

1 Automate Minimal

Rappels :

Le r sidual $u^{-1}.L$ d'un langage L par rapport   un mot u est le langage $\{v \mid uv \in L\}$. Les r siduals des langages rationnels vérifient les propriétés suivantes :

- $a^{-1}.\emptyset = \emptyset$
- $a^{-1}.1 = \emptyset$
- $a^{-1}.b = \emptyset$, si $b \neq a$
- $a^{-1}.a = 1$
- $(au)^{-1}.L = u^{-1}.(a^{-1}.L)$
- $u^{-1}.(L_1 + L_2) = (u^{-1}.L_1) + (u^{-1}.L_2)$
- $a^{-1}.(L_1 \cdot L_2) = \begin{cases} (a^{-1}.L_1) \cdot L_2 & \text{si } 1 \notin L_1 \\ (a^{-1}.L_1) \cdot L_2 + a^{-1}.L_2 & \text{si } 1 \in L_1 \end{cases}$
- $a^{-1}.(L^*) = (a^{-1}.L) \cdot L^*$

Exercice 1 : R siduals et automate minimal :  chauffement

On considère le langage $L = ba^* + ab$:

1. Calculer les r siduals $a^{-1}.L$ et $b^{-1}.L$.
2. Calculer $(ab)^{-1}.L$, $(aa)^{-1}.L$, $(bb)^{-1}.L$ et $(ba)^{-1}.L$.
3. Calculer les r siduals de L par rapport aux mots sur $\{a, b\}$ de longueur 3. Est-il nécessaire de calculer les r siduals par rapport aux mots de longueur 4?
4. Construire un automate A comme dans le cours en suivant les règles suivantes :
 - Les  tats de A sont les *différents* r siduals non vides de L par rapport aux mots sur $\{a, b\}$ de longueur ≤ 3 .
 - L' tat associé   $\epsilon^{-1}.L = L$ est l'état initial.
 - Il y a une transition $(u)^{-1}.L \rightarrow (v)^{-1}.L$ étiqueté avec x si et seulement si $v = ux$.
 - Un  tat de A est final si le r sidual associé contient 1.
5. L'automate A est minimal. Pourquoi suffit-il de se limiter aux r siduals par rapport aux mots de longueur ≤ 3 ?

Exercice 2 : Résiduels et automate minimal

Construire l'automate minimal des langages suivants en utilisant le calcul de résiduels :

1. $L_1 = b(ab)^* + (ab)^*a$
2. $L_2 = a(b + ab)^* + b^*(a + bb)$

Exercice 3 : Minimisation d'un automate

Appliquer l'algorithme de minimisation de Moore aux automates suivants. Appliquer ensuite la méthode $det(mir(det(mir(A))))$

