RELÈVEMENT DE FORMES MODULAIRES DE SIEGEL

par

Benoît Stroh

Lifting Siegel modular forms. In this note, we give explicit conditions under which cuspidal Siegel modular forms of genus 2 or 3 with coefficients in a finite field lift to cuspidal modular forms with coefficients in a ring of characteristic 0. This result extends a classical theorem proved by Katz for genus 1 modular forms. We use ampleness results due to Shepherd-Barron, Hulek and Sankaran, and vanishing theorems due to Deligne, Illusie, Raynaud, Esnault and Viehweg.

Dans cette note, nous donnons des conditions explicites sous lesquelles les formes modulaires de Siegel cuspidales de genre 2 ou 3 à coefficients dans un corps fini se relèvent en des formes modulaires cuspidales à coefficients dans un anneau de caractéristique nulle. Nos résultats généralisent un théorème classique obtenu par Katz pour les formes de genre 1 [**Kat73**, th. 1.7.1]. Nous utilisons des résultats d'amplitude de Shepherd-Barron [**SB06**] et de Hulek et Sankaran [**HS04**], ainsi que des théorèmes d'annulation dûs à Deligne, Illusie et Raynaud [**DI87**] et à Esnault et Viehweg [**EV92**]. Je remercie le rapporteur pour ses corrections et pour m'avoir suggéré le corollaire **1.3**.

1. Énoncé des résultats

Soient $g \geq 2$, $k \in \mathbb{Z}$ et $n \geq 3$ trois entiers et M un $\mathbb{Z}[1/n]$-module. Notons $\mathcal{A}_{g,n}$ l'espace de modules sur $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z}[1/n])$ qui paramètre les schémas abéliens principalement polarisés de genre g munis d'une structure de niveau principale en n. D'après [**FC90**, th. IV.6.7], il existe une compactification toroïdale $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ de $\mathcal{A}_{g,n}$ (elle dépend d'un choix combinatoire) et un schéma semi-abélien G sur $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ qui étend le schéma abélien universel sur $\mathcal{A}_{g,n}$. Notons ω le faisceau inversible sur $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ des formes volumes invariantes de G. Le principe de Köcher [**FC90**, prop. V.1.8] affirme que la restriction de $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ à $\mathcal{A}_{g,n}$ induit un isomorphisme

$$\mathrm{H}^0\left(\overline{\mathcal{A}}_{g,n}\,,\,\omega^k \otimes M\right) \xrightarrow{\sim} \mathrm{H}^0\left(\mathcal{A}_{g,n}\,,\,\omega^k \otimes M\right)\,.$$

En particulier, le groupe $\mathrm{H}^0(\overline{\mathcal{A}}_{g,n}\,,\,\omega^k \otimes M)$ est indépendant du choix de $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$; on appelle ses éléments les formes modulaires de genre g, de niveau n, de poids k et à coefficients dans M.

Mots clefs. — Siegel modular forms, toroïdal compactifications, Voronoï decomposition, Kodaira vanishing theorem, Deligne-Illusie Hodge theory.

Notons D le complémentaire de $\mathcal{A}_{g,n}$ dans $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ et munissons-le de sa structure schématique réduite. On dit qu'une forme modulaire est cuspidale si elle s'annule sur D. Notons

$$\mathrm{Cusp}(n,k,M) \;=\; \mathrm{H}^0\left(\overline{\mathcal{A}}_{g,n}\,,\,\omega^k(-D)\otimes M\right)$$

le groupe des formes cuspidales. D'après [**FC90**, prop. V.1.9], il ne dépend pas non plus du choix de $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$. Si M est un anneau, on a

$$\mathrm{Cusp}(n,k,M) \;=\; \mathrm{H}^0\left(\overline{\mathcal{A}}_{g,n}\times \mathrm{Spec}(M)\,,\,\omega^k(-D)\right)\,.$$

Énonçons à présent le théorème principal de cette note.

Théorème 1.1. — *Supposons $n \geq 3$, $g = 2$ ou 3 et $k > g+1$. Soit M un $\mathbb{Z}[\frac{1}{n}]$-module. Si $g = 2$, supposons M sans 2-torsion, et si $g = 3$ supposons M sans 30-torsion. Le morphisme naturel de changement de base induit un isomorphisme*

$$\mathrm{Cusp}(n,k,\mathbb{Z}[1/n])\ \otimes_{\mathbb{Z}[1/n]}\ M \ \overset{\sim}{\longrightarrow}\ \mathrm{Cusp}(n,k,M)\,.$$

Ce théorème sera démontré dans la troisième partie. Notons qu'on peut s'affranchir de l'hypothèse $n \geq 3$ en introduisant le niveau auxiliaire $3n$ et en considérant les formes modulaires de niveau $3n$ qui sont invariantes par le groupe $\mathrm{GSp}_{2g}(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})$.

Corollaire 1.2. — *Soient $n \geq 3$, $g = 2$ ou 3, et $k > g+1$ trois entiers. Soit $\mathcal{O}$ l'anneau d'entiers d'un corps de nombres et $\mathfrak{m}$ un idéal maximal de $\mathcal{O}$; notons $\kappa = \mathcal{O}/\mathfrak{m}$ et supposons que la caractéristique p de κ ne divise pas n. Si $g = 2$, supposons $p > 2$ et si $g = 3$, supposons $p > 5$. Le morphisme de changement de base induit un isomorphisme*

$$\mathrm{Cusp}(n,k,\mathcal{O}[1/n])\ \otimes_{\mathcal{O}[1/n]}\ \kappa \ \overset{\sim}{\longrightarrow}\ \mathrm{Cusp}(n,k,\kappa)\,.$$

Il suffit en effet d'appliquer successivement le théorème **1.1** à $M = \mathcal{O}[1/n]$ et $M = \kappa$ pour démonter le corollaire **1.2**.

Corollaire 1.3. — *Soient $n \geq 3$, $g = 2$ ou 3, et $k > g+1$ trois entiers. Soit $\mathcal{O}$ un anneau de valuation discrète d'idéal maximal $\mathfrak{m}$; notons $\kappa = \mathcal{O}/\mathfrak{m}$ et supposons que la caractéristique p de κ ne divise pas n. Si $g = 2$, supposons $p > 2$ et si $g = 3$, supposons $p > 5$. Notons $\mathcal{H}$ la sous-algèbre commutative de $\mathrm{End}(\mathrm{Cusp}(n,k,\mathcal{O}))$ engendrée par les opérateurs de Hecke de niveau premier à n. Soit $\bar{f} \in \mathrm{Cusp}(n,k,\kappa)$ propre pour $\mathcal{H}$ de valeur propre généralisée $\bar{\chi} : \mathcal{H} \to \kappa$. Il existe $f' \in \mathrm{Cusp}(n,k,\mathcal{O})$ propre pour $\mathcal{H}$ de valeur propre généralisée $\chi : \mathcal{H} \to \mathcal{O}$ telle que $\chi \bmod \mathfrak{m} = \bar{\chi}$.*

Le corollaire **1.3** affirme que toute valeur propre généralisée de $\mathcal{H}$ dans $\mathrm{Cusp}(n,k,\kappa)$ se relève en une valeur propre généralisée dans $\mathrm{Cusp}(n,k,\mathcal{O})$. Par contre, il ne dit rien sur le relèvement des vecteurs propres, *ie.* ne garantit pas que $f' \bmod \mathfrak{m} = \bar{f}$. Pour démontrer le corollaire **1.3**, on procède en deux temps : on utilise le théorème **1.1** pour prouver que $\mathrm{Cusp}(n,k,\kappa) = \mathrm{Cusp}(n,k,\mathcal{O}) \otimes \kappa$, puis l'on applique le lemme de Deligne-Serre [**DS74**, lem. 6.11].

Remarque 1.4. — Le théorème **1.1** et les corollaires **1.2** et **1.3** concernent uniquement les formes cuspidales. Nous ne pensons pas que nos méthodes puissent s'adapter au cas des formes non nécessairement cuspidales.

Nous prouverons également la proposition suivante, qui affirme qu'il n'existe pas de forme modulaire (cuspidale ou non) non nulle de genre 2 ou 3, de poids strictement négatif et à coefficients dans un corps de caractéristique > 5 (*cf.* prop. **3.1**).

Proposition 1.5. — *Si $g = 2$ ou 3, $n \geq 3$ et $k < 0$, on a $\mathrm{H}^0(\mathcal{A}_{g,n} \times \kappa, \omega^k) = 0$ pour tout corps κ de caractéristique > 5.*

Remarque 1.6. — Soit p un nombre premier. Le corollaire **1.2** permet de préciser quantitativement un théorème de classicité des formes modulaires de Siegel p-adiques ordinaires [**Hi02**, th. 1.1]. Soit f une forme modulaire de Siegel p-adique [**Pi09**, déf. 1.4.3] ordinaire, cuspidale, de poids classique et parallèle $k \in \mathbb{Z}$, de niveau $n \geq 3$, et de genre g égal à 2 ou 3. Rappelons que f est appelée « classique » si elle provient d'un élément de $\mathrm{Cusp}(n, k, \mathbb{Z}_p)$. D'après [**Hi02**, th. 1.1.(4)] ou [**Pi09**, th. 1.6.6], f est classique lorsque k est supérieur à une constante indéterminée dépendant de p, de g et de n. Le corollaire **1.2** permet de prouver que l'estimation $k > g + 1$ suffit à assurer la classicité de f si $p > 5$. Il faut en effet reprendre la démonstration de [**Pi09**, th. 1.6.6] et se rendre compte que l'hypothèse « k assez grand » n'est utilisée que dans [**Pi09**, th. 1.6.1]. Mais dans le cas présent, [**Pi09**, th. 1.6.1] est équivalent au corollaire **1.2**, qui est valable si $k > g + 1$ et $p > 5$.

2. Amplitude et annulation

Dans cette partie, nous rappelons brièvement les résultats utilisés dans la démonstration du théorème **1.1**. On suppose $g \geq 2$ et $n \geq 3$ dans toute cette partie.

2.1. Compactifications toroïdales. — Notons B le $\mathbb{Z}$-module des formes bilinéaires symétriques entières sur $\mathbb{Z}^g$ et C le cône de $B \otimes \mathbb{R}$ des formes bilinéaires semi-définies positives à radical rationnel. Les compactifications toroïdales de $\mathcal{A}_{g,n}$ sont associées à des décompositions polyédrales admissibles $\mathrm{GL}_g(\mathbb{Z})$-équivariantes de C [**FC90**, déf. IV.2.2]. Considérons une telle décomposition Σ et notons $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ la compactification toroïdale qui lui est associée [**FC90**, th. IV.6.7]. L'espace algébrique $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ est propre sur $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z}[1/n])$, lisse sur $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z}[1/n])$ si et seulement Σ est lisse [**FC90**, déf. IV.2.3], et est un schéma projectif si Σ est polarisée [**FC90**, déf. V.2.4 et th. V.5.8]. Notons D le complémentaire de $\mathcal{A}_{g,n}$ dans $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ et munissons-le de sa structure de schéma réduit. Il définit un diviseur de Cartier de $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ qui est à croisements normaux si Σ est lisse. Notons $\{f_i\}$ un système d'équations locales de D dans $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$. Comme les éventuelles singularités de $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$ sont toriques, le faisceau

$$\Omega^1_{\overline{\mathcal{A}}_{g,n}}(\log D) \;=\; \Omega^1_{\overline{\mathcal{A}}_{g,n}}\left(\frac{\mathrm{d}f_i}{f_i}\right)$$

est localement libre. D'après [**FC90**, th. IV.6.7], le schéma abélien universel sur $\mathcal{A}_{g,n}$ s'étend en un schéma semi-abélien G sur $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$. Notons e la section neutre de G. Toujours d'après [**FC90**], l'application de Kodaira-Spencer induit un isomorphisme

$$\mathrm{Sym}^2(e^*\Omega^1_{G/\overline{\mathcal{A}}_{g,n}}) \xrightarrow{\sim} \Omega^1_{\overline{\mathcal{A}}_{g,n}}(\log D)\,.$$

Notons $\mathcal{K} = \det\left(\Omega^1_{\overline{\mathcal{A}}_{g,n}}\right)$ le faisceau dualisant de $\overline{\mathcal{A}}_{g,n}$. Puisque $\omega = \det(e^*\Omega^1_{G/\overline{\mathcal{A}}_{g,n}})$, l'isomorphisme de Kodaira-Spencer induit un isomorphisme $\omega^{g+1} \xrightarrow{\sim} \mathcal{K}(D)$ [**FC90**, p.225 (d)].

2.2. Décompositions de Voronoï. — Voronoï a construit deux décompositions polyédrales admissibles de C [**Vor08**]. L'une d'entre elles est appelée *décomposition du cône parfait* ou *première décomposition de Voronoï*, et l'autre *seconde décomposition de Voronoï*. Igusa a construit une troisième décomposition de C, dite *du cône central* [**HS04**]. Ces trois décompositions coïncident si $g = 2$ ou 3 [**HS04**, p. 660]. De plus, elles sont lisses si $g = 2$ ou 3 [**Hu00**,

p. 255 et 256]. Si $g = 4$, la seconde décomposition de Voronoï est lisse [**HS04**, p. 661] et raffine la décomposition du cône parfait [**HS04**, p. 660].

2.3. Amplitude du fibré de Hodge. — Notons $\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}$ la compactification toroïdale de $\mathcal{A}_{g,n}$ associée à la décomposition du cône parfait et D^{parf} son bord réduit. Le schéma

$$\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}$$

est lisse si $g = 2$ ou 3, et D^{parf} est un diviseur à croisements normaux. Soit a un entier relatif. D'après [**SB06**, th. 4.1], le faisceau $\omega^a(-D^{\mathrm{parf}})$ est ample sur

$$\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}$$

si et seulement si $a > 12/n$. Remarquons que ce résultat d'amplitude a d'abord été établi par Hulek et Sankaran [**HS04**] dans le cas particulier $g = 2$ ou 3 considéré dans la suite de ce texte. Cependant, contrairement à Shepherd-Barron, ils n'énoncent leur théorème que sur $\mathrm{Spec}(\mathbb{C})$.

2.4. Théorème de Kodaira. — Soit κ un corps parfait de caractéristique $p > 0$. Donnons-nous un schéma X propre et lisse purement de dimension $d \leq p$ sur $\mathrm{Spec}(\kappa)$, un diviseur à croisements normaux D de X, et un faisceau inversible $\mathcal{L}$ sur X. Notons $W_2(\kappa)$ l'anneau des vecteurs de Witt de longueur 2 de κ et supposons que X et D se relèvent en $\tilde{X}$ et $\tilde{D}$ sur $\mathrm{Spec}(W_2(\kappa))$, où $\tilde{X}$ est lisse sur $\mathrm{Spec}(W_2(\kappa))$ et $\tilde{D}$ est un diviseur à croisements normaux de $\tilde{X}$.

Supposons également qu'il existe un entier ν_0 tel que $\mathcal{L}^{\nu}(-D)$ soit ample pour tout $\nu > \nu_0$. D'après [**EV92**, prop. 11.5], on a

$$\mathrm{H}^j\left(X,\ \Omega^i_{X/\kappa}(\log D) \otimes \mathcal{L}^{-1}\right) \ = \ 0 \tag{\textbf{2.4}.A}$$

pour $i+j < d$. En posant $i = 0$ dans l'égalité (**2.4**.A) et en utilisant le fait que $\Omega^0_{X/\kappa}(\log D) = \mathcal{O}_X$, on trouve en particulier

$$\mathrm{H}^j\left(X,\ \mathcal{L}^{-1}\right) \ = \ 0$$

pour tout $j < d$. On en déduit par dualité de Serre que

$$\mathrm{H}^j(X,\ \mathcal{K}_{X/\kappa} \otimes \mathcal{L}) \ = \ 0 \tag{\textbf{2.4}.B}$$

pour tout $j > 0$, où $\mathcal{K}_{X/\kappa} = \Omega^d_{X/\kappa}$ désigne le faisceau dualisant de X.

Remarque 2.5. — L'assertion (**2.4**.A) est une version faible mais valable sur κ du théorème de Kawamata-Viehweg pour les diviseurs nefs [**EV92**, coro. 5.12.c], qui n'est démontré pour l'instant que sur $\mathbb{C}$. Le théorème de Kawamata-Viehweg sur κ résulterait de l'assertion (**2.4**.A) et d'une éventuelle résolution des singularités des schémas de type fini sur $W_2(\kappa)$. Nous renvoyons à [**EV92**, rem. 11.6.b] pour plus de détails.

3. Démonstration du théorème 1.1

Nous nous plaçons à présent sous les hypothèses du théorème **1.1**. En particulier, $g = 2$ ou 3, $n \geq 3$ et $k > g + 1$. Comme la formation de la cohomologie cohérente d'un schéma quasi-cohérent commute aux limites inductives, il suffit de démontrer le théorème **1.1** pour

M de type fini sur $\mathbb{Z}[1/n]$, puis pour $M = \mathbb{F}_p$ avec $p > 2$ si $g = 2$ et $p > 5$ si $g = 3$. Ainsi, il suffit de prouver que le morphisme de changement de base induit un isomorphisme

$$\mathrm{H}^0\left(\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,n}\,,\,\omega^k(-D^{\mathrm{parf}})\right)\otimes\mathbb{F}_p \xrightarrow{\ \sim\ } \mathrm{H}^0\left(\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,n}\times\mathrm{Spec}(\mathbb{F}_p)\,,\,\omega^k(-D^{\mathrm{parf}})\right) .$$

D'après [**ÉGA** 3 7.5.3 et 7.7], il suffit de démontrer que

$$\mathrm{H}^1\left(\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}\times\mathrm{Spec}(\mathbb{F}_p)\,,\,\omega^k(-D^{\mathrm{parf}})\right) \;=\; 0\,.$$

Le schéma $\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}\times\mathrm{Spec}(\mathbb{F}_p)$ est propre et lisse sur $\mathrm{Spec}(\mathbb{F}_p)$ car $g = 2$ ou 3. Il est purement de dimension $g(g+1)/2$ et se relève en un schéma lisse sur $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z})$. De même, D^{parf} est un diviseur à croisements normaux qui se relève à $\mathrm{Spec}(\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z})$. Notons $\mathcal{L} = \omega^{k-1-g}$; c'est un faisceau inversible sur

$$\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}\times\mathrm{Spec}(\mathbb{F}_p)\,.$$

D'après [**SB06**, th. 4.1], $\mathcal{L}^\nu(-D^{\mathrm{parf}})$ est ample sur $\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}$ pour tout $\nu > 12/n(k-1-g)$. D'après (**2.4**.B), on a

$$\mathrm{H}^1\left(\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}\times\mathrm{Spec}(\mathbb{F}_p)\,,\,\mathcal{K}\otimes\mathcal{L}\right) \;=\; 0$$

car $p \geq g(g+1)/2$ par hypothèse. On conclut la démonstration du théorème **1.1** en remarquant que

$$\mathcal{K}\otimes\mathcal{L} = \omega^k(-D^{\mathrm{parf}})\,.$$

Montrons à présent qu'il n'existe pas de forme modulaire de Siegel de genre 2 ou 3, de poids < 0 et à coefficients dans un corps κ (non nécessairement parfait) de caractéristique $p > 5$. Il nous faut donc voir que $\mathrm{H}^0(\mathcal{A}_{g,\,n}\,,\omega^k\otimes\kappa) = 0$. On raisonne comme au début de la partie 3 et on se ramène à prouver que $\mathrm{H}^0(\mathcal{A}_{g,\,n}\times\mathbb{F}_p\,,\omega^k) = 0$. Il suffit de poser

$$X = \overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{g,\,n}\times\mathbb{F}_p\,,$$

$i = 0$, $j = 0$ et $\mathcal{L} = \omega^{-k}$ dans (**2.4**.A) pour conclure, c'est-à-dire démontrer le résultat suivant.

Proposition 3.1. — *Si $g = 2$ ou 3, $n \geq 3$ et $k < 0$, on a $\mathrm{H}^0(\mathcal{A}_{g,\,n}\times\kappa\,,\omega^k) = 0$ pour tout corps κ de caractéristique > 5.*

4. Cas du genre quatre

On aimerait prouver un énoncé de changement de base analogue au théorème **1.1** dans le cas où $g = 4$. Comme la décomposition du cône parfait n'est plus lisse, on ne peut pas appliquer le théorème d'annulation de Kodaira à $\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{4,\,n}$. En revanche, la seconde décomposition de Voronoï est lisse et raffine la décomposition du cône parfait d'après [**HS04**, p. 661]. Notons

$$\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{Vor}}_{4,\,n}$$

la compactification toroïdale associée à la seconde décomposition de Voronoï. Il existe un morphisme propre et birationnel

$$\pi\,:\,\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{Vor}}_{4,\,n}\longrightarrow\overline{\mathcal{A}}^{\mathrm{parf}}_{4,\,n}$$

induit par les raffinements entre décompositions. Notons E le diviseur exceptionnel de π, qui est de support inclus dans D^{Vor}. En combinant le théorème 1.8, la remarque 1.9 et le corollaire 1.11 de [**HS04**], on peut montrer que $\omega^a(-bD^{Vor} - cE)$ est ample sur

$$\overline{\mathcal{A}}_{4,\,n}^{\mathrm{Vor}}$$

si et seulement si $a > \frac{12b}{n}$ et $c > 4b > \frac{8}{9}c$. Par exemple, si $a > 36/n$ alors

$$\omega^a(-3D^{\mathrm{Vor}} - 13E)$$

est ample sur $\overline{\mathcal{A}}_{4,\,n}^{\mathrm{Vor}}$. On peut appliquer le théorème de Kodaira à la variété propre et lisse

$$\overline{\mathcal{A}}_{4,\,n}^{\mathrm{Vor}} \times \mathrm{Spec}(\mathbb{F}_p)$$

pour relever en caractéristique nulle des formes de Siegel de genre 4, de niveau > 36, de poids > 5, à coefficients dans $\mathbb{F}_p$, qui s'annulent suffisamment sur D^{Vor}. L'ordre d'annulation requis est au moins 2 et on peut le déterminer en calculant explicitement E.

Références

[DI87] P. Deligne & L. Illusie – « Relèvements modulo p^2 et décomposition du complexe de de Rham », *Invent. Math.* 89 (1987), n° 2, p. 247–270.

[DS74] P. Deligne & J.P. Serre – « Formes modulaires de poids 1 », *Ann. Sci. École Norm. Sup.* 7 (1974), n° 4, p. 507–530.

[EV92] H. Esnault & E. Viehweg – « Lectures on vanishing theorems », DMV Seminar, vol. 20 (1992), Birkhäuser, Basel.

[FC90] G. Faltings & C.-L. Chai – « Degeneration of abelian varieties », Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, vol. 22 (1990), Springer, Berlin.

[Hi02] H. Hida – « Control theorems of coherent sheaves on Shimura varieties of PEL type », *J. Inst. Math. Jussieu* 1 (2002), n° 1, p. 1–76.

[Hu00] K. Hulek – « Nef divisors on moduli spaces of abelian varieties », dans « Complex analysis and algebraic geometry » (2000), de Gruyter, Berlin.

[HS04] K. Hulek & G. K. Sankaran – « The nef cone of toroidal compactifications of $\mathcal{A}_4$ », *Proc. London Math. Soc.* 88 (2004), n° 3, p. 659–704.

[Kat73] N. M. Katz – « p-adic properties of modular schemes and modular forms », dans « Modular functions of one variable III », Lecture notes in mathematics, vol. 350 (1973), Springer, Berlin.

[Pi09] V. Pilloni – « Arithmétique des variétés de Siegel », thèse de doctorat (2009), Université Paris 13.

[SB06] N. I. Shepherd-Barron – « Perfect forms and the moduli space of abelian varieties », *Invent. Math.* 163 (2006), n° 1, p. 25–45.

[Vor08] G. Voronoi – « Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques. Premier mémoire : sur quelques propriétés des formes quadratiques positives parfaites », *J. Reine Angew. Math* 133 (1908), p. 79–178.

---

21 septembre 2009

Benoît Stroh • *Courriel :* `benoit.stroh@gmail.com`, Laboratoire Analyse, Géométrie et Applications, Université Paris 13, 93430 Villetaneuse, France