

**ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE
11. PRÄSENZBLATT**

DR. BAPTISTE ROGNERUD

Aufgabe 1.Sei $f = x^2 - 4x + 13 \in \mathbb{Z}[x]$.

(a) Lösen Sie die Gleichung

$$f(x) \equiv 0 \pmod{9}$$

(b) Wie viele Nullstellen besitzt das Polynom f modulo 81?**Aufgabe 2.**Sei $f = x^5 + x^3 + 1 \in \mathbb{Z}[x]$.

(a) Lösen Sie die Gleichung

$$f(x) \equiv 0 \pmod{27}.$$

(b) Wie viele Nullstellen besitzt das Polynom f modulo 3^k für $k \geq 4$?**Aufgabe 3.** Lösen Sie die diophantische Gleichung

$$x^3 + y^4 = 7.$$

(Hinweis: Betrachten Sie die Gleichung modulo 13.)

Aufgabe 4.(a) Schreiben Sie die Multiplikationstafel von $(\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^\times$.(b) Zeigen Sie, dass $(\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^\times \cong (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +)$ gilt.