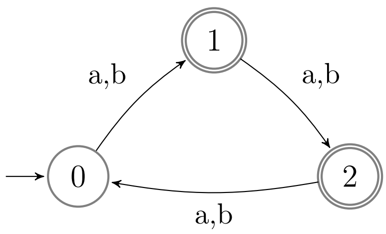
TD5 : Lemme d'Arden et Morphisme

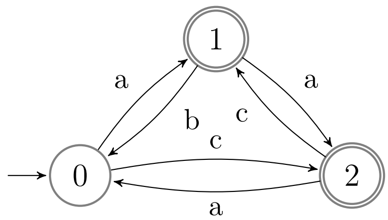
1 Automate vers Expression Rationnelle

Exercice 1 :

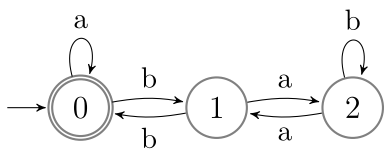
En utilisant le Lemme d'Arden, donnez l'expression régulière représentant les langages reconnus par les automates suivants.



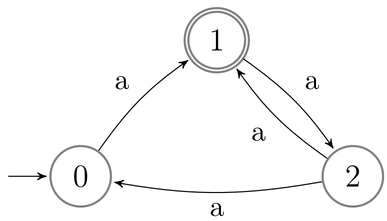
$\mathcal{A}_1$



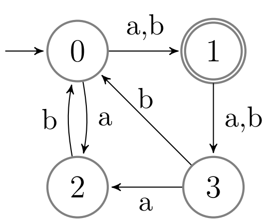
$\mathcal{A}_2$



$\mathcal{A}_3$



$\mathcal{A}_4$



$\mathcal{A}_5$

	0	1	2
a	$\emptyset$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
b	$\{2\}$	$\{0,1\}$	$\emptyset$
initial	oui	non	non
terminal	oui	non	non

$\mathcal{A}_6$

$\mathcal{A}_7$	0	1	2	3	4	5
a	$\{4,3\}$	$\{4,2\}$	$\{0\}$	$\{1,5\}$	$\emptyset$	$\{4\}$
b	$\{1\}$	$\{5\}$	$\{1,2\}$	$\emptyset$	$\{4\}$	$\{3\}$
initial	oui	non	non	non	oui	non
terminal	non	non	non	oui	non	oui

Exercice 2 :

À l'aide de la méthode vue en cours, donnez une expression rationnelle définissant l'intersection du langage défini par $b^*(ab^*ab^*)$ et du langage défini par $(ab)^*$.

2 Morphisme linéaire

Exercice 3 :

Soit $A = \{a, b, c\}$ et $B = \{d, e\}$ deux alphabets. Soit $\mu : A \to B$ un morphisme de langage défini par $\mu(a) = d$, $\mu(b) = d$ et $\mu(c) = e$.

— Donner une expression rationnelle qui définit l'image par μ de $(ab)^* + (c^*b)$, noté $\mu((ab)^* + (c^*b))$.

— Donner une expression rationnelle qui définit l'image inverse par μ de $(dd+e)^*$, noté $\mu^{-1}((dd + e)^*)$.

— Donner un algorithme qui, étant donné deux alphabets A et B, un morphisme linéaire $\mu : A \to B$ et une expression rationnelle e sur B rend une expression rationnelle sur A qui définit l'inverse par μ du langage défini par e, c'est à dire $\mu^{-1}(e)$.