

Licence de Mathématiques et d'Informatique : Algèbre et Géométrie

TEST N° 3

NOM :

Prénom :

- 1) Soit p un nombre premier. Combien le polynôme $X^p - 1$ a-t-il de racines dans \mathbf{F}_p ?
- 2) Quelles sont les racines du polynôme $X^6 - 1$ dans \mathbf{F}_4 ?
- 3) Donner un générateur du groupe \mathbf{F}_9^* .
- 4) $X^4 + X^3 + 1$ est-il irréductible dans $\mathbf{F}_2[X]$?
- 5) Les polynômes $X^7 + 3X^5 + X^3 + 3X$ et $2X^4 + 4X^2 + 2$ sont-ils premiers entre eux dans $\mathbf{F}_5[X]$?
- 6) Quelle(s) propriété(s) doit satisfaire un polynôme $f(X)$ pour que $\mathbf{F}_5[X]/(f(X))$ soit un corps à 625 éléments?
- 7) Soit $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x + 2y = 0\}$. Donner une action de \mathbf{R} sur \mathcal{E} qui fait de \mathcal{E} un espace affine.

Répondre ci-dessous et au verso en justifiant aussi brièvement que possible.