

**ELEMENTARE ZAHLENTHEORIE
9. PRÄSENZBLATT**

DR. BAPTISTE ROGNERUD

Aufgabe 1. Bestimmen Sie alle Primitivwurzeln modulo 11 in $\{1, 2, \dots, 10\}$.**Aufgabe 2.**

- (a) Gibt es eine Primitivwurzel modulo m für $m = 42, 52$ und 222 ?
- (b) Finden Sie eine Primitivwurzel für 27 .

Aufgabe 3. Sei G eine endliche kommutative Gruppe mit neutralem Element $e \in G$. Sei $j \in \mathbb{N}_{>0}$. Sei $a \in G$. Zeigen Sie:

$$\text{ord}(a^j) = \frac{\text{ord}(a)}{\text{ggT}(\text{ord}(a), j)}.$$

Aufgabe 4. Sei $p > 2$ eine Primzahl.

- (a) Sei $x \in \mathbb{N}_{>0}$. Zeigen Sie: $x^2 \equiv 1 \pmod{p}$ genau dann wenn $x \equiv \pm 1 \pmod{p}$ gilt.
- (b) Sei r eine Primitivwurzel modulo p . Zeigen Sie:

$$r^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}.$$

- (c) Seien r und s zwei Primitivwurzeln modulo p . Zeigen Sie, dass rs keine Primitivwurzeln modulo p ist.