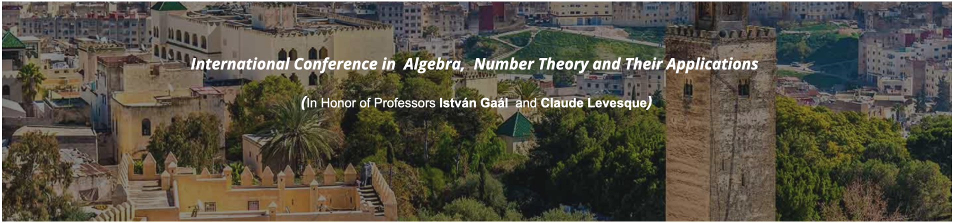


Présentation de quelques résultats obtenus avec Claude Levesque dans 12 travaux en commun.

Michel Waldschmidt

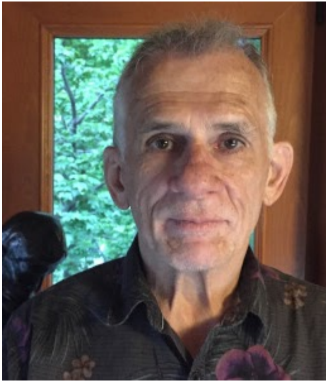
Professeur Émérite, Sorbonne Université,
Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris

http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/

International Conference in Algebra,
Number Theory and Their Applications
In Honor of Professors István Gaál and Claude Levesque

https://sites.google.com/view/2idantafez/

István Gaál



Claude Levesque

Résumé

De 2011 à 2018 avec Claude Levesque nous avons publié 12 articles en commun concernant l'étude de familles d'équations diophantiennes. Je raconterai la genèse de quelques uns d'entre eux, en commençant par la discussion que nous avons eue à Rio en 2010 qui est à l'origine de ces travaux conjoints. Je dirai aussi comment Etienne Fouvry nous a rejoints avant de poursuivre ces recherches avec moi dans deux autres articles plus récents.
J'ajouterai un mot sur le lien avec certains des travaux d'István Gaál.

Références

[1] C. Levesque and M. Waldschmidt,
Some remarks on Diophantine equations and Diophantine approximation, Vietnam J. Math., **39**:3 (2011), pp. 343–368.
Zbl MR ArXiv: 1312.7200 [math.NT].

[2] Y. Bugeaud, C. Levesque, and M. Waldschmidt,
Équations de Fermat–Pell–Mahler simultanées, Publ. Math. Debrecen, **79** (2011), pp. 357–366.
Zbl MR

Références (suite)

[3] C. Levesque and M. Waldschmidt,
Approximation of an algebraic number by products of rational numbers and units, J. Aust. Math. Soc., Special Issue dedicated to Alf van der Poorten, **93** (2012), pp. 121–131.
Zbl MR `ArXiv:` 1312.7203 [math.NT].

[4] C. Levesque and M. Waldschmidt,
Familles d'équations de Thue-Mahler n'ayant que des solutions triviales, Acta Arith., **155** (2012), pp. 117–138.
Zbl MR `ArXiv:` 1312.7202 [math.NT].

Références (suite)

[5] C. Levesque and M. Waldschmidt,
Families of cubic Thue equations with effective bounds for the solutions, in Number theory and related fields, J.M. Borwein et al. (eds.), In Memory of Alf van der Poorten, vol. **43** of Springer Proc. Math. Stat., Springer, New York, 2013, pp. 229–243.
Zbl MR ArXiv: 1312.7204 [math.NT].

[6] C. Levesque and M. Waldschmidt,
Solving effectively some families of Thue Diophantine equations, Mosc. J. Comb. Number Theory, **3** (2013), pp. 118–144.
Zbl MR ArXiv: 1312.7205 [math.NT].

Références (suite)

[7] C. Levesque and M. Waldschmidt, *Familles d'équations de Thue associées à un sous-groupe de rang 1 d'unités totalement réelles d'un corps de nombres*, in SCHOLAR – a scientific celebration highlighting open lines of arithmetic research. Conference in honour of M. Ram Murty's mathematical legacy on his 60th birthday, Centre de Recherches Mathématiques, Université de Montréal, Canada, October 15–17, 2013, Providence, RI: vol. **655** of Contemp. Math., Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2015, pp. 117–134.
Zbl MR `ArXiv:` 1505.06656 [math.NT].

[8] C. Levesque and M. Waldschmidt, *A family of Thue equations involving powers of units of the simplest cubic fields*, J. Théor. Nombres Bordeaux, **27** (2015), pp. 537–563.
Zbl MR `ArXiv:` 1505.06708 [math.NT].

Références (suite)

[9] C. Levesque and M. Waldschmidt, *Linear recurrence sequences and twisted binary forms*, Proceedings of the International Conference on Pure and Applied Mathematics ICPAM–GOROKA 2014, South Pacific Journal of Pure and Applied Mathematics, vol. **2**, No 3 (2015), 65–83.
ArXiv: 1802.05154 [math.NT].

[10] C. Levesque and M. Waldschmidt, *Solving simultaneously Thue equations in the almost totally imaginary case*, Proceedings of the International Meeting on Number Theory HRI 2011, in honor of R. Balasubramanian, in Highly composite: papers in number theory, vol. **23** of Ramanujan Math. Soc. Lect. Notes Ser., Ramanujan Math. Soc., Mysore, 2016, pp. 137–156.
Zbl MR ArXiv: 1505.06653 [math.NT].

Références (suite)

[11] C. Levesque and M. Waldschmidt,
Families of Thue equations associated with a rank one subgroup of the unit group of a number field,
Mathematatika, **63** (2017), pp. 1060–1080.
Zbl MR ArXiv: 1701.01230 [math.NT].

[12] E. Fouvry, C. Levesque, and M. Waldschmidt,
Representation of integers by cyclotomic binary forms,
Acta Arith., **184** (2018), pp. 67–86.
Zbl MR ArXiv: 712.09019 [math.NT].

Representation of positive integers by binary cyclotomic forms.

6 Novembre 2017: Science Faculty, Mahidol University, Bangkok

ALGEBRA AND NUMBER THEORY 7:5 (2013)
dx.doi.org/10.2140/ant.2013.7.1207

On binary cyclotomic polynomials

Étienne Fouvry

We study the number of nonzero coefficients of cyclotomic polynomials Φ_m, where m is the product of two distinct primes.

1. Presentation of the results

Let $m \geq 1$ be an integer, and let Φ_m be the cyclotomic polynomial defined by

$$\Phi_m(X) := \prod_{\substack{j=1 \\ (j,m)=1}}^{m} (X - \exp(2\pi i j/m)).$$

This monic polynomial belongs to $\mathbb{Z}[X]$, and its degree is equal to $\varphi(m)$, the Euler function of the integer m. Let $\theta(m)$ be the number of nonzero coefficients of Φ_m. Of course, $\theta(m)$ satisfies the trivial inequalities

$$2 \leq \theta(m) \leq \varphi(m) + 1,$$

which are optimal when one considers the case $m = 1$ or $m = p$, a prime number. In these cases, all of the coefficients of Φ_m are equal to 1.

Message électronique à Etienne Fouvry 7 novembre 2017

Cher Etienne,
Hier j'ai donné un exposé à Bangkok (Mahidol University) sous le titre

representation of integers by cyclotomic binary forms

Il s'agit d'un travail en commun avec Claude Levesque, que je viens de retrouver à Mandalay d'où je t'écris. Juste avant que je commence mon exposé, un étudiant, qui allait y assister, m'a montré ton article

On binary cyclotomic polynomials
Algebra & Number Theory 7 (2013) n$^\circ$5 1207–1223

Il l'a trouvé en faisant une recherche sur internet par google à partir du titre de mon exposé. J'avais aussi fait une telle recherche mais avec le mot forms au lieu de polynomials et je n'avais pas connaissance de ton article. En fait nous considérons un problème différent du tien: nous considérons les formes binaires $\Phi_n(X,Y) = Y^{\varphi(n)}\phi_n(X/Y)$ associées aux polynômes cyclotomiques $\phi_n(t)$ et nous étudions les entiers de la forme $\Phi_n(x,y)$ avec $n \geq 3$ et x, y dans $\mathbb{Z}$ satisfaisant $\max\{|x|,|y|\} \geq 2$.
J'en profite pour te poser deux questions à ce sujet.
1. La constante de Landau-Ramanujan C_0 est définie par la condition que le nombre d'entiers $\leq N$ représentés pas la forme quadratique $\Phi_4(X,Y) = X^2 + Y^2$ est équivalent à $C_0 N(\log N)^{-1/2}$ quand N tend vers l'infini. A-t-on une propriété semblable avec une autre constante C_1 et la même fonction $N(\log N)^{-1/2}$ pour la forme quadratique $\Phi_3(X,Y) = X^2 + XY + Y^2$? Neil Sloane dans son encyclopédie

OEISA003136

semble dire que c'est vrai mais il ne donne pas de référence. Il dit aussi que les nombres représentés par Φ_3 sont exactement ceux représentés par la forme quadratique $X^2 + 3Y^2$. Je n'ai pas trouvé de référence, j'ai simplement trouvé dans le livre de David Cox Primes of the form $x^2 + ny^2$ (Wiley) que les premiers représentés par $X^2 + 3Y^2$ sont 3 et les premiers impairs congrus à 1 modulo 3. Je présume que la démonstration de l'existence de la constante de Landau Ramanujan doit s'adapter ?
2. Est-il vrai qu'il existe une constante C_2 telle que le nombre d'entiers $\leq N$ représentés par les deux formes est asymptotiquement $C_2 N(\log N)^{-1/2}$? Ou bien ce nombre est-il un $o(N(\log N)^{-1/2})$? (Dans le deuxième cas je pose $C_2 = 0$).
Je te dis pourquoi nous souhaitons avoir la réponse à ces deux questions: avec Claude Levesque dans un travail en préparation nous montrons que le nombre d'entiers $\leq N$ de la forme $\Phi_n(x,y)$ avec $\varphi(n) \geq 4$ et $\max\{|x|,|y|\} \geq 2$ est majoré par $29N^{1/2}(\log N)^{1.161}$, donc est beaucoup plus petit. La réponse aux deux questions ci-dessus nous permettrait de dire que le nombre d'entiers $\leq N$ de la forme $\Phi_n(x,y)$ avec $n \geq 3$ et $\max\{|x|,|y|\} \geq 2$ est équivalent à $C_3 N(\log N)^{-1/2}$ avec $C_3 = C_0 + C_1 - C_2$.
Merci d'avance.
Amicalement,

Michel.

István Gaál

István Gaál and Gábor Petrányi, *Calculating all elements of minimal index in the infinite parametric family of simplest quartic fields*. Czechoslovak Math. J. **64** (139) (2014), no. 2, 465 – 475.
Zbl MR

István Gaál, Borka Jadrijević, and László Remete, *Simplest quartic and simplest sextic Thue equations over imaginary quadratic fields*. Int. J. Number Theory **15** (2019), no. 1, 11–27.
Zbl MR ArXiv: 1810.08411 [math.NT].

International Conference in Algebra,
Number Theory and Their Applications
In Honor of Professors István Gaál and Claude Levesque
https://sites.google.com/view/2idantafez/

István Gaál

Claude Levesque

FACULTÉ DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH

International Conference in

Algebra, Number Theory and Their Applications

October 27-28, 2022, Fez

(In Honor of Professors István Gaál and Claude Levesque)

FACULTÉ DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ
UNIVERSITÉ SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH

Présentation de quelques résultats obtenus avec Claude Levesque dans 12 travaux en commun.

Michel Waldschmidt

Professeur Émérite, Sorbonne Université,
Institut de Mathématiques de Jussieu, Paris

http://www.imj-prg.fr/~michel.waldschmidt/