

INTERROGATION du 05 octobre 2016

Durée : 30 minutes. Tout appareil électronique et tout document est interdit. Répondre ci-dessous et au verso en justifiant brièvement.

1. Quelle est la limite supérieure de la suite $(1 + (-1)^n - 2^{-n})_{n \in \mathbf{N}}$?
 2. L'ensemble $\bigcap_{k \geq 1} \bigcup_{n \geq 1} [n, n + 1/k]$ possède-t-il des éléments non entiers ?
 3. Est-il dénombrable ?
 4. L'ensemble $\{n\mathbf{Z}/n \in \mathbf{N}\}$ est-il une tribu sur \mathbf{Z} ?
 5. L'ensemble $\mathcal{A} = \{E \subset \mathbf{Z} / x \in E \text{ssi} -x \in E\}$ est-il une tribu sur \mathbf{Z} ?
 6. L'application $\mu : \mathcal{A} \rightarrow \mathbf{R} \cup \infty$ donnée par $\mu(E) = 1$ si $0 \in E$ et $\mu(E) = 0$ si $0 \notin E$ est-elle une mesure positive sur \mathbf{Z} ?
 7. L'application $\mu : \mathcal{A} \rightarrow \mathbf{R} \cup \infty$ donnée par $\mu(E) = \text{Sup}(E)$ est-elle une mesure positive sur \mathbf{Z} ?
-