

Licence de Mathématiques et d'Informatique : Algèbre et Géométrie

TEST N° 1

NOM :

Prénom :

- 1) Donner trois exemples de groupes sans sous-groupe propre (un sous-groupe propre d'un groupe G est un sous-groupe distinct de G et de $\{e\}$).
- 2) Indiquer un groupe d'ordre 16 dont tous les éléments sont d'ordre ≤ 4 .
- 3) Soient x et y des éléments d'ordre 3 et 5 respectivement d'un groupe G . Quel est l'ordre de $(x, y) \in G \times G$?
- 4) Montrer que dans $G = GL_n(\mathbf{R})$, le sous-ensemble H des matrices de déterminant positif forme un sous-groupe distingué de G .
- 5) Soient x et y des éléments d'ordre 2 dans un groupe G . Montrer que si $t = xy$ alors $tx = xt^{-1}$.
- 6) Indiquer tous les éléments d'ordre 3 du groupe symétrique S_4 .
- 7) Quel est l'ordre de la classe $9/5$ dans le groupe \mathbf{Q}/\mathbf{Z} ?

Répondre ci-dessous et au verso en justifiant aussi brièvement que possible.