

**INTERROGATION du 20 octobre 2016**

*Durée : 30 minutes. Tout appareil électronique et tout document est interdit. Répondre ci-dessous et au verso en justifiant brièvement.*

---

1. Donner un exemple de groupe d'ordre 9 non isomorphe à  $\mathbf{Z}/9\mathbf{Z}$ .
  2. L'application  $x \mapsto x^{-1}$  est-elle un isomorphisme de  $(\mathbf{Z}/9\mathbf{Z})^\times$  ?
  3. Quel est l'ordre d'un 2-sous-groupe de Sylow de  $(\mathbf{Z}/20\mathbf{Z})^\times$  ?
  4. Un groupe d'ordre 15 peut-il posséder plus d'un 5-sous-groupe de Sylow ?
  5. Donner un générateur du groupe  $(\mathbf{Z}/7\mathbf{Z})^\times$ .
  6. Quel est le noyau du morphisme de groupes  $\mathbf{C}^\times \rightarrow \mathbf{C}^\times$  qui à  $z$  associe  $z^4$  ?
  7. Trouver un nombre premier  $p$  tel qu'il existe un  $p$ -groupe non abélien.
-