

**Exercice 1 :**

Pour chacun des langages suivants, dire s'il est reconnaissable ou non. Justifier.

1.  $\{a^m b^n : m, n \in \mathbb{N}\}$
2.  $\{a^m b^n : m < n\}$
3.  $\{a^p : p \text{ premier}\}$
4.  $\{a^{2^n} : n \in \mathbb{N}\}$
5.  $\{a^{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$
6.  $\{a^{2^n} : n \in \mathbb{N}\}$
7.  $\{a^m b^n : m \geq n\}$
8.  $\{a^m b^n : m \neq n\}$
9.  $\{uav : u, v \in \{a, b\}^*, |u| = |v|\}$
10.  $\{a^m b^n : m + n \leq 1024\}$
11.  $\{a^3 b^n a^3 : n \equiv 0 [3]\}$
12.  $\{a^m b^n : m \equiv n [3]\}$
13.  $\{a^m b^n c^{m+n} : m, n \in \mathbb{N}\}$
14.  $\{u\tilde{u} : u \in \{a, b\}^*\}$
15.  $\{uv\tilde{u} : u, v \in \{a, b\}^*\}$
16.  $\{u^2 : u \in \{a, b\}^*\}$
17.  $\{u \in \{a, b, c\}^* : |u|_a = |u|_b\}$
18.  $\{u \in \{a, b, c\}^* : |u|_a \equiv |u|_b [3]\}$
19.  $\{a^{n+2} b^n : n \in \mathbb{N}\}$

**Exercice 2 :**

Soit  $X = \{a, b\}$ . On considère les langages  $\mathcal{L} = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$  et  $\mathcal{L}' = \mathcal{L} \cup X^* b a X^*$ .

0. Montrer que  $\mathcal{L}$  n'est pas reconnaissable.
1. Montrer que  $\mathcal{L}'$  vérifie la propriété du lemme d'itération.
2. Montrer que  $\mathcal{L}'$  n'est pas reconnaissable.