

Licence de Mathématiques : Fonctions analytiques

TEST N° 3

NOM :

Prénom :

- 1) La suite $(f_n)_{n \geq 0}$ de fonctions entières donnée par $f_n(z) = z^2 + z/n$ converge-t-elle vers une fonction holomorphe ?
- 2) La fonction $z \mapsto e^z - z$ est-elle injective au voisinage de 0 ?
- 3) L'image par cette fonction de la boule ouverte de centre 0 et de rayon 1 est-elle ouverte ?
- 4) La fonction $z \mapsto 1/(e^z - 1)$ est-elle méromorphe sur \mathbf{C} ?
- 5) La fonction $z \mapsto \sin(1/z)$ est-elle méromorphe sur \mathbf{C} ?
- 6) Quel est le résidu en $z = 0$ de la fonction $z \mapsto 1/(e^z - 1)$?
- 7) Déterminer $\int_{\mathcal{C}(0,7)} \left(\frac{1}{z-1} + \frac{1}{z+1} \right) dz$.

Répondre ci-dessous et au verso en justifiant aussi brièvement que possible.