



Institut de Mathématiques de Jussieu

U.M.R. 7586 du C. N. R. S.

Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)

Faculté de Mathématiques Pierre et Marie Curie (UFR 929)



CENTRE NATIONAL  
DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

Michel Waldschmidt

Institut de Mathématiques

«Théorie des Nombres», Case 247

175, rue du Chevaleret

F-75013 PARIS

<http://www.math.jussieu.fr/~miw/>

Paris, le 9 mars 2010

## Rapport sur ma mission en Inde fin 2009 et début 2010

La motivation principale de cette mission était la participation au programme de coopération entre l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) d'une part, les deux instituts CMI (Chennai Mathematical Institute) et MathScience (IMSc Institute of Mathematical Sciences) de Chennai en Inde d'autre part, dans le cadre d'un accord (MoU: *Memorandum of Understanding*) prévoyant des échanges d'enseignants chercheurs entre les différents partenaires. Cet accord a été signé en 2009, j'étais le premier à en bénéficier.

Cette partie de ma mission à Chennai s'est déroulée du 2 décembre 2009 au 31 janvier 2010, avec une pause au moment des vacances de Noël du 24 décembre au 10 janvier, comprenant un séjour au Kérala du 2 au 10 janvier. Elle a été précédée par une mission au Pakistan, dans le cadre du programme *The French Science Tour in Pakistan (FSTP)* du 25 novembre au 2 décembre 2009<sup>1</sup>. Elle a été suivie de visites à plusieurs instituts (à Bhubaneswar et Allahabad en Inde, à Lahore au Pakistan et à Kathmandu au Népal). Je vais décrire ces visites, y compris celles que j'ai faites au Kérala entre mes deux séjours à Chennai.

### Mission à Chennai (Madras) 02 - 24/12/2009 et 10 - 31/01/2010

Je suis arrivé à Chennai le 2 décembre 2009, venant du Pakistan. Je suis retourné en France le 24 décembre, je suis revenu en Inde (Bangalore, puis le Kérala) le 2 janvier. J'ai retrouvé Chennai le 10 janvier et j'y suis resté jusqu'au 31 janvier, quand je suis parti pour Bhubaneswar.

Le cours que j'ai donné à Chennai portait sur la transcendance et l'indépendance algébrique. Le thème précis a été choisi par Purusottam Rath, qui coordonnait tout ce qui concerne cette mission d'enseignement. Dans plusieurs de ses articles (en collaboration notamment avec Ram Murty), il utilise le théorème de Nesterenko sur l'indépendance algébrique de valeurs de formes modulaires; c'est pourquoi il souhaitait que j'en explique la démonstration. Après que ce choix a été fait courant 2009, un livre de Nesterenko est paru sur ce sujet sous le titre *Algebraic Independence*, publié par *TIFR Mumbai - Narosa*, 2009. Ce livre est issu des notes, rédigées par N. Saradha, du cours qu'il avait donné sur ce sujet au Tata Institute de Bombay en 1997. J'ai ainsi pu renvoyer à cet ouvrage pour tous les détails techniques. Cela m'a permis de consacrer l'essentiel de mon

<sup>1</sup>Un rapport spécifique a été rédigé et se trouve sur mon site à l'adresse

<http://people.math.jussieu.fr/~miw/articles/pdf/rptFSTP2009.pdf>

cours de décembre à présenter, dans un contexte historique, l'origine des idées et les raisons pour lesquelles les démonstrations ont connu un tel développement. Par exemple, j'ai expliqué les origines de la construction de fonctions auxiliaires en transcendance et la façon dont on les trouve.

Le début de mon cours portait sur des critères de transcendance et d'indépendance algébrique. Comme je ne connaissais pas de référence sur ce sujet qui contienne tout ce que je souhaitais, j'ai rédigé les quatre premiers cours<sup>2</sup>. Pour la suite du cours, des notes ont été prises par des étudiants, et j'espère qu'il en sortira un texte.

Ram Murty prépare un livre sur les nombres transcendants, Purusottam Rath doit y contribuer. Mon cours devrait l'aider à effectuer sa rédaction.

J'ai terminé le schéma de démonstration du théorème de Nesterenko lors de mon dernier cours de décembre. Pour le cours de janvier, Purusottam m'a proposé de parler des théorèmes antérieurs de Chudnovskii (1976). Les résultats en question n'ont pas connu la diffusion qu'ils méritent, et j'ai donc profité de cette occasion pour faire le point sur le sujet. La méthode diffère sensiblement de celle de Nesterenko, son potentiel est certainement loin d'avoir été complètement exploité.

Il y avait plus de personnes pour assister à mon cours en décembre (un peu plus de 20) qu'en janvier (une douzaine), car plusieurs auditeurs étaient venus d'autres instituts en Inde (IMA à Bhubaneswar, HRI à Allahabad) pour y assister en décembre.

Il sera préférable, pour les prochaines missions, que les cours soient intégralement donnés à l'intérieur d'une des périodes d'enseignement (août – novembre et janvier – avril), et non pas à cheval sur deux d'entre elles, comme ce fut le cas pour mon cours.

J'ai aussi donné plusieurs exposés<sup>3</sup>.

En décembre 2009:

- le mercredi 9, un colloquium à l'Institute of Mathematical Sciences (IMSc) *Recent Diophantine results on zeta values: a survey*;
- le dimanche 20, une conférence sur *Srinivasa Ramanujan*, destinée principalement aux enseignants de High Schools et de Colleges, organisée par la *Pie Mathematics Association*.

En janvier 2010

- le mardi 12, au Ramanujan Institute (département de mathématiques de l'Université de Madras), la "S.S. Pillai Endowment Lecture" avec le titre *Perfect Powers: Pillai's works and their developments*;

---

<sup>2</sup>Les liens sont sur la page <http://people.math.jussieu.fr/~miw/enseignement.html>

<sup>3</sup>Les présentations des exposés que j'ai donnés sont téléchargeables sur mon site <http://people.math.jussieu.fr/~miw/transparents.html>.

- le mercredi 20, au Chennai Mathematical Institute (CMI), la "R.K. Rubugunday Endowment Lecture" avec le titre *Number Theory: Challenges of 21st Century*.
- le vendredi 22, le Department of Mathematics, Providence College For Women, Coonoor, Nilgiris a organisé un "one-day international workshop" au cours duquel j'ai donné deux exposés de deux heures chacun, devant environ 120 étudiantes: un le matin *Introduction to cryptography* et l'autre l'après-midi *Introduction to coding theory*. Ces présentations sont sur mon site.

Je suis allé rendre visite à C. Yogananda à Mysore du 15 au 16 janvier. Le vendredi 15 nous sommes allés à Srirangapatna (Tipu Sultan) où il dirige une petite entreprise dans laquelle des jeunes du pays tapent en TeX des documents, surtout des textes en différentes langues locales pour les établissements d'enseignement, mais aussi des articles de mathématiques (ils ont eu des contrats avec la SMF notamment).

J'ai rencontré le Professeur K. Ramachandra à Bangalore le samedi 2 et le dimanche 17 janvier. Il m'a demandé de transmettre à Patrice Philippon le Distinguished Award of the *Hardy-Ramanujan Society*.

### **Kerala 03 - 10/01/2010**

J'ai été invité à donner un exposé, lors du 97th Indian Science Congress qui s'est déroulé du 3 au 7 janvier, à Trivandrum (Thiruvananthapuram) dans le Kerala. Comme le titre du congrès était *Science and Technology: Challenges of 21st Century*, j'ai choisi comme titre *Number Theory : Challenges of 21st Century*. Au cours de ce congrès (qui réunissait plusieurs milliers de participants, probablement 7000), j'ai assisté à des conférences très intéressantes, notamment le discours du Premier Ministre Indien, Manmohan Singh, le jour de l'inauguration, et celui de A.P.J. Abdul Kalam, ancien président de l'Inde.

Juste après ce congrès, je suis allé à Calicut (Kozhikode) où j'ai visité le tout nouvel institut *The Kerala School of Mathematics*. J'y ai donné un exposé le 8 sur le même sujet qu'à Trivandrum. J'ai eu de très intéressantes discussions mathématiques avec le directeur de cet institut, A.J. Parameswaran, qui s'intéresse aux itérées d'une transformation linéaire d'un espace vectoriel. Il m'a dit que selon S. Dani, son problème était lié à un résultat que j'aurais démontré. Après discussion, il s'est avéré que le résultat en question est dû à W.M. Schmidt, mais il se trouve que c'est un sujet que je connais bien et j'ai pu répondre à la question posée. Cela a été l'occasion pour moi de mettre A.J. Parameswaran en contact avec Umberto Zannier et de le faire inviter à la réunion qui se tiendra en mars 2010 à Pise sur la coopération mathématique entre l'Italie et l'Inde.

Je me suis ensuite rendu à Cochin, où j'avais été invité par Ambat Vijayakumar, directeur du Department of Mathematics, Cochin University of Science and Technology (CUSAT), que j'avais rencontré quelques jours plus tôt

à Trivandrum. Le 10 janvier, j'ai de nouveau donné mon exposé sur les défis en théorie des nombres; après mon exposé, j'ai été interviewé par les étudiants pour le journal local.

### **Bhubaneswar (Orissa)**

J'ai passé la première semaine de février à Bhubaneswar (Orissa). J'étais invité à la fois par S. Pattanayak qui dirige l'*Institute of Mathematics and Applications* (IMA) où j'avais déjà donné un cours en décembre 2008, et par V. Muruganandam, responsable des mathématiques au sein du nouveau *National Institute of Science Education and Research* (NISER). J'ai donné trois cours à l'IMA à une quarantaine d'étudiants, les 1, 2 et 3 février: *An introduction to Diophantine approximation and continued fractions*, suivis le 5 d'une présentation beamer *On the so-called Pell-Fermat equation*. Entre temps, le 4 février, à NISER, j'ai donné un exposé sur *Srinivasa Ramanujan*.

### **HRI Allahabad 08 - 12/02/2010**

J'ai visité le *Harish Chandra Research Institute* (HRI) d'Allahabad du 8 au 12 février. J'ai donné deux cours le 9 et le 10 *Lectures on history of irrational and transcendental numbers*. Le 12, j'ai donné mon exposé *Number Theory: Challenges of 21st Century* au colloquium pour mathématiciens et physiciens.

Les collègues du HRI sont intéressés par le MoU signé entre Paris 6 et les deux instituts de Chennai, ils envisageraient volontiers d'y participer. Une extension devrait pouvoir être proposée au moment du renouvellement de l'accord.

Joseph Oesterlé ira donner un cours sur les courbes algébriques en avril-mai 2010, de nombreux chercheurs indiens ont prévu d'aller à Allahabad pour y assister.

Pour ma part, je me suis engagé à donner un cours de trois semaines au HRI de mi-novembre à début décembre 2011, juste avant une conférence qui s'y tiendra pour les 60 ans de Balasubramanian.

Après mon deuxième cours au HRI, Chandan Singh Dalawat m'a posé une question sur la transcendance dans le domaine  $p$ -adique. Il se trouve que deux jours avant, j'avais reçu un message de Joel Bellaïche qui me posait une question sur ce sujet; il s'agissait en fait d'un problème qui m'avait déjà été posé en 2008 lors de l'Arizona Winter School de Tucson par Bjorn Poonen, et sur lequel j'avais commencé à travailler à l'époque, mais sans aller jusqu'à mettre au point ce que je pense pouvoir démontrer sur cette question. Comme Dalawat connaît la partie du sujet qui ne m'est pas familière, nous avons convenu de travailler ensemble sur ce problème. Nous devrions nous rencontrer à Paris fin mars afin de poursuivre cette collaboration.

### **ASSMS Lahore (Pakistan) 13 - 24/02/2010**

Du 13 au 24 février, j'ai été reçu par Raza Choudary à Lahore pour donner un cours à l'*Abdus Salam School of Mathematical Sciences* qu'il a fondée et qu'il dirige. Mon cours a porté sur l'équation de Pell, il a été suivi par près de 50 étudiants. J'ai donné 7 cours d'une heure et demie chacun, ce qui m'a permis de présenter des démonstrations complètes. Le dernier cours a été consacré essentiellement à présenter mon fichier beamer sur la question. Lors de ce séjour à Lahore, j'ai parlé avec Choudary de la décision des responsables du CIMPA de ne pas programmer en 2011 l'école qui avait été acceptée par le comité scientifique, ce refus étant dû principalement à des craintes sur la sécurité (mais aussi au manque chronique de financement que connaît le CIMPA: les fonds n'étant pas suffisants pour organiser toutes les écoles recommandées par le conseil scientifique, la sélection s'est faite sur le critère de la sécurité). En revanche, le CIMPA va soutenir le séminaire organisé par l'ASSMS et Gerhard Pfister à Skardu en août 2010, de façon à permettre à quelques jeunes mathématiciens de pays voisins d'y participer.

Lors de ce séjour, le 17 février, j'ai assisté à deux soutenances de thèses, la première intitulée *Algebraic properties of entire functions with coefficients in particular valued fields* et la seconde *On the algebra of Newton interpolation series and its applications*. J'ai pris des contacts pour aider ces deux jeunes docteurs à compléter leur formation par un séjour post-doctoral. Les contacts avec l'Université de Bordeaux, qui participe au Master Erasmus Mundus ALGANT, semblent offrir une solution.

Un des principaux soucis de Choudary est de trouver des volontaires pour enseigner à l'ASSMS: tous les enseignants viennent de l'étranger, il faut non seulement donner les cours, mais aussi encadrer des thèses. Le vaste réseau de relations qu'il a su développer lui permet de trouver un bon nombre d'enseignants, mais il lui en manque encore. J'ai proposé de diffuser l'information près de collègues qui seraient disposés à venir donner un cours d'un mois. Nous avons convenu d'organiser un groupe de travail de quelques jours à Skardu dans la montagne au nord-est du Pakistan (Cachemire, massif de l'Himalaya), probablement fin septembre 2011, suivi d'un séjour d'un mois de tous les participants pour enseigner à Lahore. Les contacts que j'ai déjà pris me laissent espérer qu'au moins une demi-douzaine de collègues seraient prêts à participer. Ce projet est ouvert: les volontaires sont les bienvenus.

### **Kathmandu (Népal) 25 - 27/02/2010**

La dernière étape de mon périple a été le Népal: j'ai passé un peu moins de 48 heures à Kathmandu. Le but de cette visite était double. En premier lieu, je voulais rencontrer Kahaiya Jha qui organise l'école de recherche du CIMPA, programmée en juillet 2010 à l'Université de Kathmandu, et faire le point sur l'état d'avancement de l'organisation de cette école (dès mon retour à Paris le 1 mars, j'ai rencontré à Paris l'autre organisateur, Francesco Pappalardi, pour

lui rendre compte de cette visite et préciser certains points).

L'autre but de mon court passage à Kathmandu était de répondre à l'invitation de Ajaya Singh (rencontré à MathScience en décembre 2009) de visiter Tribhuvan University (Kirtipur) et d'y donner un cours sur les fractions continues. J'ai donné une présentation sur l'équation de Pell–Fermat le jeudi 25 et deux cours sur l'approximation diophantienne le vendredi 26. Ces trois exposés ont été suivis par un bon nombre d'étudiants (entre 30 et 40) qui m'ont posé beaucoup de questions, non seulement juste après mes interventions, mais aussi lors d'autres rencontres aménagées par Ajaya. Ce très court séjour a été intense et riche.

Lors d'un dîner offert le dernier soir par le *Council for Mathematics Education* du Népal<sup>4</sup>, auquel participaient tous les membres du comité exécutif, j'ai donné des informations sur les organismes internationaux, notamment l'ICMI (*International Committee for Mathematical Instruction*), un des comités de l'Union Mathématique Internationale, que mes interlocuteurs ne connaissaient pas.

J'ai aussi rencontré le président de la Nepal Mathematical Society, le Professeur Bhadra Man Tuladhar, dont j'avais fait la connaissance en novembre 2008, avec lequel nous avons parlé de plusieurs projets:

- une conférence internationale en analyse à l'Université de Kathmandu dont il est le registrar,
- l'établissement d'un centre au Népal analogue au BIRS de Banff, à Oberwolfach ou au CIRM de Luminy,
- la participation du Népal comme membre associé de l'Union Mathématique Internationale. Ce dernier sujet a évolué très rapidement après ma mission, il est probable que le Népal sera un des pays invités comme Membre Associé à l'Assemblée Générale qui se tiendra à Bangalore en août 2010, avant l'ICM 2010 d'Hyderabad.

J'ai aussi évoqué avec Ajaya la possibilité d'avoir une école du CIMPA en 2012 ou 2013 à Tribhuvan University, probablement sur la dynamique complexe.

### **Nouveaux instituts de recherche et d'enseignement en Inde**

Le nombre de nouveaux instituts qui voient le jour en Inde est impressionnant. Certains sont dédiés à la recherche, comme la *Kerala School of Mathematics* de Calicut (qui pourrait jouer un rôle analogue à celui du CIRM en France, d'Oberwolfach en Allemagne et de Banff en Amérique). La plupart sont des instituts d'enseignement. Cinq IISER (*Indian Institutes of Science Education and Research*) ont été créés; Kolkata, Pune, Mohali, Bhopal et Thiruvananthapuram. Cette liste a été complétée par le NISER (*National Institute of Science Education and Research*) de Bhubaneswar, créé à l'initiative du premier Ministre

---

4

<http://www.mathcouncil.org/>

Manmohand Singh et qui, lui, dépend du DAE (*Department of Atomic Energy*), ce qui lui donne tout de suite des moyens sensiblement plus importants. Parmi les autres créations, signalons celle de nouveaux IIT (*Indian Institute of Technology*), dont un au Rajasthan qui bénéficie du soutien de la France. Un accord de coopération existe avec Orsay (Paris Sud), permettant aux enseignants de cette université d'effectuer une partie de leur service statutaire dans ce nouvel IIT. Les cours ont commencé, mais les locaux n'existent pas encore; les enseignements ont temporairement lieu dans les locaux de l'IIT Kanpur.

Trouver des enseignants pour donner les cours dans ces instituts est un défi. Une aide pourrait être apportée par le DCSG (*Developing Countries Strategy Group*) de l'IMU (*International Mathematical Union*) et son *Volunteer Lecturer Program*<sup>5</sup> qui recense les offres de mathématiciens disposés à enseigner dans les pays en développement. Notons que l'initiative de créer cette base de données a été prise par l'IMU afin d'aider le CIMPA à trouver des enseignants pour le programme de Master à l'URPP (*Université Royale de Phnom Penh*) au Cambodge<sup>6</sup>.

Comme il a été dit plus haut, un autre institut qui recherche des enseignants est l'ASSMS, à Lahore. Les volontaires seront très bien accueillis par Raza Choudary, qui peut financer le voyage et le séjour des enseignants venant donner un cours d'au moins un mois.

### Formation des étudiants indiens en mathématiques

Les mathématiciens indiens ont pris conscience de la nécessité d'améliorer le niveau de la formation universitaire en mathématiques et d'attirer un plus grand nombre de jeunes vers des études supérieures en mathématiques. Pour cela, ils ont lancé un nombre impressionnant d'initiatives visant à organiser des *training camps* ou autres *internship programs*. Il y en a un dans la plupart des principaux instituts du pays. Les étudiants intéressés posent leur candidature; pour certains programmes, ce sont les premiers inscrits qui sont sélectionnés, pour d'autres, les critères sont différents. Mais les étudiants venant des institutions les plus favorisées n'ont jamais la priorité. Voici quelques-uns de ces programmes. Les deux premiers (ATM, MTTS), soutenus par le NBHM (*National Board for Higher Mathematics*), sont itinérants, les autres ont une location précisée (CMI, TIFR...)

- ATM Advanced Training in Mathematics Schools  
<http://www.math.iitb.ac.in/atm/>
- MTTS Mathematics Training and Talent Search Programm  
<http://www.mtts.org.in/>

---

5

<http://www.math.ohio-state.edu/~imu.cdc/vlp>

<sup>6</sup>Voir la Newsletter IMU-Net du 31 septembre 2008

<http://www.mathunion.org/imu-net/archive/2008/imu-net-31/>

- CMI Chennai Mathematical Institute, Madras (Chennai)  
Internships  
<http://www.cmi.ac.in/admissions/internships.php>
- TIFR Tata Institute of Fundamental Research, Bombay (Mumbai)  
Visiting Students Research Program  
<http://www.math.tifr.res.in/vsrp.php>
- HRI Harish Chandra Research Institute, Allahabad  
Summer Programme in Mathematics (SPIM):  
<http://www.hri.res.in/~spim/index.html>
- ISI Indian Science Institute Bangalore  
<http://www.isibang.ac.in/~statmath/olymp.html>
- IISc Institute of Science  
KVPY Kishore Vaigyanik Protsahan Yojana  
[www.iisc.ernet.in/kvpy/](http://www.iisc.ernet.in/kvpy/)
- IAS Indian Academy of Science  
Summer Research Fellowship Programme for Students and Teachers  
<http://www.ias.ac.in/>
- NIAS The National Institute of Advanced Studies, Bangalore <http://www.nias.res.in/>
- IMA Institute of Mathematics and Applications, Bhubaneswar  
Interactive Summer Mathematics Training Camp for College and  
University students.  
<http://orissagov.nic.in/sciencetechnology/ima.htm>
- Voir aussi le site India Math Education Network  
<http://india-men.ning.com/>

## Visa

En quittant Delhi pour Lahore le 13 février, j'ai appris qu'une clause avait été instaurée après la délivrance de mon visa pour l'Inde en 2008 (valable 5 ans, aucun séjour n'excédant 90 jours). Maintenant, il doit s'écouler au minimum deux mois entre deux séjours. De ce fait, je n'ai pas pu quitter la zone de transit de l'aéroport de Delhi entre mon retour de Lahore le 24 février et mon départ pour Kathmandu le 25, ni entre mon retour de Kathmandu le 27 et mon départ pour Paris le 28. Mais ces petits inconvénients sont secondaires: l'entrée en Inde aurait pu m'être refusée à Bangalore le 2 janvier, puisque je n'avais quitté l'Inde que 8 jours plus tôt. Cette mésaventure arrive fréquemment, m'a-t-on dit, il est bon d'en être informé.

## Financement

Chacun des instituts que j'ai visités m'a généreusement offert l'hospitalité, certains m'ont donné en plus une somme qui m'a permis de couvrir tous les frais de voyages que j'ai eus en Inde, ainsi que les trajets Delhi-Lahore et Delhi-Kathmandu. Le voyage international de fin novembre à fin décembre a été financé par l'Ambassade de France à Islamabad pour ma mission *French Science Tour of Pakistan*.



## Merci

En premier à Sinnou David, qui est à l'origine des accords de coopération entre Paris 6 et les deux instituts de Chennai. Ce séjour a été possible grâce au fait que les enseignements que j'ai effectués à Chennai font partie de mon service statutaire. Cet accord est très bien perçu par nos partenaires en Inde, il recueille aussi un accord favorable de la part des collègues de Paris 6, et j'ai confiance qu'il va continuer à se développer et rendre de grands services à tous les partenaires.

Merci à tous les collègues indiens, pakistanais et népalais, qui m'ont chaleureusement accueilli; à Chennai (au CMI aussi bien qu'à MathScience), à Thiruvananthapuram, Calicut, Cochin, Coonoor, Bangalore, Mysore, Bhubaneswar (IMA et NISER), au HRI d'Allahabad, à l'ASSMS de Lahore, et à Kathmandu.

*Michel Waldschmidt.*

Ce rapport se trouve sur mon site

<http://people.math.jussieu.fr/~miw/articles/pdf/rptMissionInde2009-2010.pdf>  
avec un lien sur la page

<http://people.math.jussieu.fr/~miw/cooperations.html>

---

175, rue du Chevaleret, Bureau 7A28

Tél. : [33] (0)1 44 27 53 36

<http://www.math.jussieu.fr/~miw/>

Secr. : [33] (0)1 44 27 53 44

Fax : [33] (0)1 44 27 63 25

[miw@math.jussieu.fr](mailto:miw@math.jussieu.fr)