théorie et culminant avec les codes correcteurs d’erreurs et la cryptographie elliptique.

Le premier cours, donné par Alain Togbé, l’organisateur principal et cheville ouvrière de l’ensemble de cette école, était une introduction élémentaire à l’arithmétique et à la cryptographie. De nos jours, l’arithmétique n’est plus enseignée comme elle l’était jadis, même les plus faciles des exercices qu’il proposait demandaient des efforts aux participants. Le deuxième cours, par Francesco Pappalardi, a fourni une remarquable présentation de la théorie algébrique des nombres, couvrant un large spectre avec peu de démonstrations. Les corps de nombres et leurs anneaux d’entiers introduisent des idéaux, des valuations, des complétions et des corps résiduels; le cours d’Adriana Salerno a traité des valuations et des nombres p -adiques, celui que j’ai donné a porté sur les corps finis avec une application aux codes correcteurs d’erreurs. Les exemples les plus simples de corps de nombres, après celui du corps des rationnels, sont ceux des corps quadratiques; Claude Levesque a présenté la théorie des formes quadratiques et fait le lien avec les corps de nombres quadratiques. Historiquement, la théorie des nombres algébriques a été inventée en liaison avec les équations

¹<http://www.cimpa-icpam.org/spip.php?article571>

²http://www.imsp-uac.org/CIMPA_research_school/

diophantiennes – ces équations ont fait l’objet du cours de Florian Luca. Enfin la cryptographie est revenue dans le cours de Jorge Jimenez Urroz comme application de la théorie des courbes elliptiques.

Pour donner son cours chaque enseignant avait son propre style, très différent l’un de l’autre. Alain Togbé a commencé le sien le premier jour de l’école; au début de son second cours, le lendemain, il a demandé à chacun des participants d’aller voir un autre participant qu’il ne connaissait pas et d’échanger quelques mots avec lui – j’ai bien aimé cette initiative. Pour certains cours les participants devaient résoudre des exercices en temps réel; chacun des intervenants a proposé des problèmes à résoudre, les dernières demi-journées étaient consacrées à des séances d’exercices, avec aussi une présentation du logiciel SAGE par Adriana Salerno.

Les 39 participants (dont 6 participantes) venaient des pays suivants: Bénin 11, Burkina Faso 4, Égypte 4, Burundi 3, Cameroun 3, Côte d’Ivoire 3, Nigeria 3, Sénégal 3, Congo Brazzaville 1, Guinée 1, Mali 1, Niger 1, Togo 1. Les intervenants (dont une intervenante) étaient originaires des pays suivants: Argentine, Canada, Espagne, France, Italie, Mexico, USA.

Au dernier moment, l’inauguration, initialement prévue le lundi matin 7 juillet (premier jour de l’école), a été déplacée au mercredi matin (9 juillet) pour permettre à des autorités de venir. Malgré ce changement, la représentation n’a pas été d’un niveau élevé, à part le directeur de l’IMSP, Joël Tossa: les représentants du recteur et de l’Ambassade de France (Mr Luc Fabre est en charge de la coopération scientifique) n’ont pas pu venir, la route ayant été coupée suite à un accident.

La seconde semaine, l’après-midi du mercredi 16 juillet, a été consacrée à une séance de 11 exposés (15’ chacun, avec 5’ entre deux exposés) donnés par certains des participants. Le niveau a été inégal, mais certains des exposés ont été vraiment intéressants – quelques participants ont montré qu’ils avaient un très bon potentiel.

Deux excursions ont été organisées, la première, le mercredi 9 juillet au Centre d’Artisanat de Cotonou, la seconde, le samedi 12 juillet à Abomey (les Palais Royaux sont un centre du patrimoine mondial de l’UNESCO) – en plus de l’intérêt intrinsèque de ces visites, ces excursions ont fourni l’occasion de multiples échanges entre les participants et les enseignants. Bon nombre de jeunes souhaiteraient poursuivre des études à l’étranger; certains manifestent leur intérêt intelligemment, en faisant des efforts pour montrer leurs talents, en

répondant autant que possible aux questions posées, en résolvant les nombreux exercices proposés. Plusieurs intervenants ont donné des pistes pour qu'ils trouvent des bourses et des laboratoires d'accueil. Il y a de nombreux sites fournissant de telles informations, mais il n'y a pas, à ma connaissance, de sources suffisamment générales pour leur apporter la réponse qu'ils attendent.

La direction de l'IMSP a invité plusieurs fois les enseignants, une première fois le mardi 8 juillet au soir, pour un dîner au Centre Régional Songhai de Ouando à Porto-Novo où tout le monde était logé, une deuxième fois le dimanche 13 à midi pour un repas à Adjarra, endroit célèbre pour sa gastronomie, et une troisième fois le dernier jour de l'école, le vendredi 18 juillet à midi, encore à Adjarra au "Resto de bonnes viandes de lapin braisé".

Quelques mois après que ce projet d'école de recherche a été accepté par le CIMPA, l'ICTP a décidé que ce serait l'une des deux écoles de recherche conjointes CIMPA-ICTP en 2014. Il faut reconnaître que, sans cette coordination, le soutien financier du CIMPA seul n'aurait pas suffi pour financer le budget de l'école. La contribution locale est venue presque exclusivement de l'IMSP, les autres nombreuses sources potentielles de financement local qui ont été sollicitées n'ayant pas donné de réponse, ou ayant donné une réponse négative. Ce rapport sera adressé à ces autorités et aux responsables au Bénin, notamment au Recteur et au Ministère, pour souligner l'importance de l'évènement qui vient d'avoir lieu et mettre en relief l'impact qu'il va avoir.

Quelques participants ont été sélectionnés pour participer à l'école en étant subventionnés par le CIMPA et/ou l'ICTP, bien que ce soient des enseignants confirmés, quelquefois d'âge mûr. Certains ont joué un rôle important dans la réalisation du programme. On pourrait envisager de créer une catégorie de participants seniors qui serait plus adaptée à leur situation.

L'annonce de l'école précisait qu'elle serait bilingue, français – anglais. La grande majorité des participants étaient francophones. Il y avait une minorité d'anglophones qui étaient parmi les plus actifs des participants, mais qui ne comprenaient pas du tout le français. D'un autre côté, quelques francophones comprenaient très mal la langue de certains des cours donnés par des anglophones. Au début, Alain Togbé a parlé en français, ensuite il a poursuivi en anglais. Personnellement, après avoir hésité, j'ai choisi de parler en anglais; j'ai distribué mon cours (sous forme électronique) qui est rédigé en anglais; si j'avais parlé en français, les participants anglophones n'auraient rien compris. De plus, j'estime que des mathématiciens professionnels doivent être capables

de suivre des cours en anglais. S'il avait été décidé que l'école serait purement francophone, certains participants ne seraient pas venus, l'assistance aurait été réduite. Cette question de langue n'est pas facile, la solution adoptée me paraît un bon compromis.

Un des handicaps les plus pénalisants pour le développement des mathématiques au Bénin est la mauvaise qualité des connexions internet. À l'Institut, dans le centre de calcul, la connexion ne fonctionnait que rarement, et quand elle était active elle était très lente. Télécharger de la documentation mathématique sur internet est très difficile. À l'hôtel il arrivait quelquefois pendant la nuit que la connexion soit stable et raisonnablement rapide, en règle générale elle ne fonctionnait que très lentement, et le plus souvent elle ne fonctionnait pas du tout – elle a été en panne plusieurs jours consécutifs. Internet permet maintenant d'avoir accès à de la documentation électronique en ligne, les ateliers organisés par Anders Wandahl³ l'expliquent brillamment, mais encore faut-il avoir une connexion raisonnable. Il est possible que le financement à venir de l'IMSP par la banque mondiale permette d'améliorer la situation à l'IMSP.

Les remerciements du CIMPA vont en premier à Alain Togbé, qui a mené cette opération d'un bout à l'autre avec une grande maîtrise. Il est à l'origine de cette initiative: il en a parlé à Jorge Jimenez Urroz à Banff au Canada dès le mois de mai 2008. Né au Bénin où il a débuté ses études avant d'émigrer pour les poursuivre, il est devenu professeur aux États Unis. Il a gardé des contacts avec son pays, y revenant régulièrement et y contribuant au développement des mathématiques. Il a dépensé beaucoup d'énergie pour le succès de cette entreprise, c'est lui qui a fait l'essentiel du travail d'organisation à la fois scientifique et technique. Il a préparé cette école longtemps à l'avance, il a donné des cours préliminaires l'an dernier pour que les jeunes mathématiciens béninois puissent se familiariser avec le sujet. Il peut être fier du résultat. L'excellente ambiance qui a régné pendant ces deux semaines doit beaucoup à la façon dont Alain Togbé a dirigé les opérations. Il a su être ferme en particulier pour le respect des horaires, ce sont les intervenants étrangers qui en ont été les premiers surpris quand ils anticipaient qu'il y aurait des retards. Il prévoit d'assurer le suivi de cette école, et on peut lui faire confiance. Le thème de l'école commence seulement à se développer au Bénin, il y a une volonté locale certaine de ne pas en rester là.

³Finding Online Information in Mathematics
<http://workshop.ems-cdc.org/doku.php>

Joël Tossa, Directeur de l'IMSP, a apporté un soutien logistique essentiel pour la tenue de cette école. Il n'a pas eu la tâche facile: 26 ans après sa création, l'IMSP est en cours de déménagement de Cotonou à Dangbo. Les tableaux blancs n'ont été livrés que la semaine avant le début de l'école. Le rendez-vous pour brancher l'électricité n'a pu être pris que pour la veille du début des cours – les techniciens qui sont venus ont seulement inspecté les installations et promis que le branchement serait fait tôt le lendemain matin, et c'est ce qui s'est passé: l'amphi était prêt à peine une heure avant l'arrivée de tout le monde. Parmi les intervenants, seul Alain Togbé a été informé de ces péripéties, qui se sont bien terminées. Il n'y a pas encore d'écran dans l'amphi, les quelques cours ayant utilisé un ordinateur se sont contentés de projeter sur les tableaux blancs, ce n'est pas optimal, mais à part ce détail les conditions d'accueil ont été très bonnes. Les constructions sur le nouveau campus ne sont pas terminées, mais l'avancement des travaux était suffisant pour accueillir l'école. L'ensemble, quand il sera achevé, promet d'être un très beau campus. L'IMSP va bénéficier d'un financement de la banque mondiale à partir de l'automne, on peut espérer que cela facilitera l'organisation d'autres actions qui permettront d'assurer le suivi de ce qui vient de se passer. Pour une future école de recherche à Dangbo, il est à prévoir que les logements seront construits, ce qui évitera de faire appel à des navettes matin et soir. Cela étant, le centre Songhai de Ouando à Porto Novo est très accueillant, intéressant à visiter, avec les productions agricoles locales – si la connection internet avait été à la hauteur il n'y aurait rien eu à redire.

Il n'y a pas encore beaucoup de livres dans la bibliothèque de l'IMSP, mais plusieurs donations ont permis de débiter le fonds. Alain Togbé avait lancé un appel quand il a initié ce projet:

I would like to use the opportunity of the school to do a kind of humanitarianism: donate to L'Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques (IMSP) useful books of Mathematics and Physics. If you can, you will bring them with you to the school in July 2014

Cet appel reste d'actualité, les dons de livres à l'IMSP sont les bienvenus.

Les enseignants ont fait un excellent travail, les cours ont été intéressants et bien coordonnés, les étudiants ont eu beaucoup d'exercices à résoudre. Des notes de cours et des documents d'accompagnement ont été fournis, le site local de l'école contribuera à assurer le suivi de cet événement.

La semaine suivant cette école de recherche, plusieurs intervenants ont visité d'autres centres de recherche de la région pour y donner des exposés. Deux colloques satellites de l'école du Bénin ont ainsi été organisés, le premier, le lundi 21 juillet à l'Université de Lomé, Togo, le deuxième, le jeudi 24 juillet à l'Université Félix Houphouët-Boigny, Cocody, Abidjan, Côte d'Ivoire, en présence du Ministre de la Défense et sous le Haut Patronage du Ministre de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique de Côte d'Ivoire. Les programmes sont donnés ci-dessous. Entre les deux, nous avons visité l'African Institute of Mathematical Studies (AIMS), Accra (Ghana) les mardi et mercredi 22–23 juillet.

Michel Waldschmidt

Further reference (in English):

Number Theory, the African Queen

Posted on July 29, 2014 by Adriana Salerno

<http://blogs.ams.org/phdplus/2014/07/29/number-theory-the-african-queen/#more-1145>

There is more on the web page of Francesco Pappalardi

<http://www.mat.uniroma3.it/users/pappa/missions/index.html>

Ce rapport peut être téléchargé à l'URL :

<http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/articles/pdf/RptBenin2014.pdf>

Il y a un lien sur la page

<http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/cooperations.html>

4, Place Jussieu Bureau 15–25 438

Tél. : [33] (0)1 44 27 34 58

<http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/>

Secr. : [33] (0)1 44 27 38 08

Fax : [33] (0)1 44 27 63 25

michel.waldschmidt@imj-prg.fr

JOURNEE DE COMMUNICATIONS
EN ALGEBRE ET THEORIE DES NOMBRES DE LOMÉ
Département de Mathématiques de l'Université de Lomé

Date: Lundi 21 juillet 2014
Lieu: CIC - Université de Lomé

Programme

- (1) 8:50 – 9:00: Le mot d'ouverture du Professeur Gado TCHANGBEDJI Doyen de la Faculté des Sciences de l'Université de Lomé.
- (2) 9:05 – 9:35: Professeur Michel Waldschmidt (Paris, France)
Titre: *La constante d'Euler est-elle un nombre rationnel, un nombre algébrique irrationnel ou bien un nombre transcendant?*
- (3) 9:40 – 10:10: Professeur Francesco Pappalardi (Rome, Italie)
Titre: *Propriétés de réductions de groupes de nombres rationnels*
- (4) 10:15 – 10:45: Professeur Alain Togbé (Westville, USA)
Titre: *The P-integer conjecture of Pomerance.*
- (5) 10:45 – 11:00: Pause café.
- (6) 11:05 – 11:35: Professeur Claude Levesque (Québec, Canada)
Titre: *On congruent numbers and related topics*
- (7) 11:40 – 12:10: Professor Jorge Jimenez (Barcelone, Spain)
Titre: *Malleability and the factorization of RSA numbers*
- (8) 12:15 – 12:35: Professor Adriana Salerno (Lewiston, USA)
Titre: *Effective computations in arithmetic mirror symmetry*
- (9), 12:40 – 14:40: Discussion, clôture et déjeuner.

Journée Internationale d'Arithmétique – Abidjan 2014,
Thème : Cryptographie et Applications
Abidjan, le jeudi 24 juillet 2014 UFRMI
UFRMI Université Félix Houphouet BOIGNY

- 8h50 à 9h10 : Accueil et mise en place des invités et des participants.
- 9h10 à 9h20 : Allocution du Président du Comité d'organisation : Dr. François Tanoe.
- 9h20 à 9h30 : Allocution de Monsieur le Directeur du Laboratoire de Mathématiques Fondamentales : Pr. Edmond Fedida.
- 9h30 à 9h40 : Allocution de Monsieur le Doyen de l'UFRMI : Pr. Assohon Adje
- 9h40 à 9h50 : Allocution du porte-parole des missionnaires visitant: Alain Togbe.
- 9h50 à 10h00: Allocution, suivie de l'ouverture de la Journée Internationale d'Arithmétique-Abidjan 2014, par M. Paul Koffi Koffi, Ministre de la Défense de Côte d'Ivoire.
- 10h20 à 10h55 — Michel Waldschmidt: *Introduction à la Cryptographie*
- 10h55 à 11h30 — Kouamé Bah Saint Benedic: *Numération et concepts mathématiques en pays Baoulés*
- 11h45 à 12h20 — Claude Levesque: *On congruent numbers and related topics*
- 12h20 à 12h55 — Jorge Jimenez Urroz: *Linear secret sharing schemes and algebraic curves*
- 14h30 à 15h05 — Gnagne Sézare: *Test de primalité et applications*
- 15h05 à 15h40 — Alain Togbe: *Sur les m -uplets Diophantiens*
- 15h40 à 16h15 — Francesco Pappalardi: *Introduction to Elliptic Cryptosystems*
- 16h30 à 17h05 — Vincent Kouakou: *Integral basis for triquadratic fields and the monogeneity problem*
- 17h05 à 17h40 — François Tanoe: *Cubic Resolvent and criterions of Monogenesis in Biquadratic Fields*
- 17h40 à 18h50 — Cérémonie de clôture.

Fraternité Matin, 26–27 Juillet 2014:

Journée internationale de l'arithmétique : la cryptographie est une science nécessaire

<http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/articles/pdf/FraterniteMatin27072014.pdf>