Alberto ARABIA
Université Paris Diderot – CNRS
alberto.arabia@imi-prg.fr

Paris, 29 Août 2018

Avant-propos

Contenu du dossier scientifique

Il comporte 23 documents. Les 4 premiers constituent mon rapport d'activité.

Dans les rapports [3,4], je décris en détail mes travaux de recherche publiés ou en cours. Les 19 autres documents, présentés rapidement dans les pages suivantes, sont des articles terminés, certains soumis, mais tous non encore publiés, dont je ne parle guère dans ces rapports. Ces prépublications, qui totalisent plus de 1400 pages sont individuellement accessibles sur mon site web [ici].

Thèmes de Recherche

Je peux résumer à cinq le nombre de thèmes où j'ai fait des contributions reconnues. Bien qu'en apparence éloignés les uns des autres, il y a bien un sujet commun en filigrane, c'est la cohomologie, sous ses diverses facettes.

– *Groupes de Lie et cohomologie équivariante*, dans le prolongement des travaux pionniers de Michèle Vergne et Nicole Berline des années 80. Probablement, mes deux contributions les plus remarquées sont : (i) la première détermination de l'anneaux de cohomologie équivariante $H_T(K/T)$, et (ii) l'explicitation de la formule de localisation de Berline-Vergne pour l'intégrale $\int_{\overline{X}(w)} : H_T(K/T) \to H_T(\bullet)$, où j'ai noté $\overline{X}(w)$ un cycle de Schubert de la variété des drapeaux K/T d'un groupe de Lie compact K de tore maximal T. Plus précisément, j'ai été le premier à expliciter les classes d'Euler équivariantes de $\overline{X}(w)$ aux différents points fixes $x \in \overline{X}(w)^T$. Auparavant, on ne connaissait que le cas où $\overline{X}(w) = K/T$, dû à Berline-Vergne. Mes travaux dans ce sujet ont été cités plus de 70 fois ([1]). Parmi les auteurs de ces citations on trouve, entre autres, Duflo, Kac, Kostant, Kumar, Lascoux, Rossmann, Soergel, Vergne, et bien plus récemment Terence Tao.

– *Singularités d'une pseudovariété munie de l'action d'un tore.* J'ai apporté l'idée, nouvelle à l'époque, qui consiste à repérer dans l'expression de la classe d'Euler équivariante d'un point fixe isolé, le type de singularité de ce même point. Je suis à l'origine d'un critère de lissité rationnelle efficace en particulier pour les variétés de Schubert et les variétés de représentations de carquois. Mes travaux ont été cités plus de 20 fois et ont inspiré des généralisations par Carrell, Kumar et Brion.

– *Algèbre commutative.* J'ai résolu le problème des relèvements, de la caractéristique positive vers la caractéristique nulle, des algèbres lisses sur un anneau arbitraire (pas nécessairement noethérien), ainsi que de leurs morphismes, et ce dans la plus grande

1. Les statistiques sur le nombre de citations proviennent du site scholar.google.fr.

généralité possible. Mon travail est une importante généralisation des théorèmes de Renée Elkik sur les relèvements des algèbres lisses sur des anneaux henséliens. Mes résultats sont très utiles en cohomologie adique et rigide, ils on été cités plus de 20 fois par divers auteurs, dont Ayoub, Caro, Cisinki, Déglise, Kedlaya, Levine.

– *Site infinitésimal p-adique de Grothendieck – 2010.* Avec Zoghman Mebkhout, on a mené à terme le programme de Grothendieck pour les fondements d'une nouvelle théorie cohomologique de type de Rham adaptée aux conjectures de Weil, dont la factorisation de la fonction Zéta d'une variété algébrique non singulière en caractéristique positive. J'en parlerai davantage plus loin.

– *Topologie algébrique et théorie de représentation des groupes symétriques – 2017.* Mes contributions concernent plusieurs sujets, dont : i) la détermination de formules explicites pour les caractères des groupes symétriques agissant sur la cohomologie des espaces de configuration. On ne disposait jusqu'alors que la formule de caractères de Macdonald pour les produits finis d'un espace par lui-même. ii) L'extention aux pseudovariétés (par exemple les variétés algébriques complexes) des théorèmes de stabilité cohomologique des espaces de configuration, précédemment vérifiés uniquement pour des variétés différentielles.

Changements thématiques

Au cours de ma carrière de chargé de recherches, j'ai été amené à changer plusieurs fois de sujet. C'est un exercice qui peut s'avérer assez éprouvant, dans la mesure où il faut du temps pour devenir performant et faire des contributions originales permettant de percer dans un nouveau milieu. Chaque changement est accompagné de son lot de solitude et de doutes, mais c'est aussi la source d'une grande exaltation lorsque l'on atteint son but.

La division de mon rapport en deux parties [3] et [4], correspond à ma première grande transition thématique. Elle a eu lieu en 2002/2003, alors que je m'intéressais à l'homologie d'intersection et aux applications des faisceaux pervers, et que je donnais des cours de troisième cycle à Paris-Diderot sur ce thème.

C'est par les discussions fréquentes que j'avais avec Zoghman Mebkhout, avec qui je partageais le même bureau, que je me suis intéressé pour les questions ouvertes dans le programme de recherches de Monsky-Washnitzer (∼1970) pour une cohomologie de Weil à la de Rham. Il faut dire que j'avais déjà repris en 2001, avec succès, une de ces questions : celle du relèvement des algèbres lisses et de leur morphismes. J'avais montré que l'on disposait d'un *foncteur* $\overline{X} \rightsquigarrow \mathcal{X}^\dagger$ défini, *sans restriction aucune*, de la catégorie de tous les schémas affines lisses $\overline{X}$ sur R/I ([2]) vers la catégorie des $R^\dagger$-algèbres †-adiques plates $\mathcal{X}^\dagger$ et morphismes à homotopie près. Ce foncteur, qui prolongeait celui que Monsky-Washntizer avaient défini, au mieux, pour les intersections complètes, prolongeait le foncteur de cohomologie (de Rham) de Monsky-Washniter à la catégorie de *tous* les schémas *affines*, atteignant ainsi la limite absolue du procédé car, en dehors du cas affine il n'existe pas de relèvements des schémas lisses systématique et donc a fortiori pas de leurs morphismes.

À ce stade, la question fondamentale a toujours été, suivant les idées directrices de Grothendieck de la fin des 60, de comprendre comment on peut étendre de tels

2. Ici, R désigne un anneau commutatif unitaire quelconque, et I est un idéal dans R.

foncteurs de cohomologie à la catégorie de *tous* les schémas lisses et séparés sur R/I. Mebkhout voulait reprendre cette question depuis les fondements de la cohomologie de Monsky-Washntizer, car, bien que la cohomologie rigide proposait déjà une réponse, la manière dont certaines questions techniques y sont traitées (la fonctorialité par exemple), la rendait inadaptée à ses recherches. Il fallait trouver de nouvelles idées. La perpective de pouvoir reprendre une théorie depuis ses fondements et de chercher des voies inexplorées m'a tout de suite attiré et je me suis voué à cette question que je trouvais à la fois accessible et très intéressante.

Après une première année où l'ai lu des articles et suivi quelques fausses pistes, je me suis concentré sur l'exemple le plus simple possible, celui de la droite affine munie d'un recouvrement affine. Quelques mois plus tard, se dégageaient trois propriétés surprenantes qui allaient apporter une simplification conceptuelle inédite. Pour tout schéma †-adique $\mathcal{X}^\dagger$ plat sur $R^\dagger$, de réduction modulo I, le schéma $\overline{X}$ lisse sur R/I de site infinitésimal $X^\dagger_{\text{inf}}$ de relèvements plats sur $R^\dagger$, ces propriétés sont les suivantes.

i) Le faisceau $\mathcal{G}^\dagger_{\mathcal{X}^\dagger}$ *des automorphismes locaux de* $R^\dagger$*-algèbre du faisceau structural* $\mathcal{O}_{\mathcal{X}^\dagger}$ *de* $\mathcal{X}^\dagger$ *dont la réduction modulo I est l'identité, est un sous-faisceau de groupes du faisceau* $\mathcal{D}^\dagger_{\mathcal{X}^\dagger/R^\dagger}$ *des opérateurs différentiels †-adiques sur* $\mathcal{X}^\dagger$ *;*

ii) Si $\overline{X}$ *est affine, on a une équivalence de catégories*

$$\mathcal{M}od(\mathcal{D}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}/R^\dagger}, \mathrm{Sp}) \xrightarrow{\text{restriction}} \mathcal{M}od(\mathcal{D}^\dagger_{\mathcal{X}^\dagger/R^\dagger})$$

où $\mathcal{M}od(\mathcal{D}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}/R^\dagger}, \mathrm{Sp})$ *est la à la catégorie des* $\mathcal{D}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}/R^\dagger}$*-modules sur le site infinitésimal* $X^\dagger_{\text{inf}}$ *dont l'action structurelle de* $\mathcal{G}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}}$ *provient de l'inclusion* $\mathcal{G}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}} \subseteq \mathcal{D}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}/R^\dagger}$*. Catégorie que nous avons appelée* de $\mathcal{D}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}/R^\dagger}$-modules ***spéciaux****.*
En particulier, on a l'égalité :

$$H^i_{\text{dR}}(\overline{X}/K) = \mathrm{R}^i\mathrm{Hom}_{\mathcal{D}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}/K}, \mathrm{Sp}}\big(\mathcal{O}_{X^\dagger_{\text{inf}}/K}, \mathcal{O}_{X^\dagger_{\text{inf}}/K}\big). \qquad (\diamond)$$

où $H^i_{\text{dR}}(\overline{X}/K)$ *est la cohomologie de Monsky-Washnitzer.*

iii) Si $\overline{X}$ *est quelconque, la catégorie* $\mathcal{M}od(\mathcal{D}^\dagger_{X^\dagger_{\text{inf}}/R^\dagger}, \mathrm{Sp})$*, intrinsèquement définie comme dans (ii), est une catégorie abélienne qui possède suffisamment d'objets injectifs et d'objets plats. La formule* ($\diamond$) *a donc un sens en toute généralité et peut être proposée comme définition de la cohomologie de de Rham de* $\overline{X}$ *sur* K*.*

La définition ($\diamond$) étend, a priori, la définition de la cohomologie de Monsky-Washnitzer, et, de plus, elle est conforme au formalisme de la cohomologie de de Rham.

Dans l'article [12] de 49 pages, que j'ai écrit en 2005, je rends compte de ces résultats qui répondaient pleinement aux attentes de Mebkhout. Mais, bien sûr, à ce stade, on n'avait qu'un nouveau point de vue et qu'une jolie définition, qui, bien que de très bon augure pour la suite, étaient largement insuffisants pour une communication. On a donc décidé de ne rien publier avant d'avoir développé la théorie, du moins suffisamment pour la valider par des applications non triviales, p. e. la factorisation de la fonction Zéta, et pour convaincre la communauté de l'intérêt de ces découvertes.

Le développement de notre théorie allait nous occuper, Mebkhout et moi-même, pendant encore deux années supplémentaires durant lesquelles nous avons rédigé deux très beaux articles, l'un de 190 pages, l'autre de 50 pages ([9]), totalisant ensemble plus de 70 théorèmes inédits, mais aussi durant lesquelles nous avons enseigné et encadré des étudiants, avec, bien sûr, rédaction des cours correspondants à l'appui.

Ce travail, dont je parle en détail dans mon rapport [4], par des idées totalement nouvelles, donne la première preuve explicite et complète de l'existence d'un foncteur de cohomologie de la catégorie des schémas lisses et séparés sur un corps de caractéristique positive fournissant les bons nombres de Betti et prolongeant le foncteur de cohomologie de de Rham p-adique défini sur la sous-catégorie des schémas affines. Il s'agit d'un résultat clé que l'on attendait depuis les années 70, et qui donnait beaucoup de souplesse à la théorie. On trouve également dans ce travail, la construction, en toute généralité, de la suite exacte de Gysin, encore un thème ouvert sur lequel on ne trouvait que des résultats fragmentaires dans la littérature.

Le processus de publication prit plusieurs années. Tendancieusement rapportés et injustement rejetés dans une première soumission, je réalise que, malgré la beauté des mathématiques qui y figurent, des inimitiés anciennes dont Mebkhout était l'objet, auxquelles je me trouvais malgré moi mêlé, prenaient le devant et venaient ternir ce qui aurait dû être une fête collective. L'article fini bien par trouver un rapporteur impartial dans un autre journal. Ce fut le début une période longue et usante pour moi, car j'avais urgence d'étoffer mon dossier en vue du concours CNRS de DR auquel je me présentais année après année depuis mon habilitation (2002).

C'est en 2010, au terme de trois ans, que le premier article est finalement publié, mais pas le second ([9]), qui, bien que nous n'ayons jamais reçu de commentaire du rapporteur, est *retiré de soumission* par le comité éditorial (sic) et, ce, sans rapport, sans explication et sans appel. C'était incompréhensible, car sans cette partie, l'article publié restait mathématiquement bancal. J'ai essayé par la suite de le faire publier ailleurs, mais vainement car il était systématiquement affublé de refus lapidaires, et, bien sûr, toujours sans appel. C'était très frustrant et humiliant.

C'est à cette même époque que l'étudiant le plus prometteur de Mebkhout (un normalien), se voyant flécher sa bourse doctorale vers d'autres directeurs de thèse, est contraint de changer de sujet. Bien sûr, on a tout de suite contacté l'alors directeur du DMA, mais rien n'y a fait.

C'était dur à admettre, malgré des mathématiques superbes, un très long article renfermant une myriade de questions ouvertes à la portée des étudiants en thèse, trois congrès internationaux et des séminaires spécialisés en France, malgré tout cela, notre travail semblait déranger et l'on assistait à une dégradation des relations d'avec le reste de la communauté mathématique concernée par le sujet. Nous avions besoin de plus de solidarité, plus de curiosité et surtout plus de « sympathie » du milieu, non seulement pour publier mais aussi pour avoir de bons étudiants, car le sujet était mathématiquement très exigeant. Ce n'est pourtant pas faute d'avoir essayé, j'y ai même vraiment cru à certain moment, mais, hélas, le facteur humain à pris le dessus, et pour de tristes raisons cela n'a pas fonctionné.

Nous avons été très affectés par cette situation. De son côté, Mebkhout, dont le regard portait vers le développement de la nouvelle théorie, et qui, conscient du fait que il y avait beaucoup trop de travail pour seulement deux chercheurs, songeait à créer une petite équipe avec des étudiants et un groupe de travail, projet pour lequel il fallait un minimum de caution du milieu, ne serait-ce que en considération du futur professionnel des étudiants, abandonne le projet et se referme sur lui-même. De mon côté, avec seulement deux publications effectives depuis sept ans, sans étudiants, avec de plus en plus de difficultés à travailler avec Mebkhout, qui prenait ouvertement ses distances, je voyais s'évanouir mes perspectives de recherche dans ce domaine où je n'étais pas encore véritablement autonome. Mes espoirs de continuer de progresser dans les activités de direction et devenir à terme DR partaient ainsi irrémédiablement en vrille. J'ai été très déçu après tant d'années de travail et de si belles mathématiques ! Cela finit par détériorer ma relation avec Mebkhout, la détériorer jusqu'à la précipiter à sa fin.

Par la suite, j'ai, tant bien que mal, cherché à terminer mes recherches les plus avancées, l'une autour de la cohomologie du foncteur *section globales continues* sur le site infinitésimal †-adique, et l'autre sur une formule de points fixes de Lefschetz [13]. Mais le coeur n'y était plus. Totalement isolé, déprimé même, j'étais persuadé que j'allais au-devant de difficultés insurmontables pour publier dans ce domaine. Le temps était venu pour moi de chercher, une fois encore, de nouveaux horizons.

En guise d'interlude, j'ai repris en 2011/2012 des questions en cohomologie équivariante sur lesquelles je travaillais avant de m'intéresser à la cohomologie p-adique. Je collabore alors avec Loring Tu dans l'écriture du livre *Introductory Lectures in Equivariant Cohomology* pour Princeton University Press. Je lui communique l'ensemble de textes [16], qui lui permettront de combler quelques lacunes pour lesquelles il m'avait sollicité. Enfin, je rédige le long appendice [8] (80 pages), ce qui m'amène à faire l'étude [14] (74 pages), dont je parlerai plus loin.

Mon intérêt pour l'isospectralité, dont le cours [7], vient aussi de cette époque, mais c'est finalement en 2013/14, au hasard de mes discussions avec Haniya Azam autour de questions ouvertes sur le comportement asymptotique de la cohomologie des espaces de configuration, que je m'enthousiasme pour ce thème qui deviendra un sujet de recherches à temps plein. Cela aboutira en 2017 en un assez long article de presque 200 pages (déjà soumis), où, au delà de résultats nouveaux, j'apporte un point de vue original et beaucoup de questions ouvertes. Point de vue qui suscite déjà de l'intérêt, voir par exemple l'article de Dan Petersen arXiv:1807.07293 (juillet 2018). C'est pour ce travail que j'ai été invité au Pakistan en février 2018 et le suis de nouveau pour février 2019.

Travaux soumis à publication

Les articles suivants ont été soumis a des journaux avec comité de lecture. L'entrée 7 est un échantillon d'un livre au stade final de rédaction pour Springer.

5. On the equivalence of two stability conditions of FB-modules [25 pages] .... web
6. Espaces de configuration généralisés .... [195 pages] .... web
7. Isospectralité et Transplantations .... [120 pages] .... web
8. Equivariant Poincaré duality and Gysin morphisms .... [99 pages] .... web

– [5,6] Derniers articles de recherche de 2018 et de 2016 respectivement, tous deux sur arXiv et soumis à des revues avec comité de lecture, en attente des rapports.
Un des points forts dans [6] est d'avoir pour la première fois relevé l'importance de la classe d'espaces localement compacts X que j'appelle « i-acycliques ». Caractérisés

par le fait que l'application naturelle $H_c(X) \to H(X)$ est nulle, les suites spectrales de Leray pour les supports compacts de leurs espaces de configuration dégénèrent, ce qui détermine aussitôt leur polynôme de Poincaré pour les supports compacts. En particulier, *la cohomologie à support compact de l'espace de configuration* $F(n,X)$ *associé à un espace i-acyclique* X *seul dépend de la cohomologie à support compact de* X. Il s'agit là d'une énoncé que l'on cherche classiquement à établir pour la cohomologie ordinaire, auquel cas il est rarement vérifié. Mon approche montre que la bonne formulation de l'énoncé est plutôt pour la cohomologie de Borel-Moore, auquel cas la réponse est positive pour tout espace i-acyclique. À signaler que cette classe d'espaces est très large, par exemple, pour tout espace localement compact Y, le produit $\mathbb{R} \times Y$ est i-acyclique, et, de même, tout ouvert d'un espace i-acyclique est i-acyclique, et donc aussi tout ouvert de $\mathbb{R}^n$ pour $n > 0$.

– [7] Il s'agit de notes de mes cours d'isospectralité, dont je me sers actuellement pour écrire un livre en anglais de même titre, d'environ 250 pages, pour Springer dans la collection *Universitext*. Sortie prévue en 2019-20.

– [8] Originellement écrit comme appendice du livre *Introductory Lectures in Equivariant Cohomology* de la série *Annals of Mathematics Studies* de Princeton University Press (à paraître), il a été considéré d'un niveau et d'un nombre de pages dépassant les limites imposées par les choix éditoriaux, j'ai donc décidé d'en faire un ouvrage indépendant. Il est actuellement soumis à Springer pour un *Lecture Notes*, et en attente des évaluations des rapporteurs.

Autres Travaux

Le sommaire qui suit est une liste de travaux terminés non publiés.

9. Sur le Topos infinitésimal p-adique d'un schéma lisse II ...... [50 pages] ..... web
10. Affinité des schémas †-adiques de réduction affine .... [24 pages] ..... web
11. Produits fibrés dans la catégorie des schémas †-adiques ...... [19 pages] ..... web
12. Une Équivalence de Catégories .... [49 pages] ..... web
13. Un théorème de Lefschetz p-adique .... [18 pages] ..... web
14. Scindage des complexes en catégorie dérivée .... [74 pages] ..... web
15. « Algèbre et Géométrie », une interview .... [17 pages] ..... web
16. Sur les exposés de Cartan au Colloque de Bruxelles 1950 [4+4+4+8 pages] ..... web
17. Calculs par ordinateur des Équations différentielles p-adiques . [21 pages] ..... web
18. Conditions d'Hiraï et chaînes sous-analytiques .... [27 pages] ..... web

– ([9], 2007) Deuxième volet de l'article publié de même nom. J'y réponds à plusieurs questions ouvertes dans les travaux de Monsky-Washnitzer-Meredith des années 70, travaux subitement interrompus après le succès de Pierre Déligne à démontrer les conjectures de Weil à l'aide de cohomologie étale, théorie concurrente de celle de Monsky-Washnitzer. J'y démontre, entre autres, que *la catégorie des schémas †-adiques possède des produits fibrés* et aussi que *l'affinité d'une schéma †-adique* $\mathcal{X}^\dagger$*, au sens de Meredith, équivaut à l'affinité du schéma réduit* $\overline{\mathcal{X}^\dagger}$*, au sens classique.* Ce sont des propriétés que l'on utilise constamment et qui donnent une grande souplesse au topos infinitésimal p-adique. Cet article condense [10] et [11] (2006) dans lesquels je donnais les premières preuves de ces propriétés. C'est un très beau travail, malheureusement plus d'actualité.

– ([12], 2005) Ce travail est important pour moi, car il résume mes deux années de recherches personnelles sur le topos infinitésimal p-adique. Il contient les théorèmes qui ont permis de lever les obstructions que l'on rencontrait pour recoller naturellement la cohomologie de Monsky-Washnitzer en catégorie dérivée. C'est un travail fondamental, à la base des articles en collaboration avec Mebkhout.

– ([13], 2012) Cet article était une application des articles avec Mebkhout. J'y démontre un théorème de points fixes de Lefschetz sur les variétés algébriques non singulières en caractéristique positive et surtout *sans hypothèse de propreté*, ce qui distingué notre théorie de celle de la cohomologie rigide. L'article est terminé et aurait pu être publié.

– ([14], 2012) J'y étudie la question du scindage d'un complexe en catégorie dérivée, c'est-à-dire le fait qu'un complexe est isomorphe en catégorie dérivée à sa cohomologie. Je démontre le critère qui dit que *les modules différentiels gradués, bornés à gauche, sur un anneau positivement gradué sont tous scindés en catégorie dérivée si et seulement si l'anneau est héréditaire*. Le cas particulier qui m'avait amené à faire ce travail est celui de la cohomologie T-équivariante, notamment parce que lorsque T est le tore de dimension 1, l'anneau H_T est héréditaire. Cela expliquait un paradoxe dans mon travail sur la dualité de Poincaré équivariante [8].

– [15] Interview à laquelle je me suis prêté en 2015.

– [16] Compilation de textes autour de deux exposés célèbres d'Henri Cartan. J'y donne les preuves manquantes de deux théorèmes fondamentaux énoncés sans démonstration par Cartan, à la base de ce que l'on appelle le modèle des formes différentielles équivariantes, modèle qui fut indépendamment découvert dans les années 80 par Berline-Vergne pour les variétés différentielles. Ces textes ont été rédigés à l'intention de Loring Tu pour le livre d'introduction à la cohomologie équivariante.

– ([17], 2000) Rapport détaillé des programmes que j'avais fait tourner dans les machines du centre Médicis, alors à Polytechnique, pour tester des conjectures cruciales dans les travaux de Mebkhout-Christol (∼2000) sur les rayons de convergence des solutions aux équations différentielles p-adiques. Certains calculs avaient demandé sur les ordinateurs de l'époque (gérés par Joël Marchand) plus d'un mois de calculs ininterrompus.

– ([18], 1990) Contribution à un recueil de textes des participants au Groupe de travail *Conditions d'Hirai, d'après Kashiwara*. Le projet de publication n'a pas abouti. J'ai été le seul à avoir rédigé son travail.

Cours de troisième cycle à Paris-Diderot

Il s'agit des textes de quelques-uns mes cours à Paris-Diderot de même titres.

19. Cours sur la cohomologie de de Rham des variétés différentielles [244 pages] . . . web
20. Cours sur la cohomologie de de Rham des schémas . . . . [90 pages] . . . web
21. Trois textes sur la cohomologie de de Rham p-adique . [38+22+30 pages] . . . web
22. Homologie d'intersection . . . . [100 pages] . . . web
23. Faisceaux pervers et Correspondance de Springer . . . . [65 pages] . . . web

– [20,19,21,9] Matériel d'un livre intitulé *Cohomologie de de Rham*, dont le but est l'introduction de la cohomologie de de Rham dans tous les contextes où elle a un sens, c'est-à-dire : différentiel, analytique, algébrique en caractéristique nulle et en caractéristique positive. Des théorèmes de comparaison pour les espaces disposant de plusieurs structures à la fois y sont démontrés. Par exemple, le théorème de comparaison de Grothendieck pour une variété algébrique complexe non singulière, vue aussi comme variété analytique, et encore comme variété différentielle, et qui montre que les différentes complexes de de Rham calculent la même cohomologie.

– [22,23] Matériel du livre *Introduction à l'homologie d'intersection et aux faisceaux pervers*, proposé à Calvage & Mounet pour la collection Nano. A noter que la prépublication [23] à été très citée à l'époque de sa publication (∼2001) comme référence de texte rapide et efficace pour entrer en thème.

Conclusion

Au delà d'un certain éclectisme dans le choix de mes sujets de recherche qui, de mon point de vue, est une forme de richesse, je ne cesse d'être tristement perplexe devant le constat de ce que les meilleures mathématiques que j'ai faites, celles en collaboration avec Mebkhout, celles pour lesquelles j'ai abandonné mes sujets personnels, aient pu avoir un si piètre impact dans les mathématiques de mon époque. Un travail de cette qualité, avec de telles perspectives de développement, qui n'ait suscité, depuis huit ans, aucun travail, aucune citation, aucune thèse, cela ne me paraît vraiment pas normal. Bien sûr, on pourra arguer que c'est le propre de tout un chacun de surestimer un travail dont il est fier, mais là, l'explication ne tient pas.

En science, une découverte est aussi importante que sa diffusion, mais alors que la première est l'aventure d'un petit cercle de personnes, la seconde est un épiphénomène qui implique toute une communauté avec des motivations qui lui sont propres et qui ne vont pas forcément dans le sens de favoriser le développement d'une découverte. Des motivations qui, sans nécessairement être ni bonnes ni mauvaises dans l'absolu, sont néanmoins déterminantes.

De toute cette aventure, je garde en moi l'intime conviction d'avoir positivement contribué à résoudre un problème mathématiquement hautement non trivial. Je garde en moi tout le plaisir que j'ai pu ressentir en participant au programme de recherches de Mebkhout. Ce sont de très belles mathématiques. Je suis persuadé qu'avec le temps nos découvertes prévaudront.

Alberto Arabia
CNRS
29 Août 2018