



Année 2006-2007
L3-maths

septembre 2007

Université Paris 7 - Denis Diderot

LICENCE « SCIENCES ET APPLICATIONS »

Mention "mathématiques, informatique"

Parcours « mathématiques » et « mathématiques et informatique » Année L3

Gérés par l'UFR de Mathématiques

I. PRÉSENTATION GÉNÉRALE DES CURSUS

- L3 de mathématiques fondamentales
- L3 de mathématiques appliquées
- L3 de mathématiques pour l'enseignement

Ce sont les trois options d'un seul et même parcours "Mathématiques", accessible aux étudiants issus des L1-L2 "mathématiques et informatique" (ex-MIAS math-info), "informatique" (ex-MIAS info), "mathématiques et physique" (ex-MIAS maths) ou "mathématiques et sciences humaines" (ex-MASS) de Paris 7 et, après examen favorable de leur dossier, à ceux qui ont suivi un autre cursus, en particulier une classe préparatoire scientifique. Ces trois options ouvrent l'accès aux parcours mathématiques du master "mathématiques et informatique" de Paris 7 : une véritable spécialisation à l'intérieur des mathématiques serait prématurée au stade de la licence.

C'est dans l'option "Mathématiques fondamentales" que la topologie, l'algèbre et le calcul différentiel sont traités le plus en détail alors que l'option "Mathématiques appliquées" insiste davantage sur les méthodes numériques (l'UE "algèbre et géométrie" y est par exemple remplacée par "analyse numérique matricielle"), les probabilités et la simulation (l'intégrale de Lebesgue étant enseignée au premier semestre, l'UE "probabilités et simulation" peut les développer à loisir au second semestre).

Ces deux options conviennent aux étudiants désireux de préparer l'agrégation de mathématiques après leur première année de master : l'option "Mathématiques fondamentales" prépare bien à l'écrit et aux oraux d'analyse et d'algèbre, alors que l'option "Mathématiques appliquées", si elle rend nécessaire un complément de formation en algèbre, prépare déjà à l'oral de modélisation.

L'option "Mathématiques pour l'enseignement" est parfaitement adaptée aux étudiants désireux de préparer le CAPES à l'issue de leur licence. Elle convient également à ceux qui se destinent à un master de mathématiques où l'intégrale de Lebesgue ne joue pas un rôle important (mais, naturellement, ceux qui voudront changer d'avis et s'orienter vers l'analyse ou les applications le pourront, à condition de faire l'effort d'acquérir en chemin les connaissances qui leur manquent).

- L3 de Mathématiques et informatique

Ce parcours de L3 est organisé conjointement par l'UFR de Mathématiques et l'UFR d'Informatique. Il vise à donner une double compétence dans ces domaines. Une de ses particularités est qu'un tiers du temps est consacré à des projets.

Ses diplômés pourront intégrer un master d'informatique (aménagé : certaines options sont remplacées par des enseignements obligatoires), un master de mathématiques (en choisissant des UE d'Algèbre, Arithmétique, Logique et Informatique) ou la première année de master de Mathématiques et Informatique, qui aura entre autres les débouchés suivants : M2 de Logique et Informatique (P7), M2 MPRI. Les diplômés pourront également intégrer sur titres des écoles d'ingénieurs (comme c'est actuellement le cas pour les diplômés du M1 de mathématiques et du M1 d'informatique).

- Mathématiques - informatique (anciennement magistère) de l'ENS Cachan et de l'université Paris 7
- FIMFA - ENS (Formation Interuniversitaire de Mathématiques Fondamentales et Appliquées, anciennement magistère MMFAI) de l'ENS Ulm et des universités parisiennes.

Ce sont des formations accélérées et renforcées, destinées aux élèves des Ecoles Normales Supérieures et à quelques autres étudiants admis sur dossier par les responsables de ces cursus.

Une fois l'inscription administrative faite auprès de la scolarité centrale de l'Université, l'étudiant inscrit en L3 doit s'inscrire pédagogiquement à la Scola-rité du Second Cycle de l'UFR de Mathématiques pour connaître son emploi du temps et pour pouvoir passer les examens à la fin de chaque semestre.

II. DÉROULEMENT DES ÉTUDES

Organisation de l'enseignement

Les enseignements de la licence sont organisés en **Unités d'Enseignement (UE)**. Chaque UE peut contenir un seul ou plusieurs enseignements, appelés **Eléments Constitutifs d'Unités d'Enseignement (ECUE)**.

A chaque UE correspond un certain nombre de **crédits** (ECTS pour « *European Credit Transfer System* »). Ce principe de crédits vise à permettre aux étudiants de poursuivre en partie leurs études à l'étranger, dans le cadre d'accords négociés avec certaines Universités. Un semestre correspond à 30 crédits.

Ces trente crédits correspondent à un nombre d'heures de présence qui varie de 25 à 30 heures : 1 crédit correspond à 10 heures d'enseignement théorique à l'Université (20 heures s'il s'agit de Travaux pratiques) auxquelles il faut rajouter autant d'heures de travail personnel.

Validation des Eléments Constitutifs d'Unités d'Enseignement (ECUE)

En général, la note obtenue à un ECUE est calculée à partir de divers éléments : par exemple note de contrôle continu (résultats de tests en travaux dirigés, d'interrogations orales, de partiels, etc...), note de travaux pratiques, note d'examen terminal. Les proportions de ces notes dans la note finale à l'ECUE varie en fonction des enseignements. Les modalités de **contrôle des connaissances** sont définies et diffusées pour chaque ECUE au début du semestre par son équipe enseignante.

Deux sessions d'examen sont organisées au terme de chacun des semestres : la première session en janvier pour le premier semestre et en mai pour le second, la seconde session pour tous les enseignements (1^{er} et 2^{ème} semestres) au mois de juin. Des révisions avec des enseignants sont organisées avant cette deuxième session.

Les ECUE comme les UE sont capitalisables, c'est-à-dire que lorsqu'une note supérieure ou égale à 10/20 est obtenue, l'ECUE ou l'UE est définitivement acquis ainsi que le nombre de crédits correspondant.

Validation des Semestres

A l'intérieur d'un semestre, chaque UE a un coefficient et chaque ECUE à l'intérieur des UE en a également un. Ces coefficients reflètent le nombre de crédits de ces unités d'enseignement.

Une compensation entre les différentes notes obtenues au cours d'un semestre est réalisée, c'est-à-dire que la moyenne de ces notes pondérées par leur coefficient est calculée : le semestre est obtenu (et donc les 30 crédits correspondants) si cette moyenne est supérieure ou égale à 10.

La présence aux examens de fin de semestre est obligatoire. Une absence n'équivaut pas à un zéro et ne peut donc pas donner lieu à compensation.

Un étudiant qui n'a pas obtenu à la fin d'un semestre une moyenne générale supérieure ou égale à 10/20 doit, s'il veut que ce semestre soit acquis à l'issue de la seconde session, repasser tous les ECUE où il n'a pas obtenu la moyenne sauf s'ils font partie d'une UE acquise par compensation.

Examens et contrôles continus

Au début de chaque enseignement, le responsable de l'ECUE doit faire connaître aux étudiants les modes de calcul de la note finale à l'ECUE, c'est-à-dire le poids du contrôle continu par rapport à l'examen terminal. Le contrôle continu peut être constitué d'examens partiels.

Aucun examen (partiel ou terminal) ne peut se tenir en dehors de locaux de l'université ni sous la surveillance de personnes n'appartenant pas à l'université.

Les étudiants sont informés du calendrier des examens par voie d'affichage sur les panneaux situés couloir 34-44 3^{ème} étage, au niveau de la Scolarité. Il est conseillé de venir consulter ces panneaux dès la première quinzaine de décembre pour les examens du premier semestre, dès la deuxième quinzaine d'avril pour les examens du second semestre et dès la deuxième quinzaine de mai pour les examens de seconde session.

L'étudiant doit se présenter aux examens munis de sa carte d'étudiant signée.

Les étudiants sont informés des résultats aux examens ou partiels par voie d'affichage à la Scolarité, couloir 34-44, 3^{ème} étage. Le jour de l'examen ou le jour de l'affichage des résultats, les enseignants doivent vous préciser le jour et l'heure où vous pourrez consulter vos copies d'examen corrigées. Toute réclamation au sujet des résultats d'un examen devra être faite lors de ce rendez-vous.

La section disciplinaire de l'université sera saisie en cas de fraude ou de tentative de fraude lors d'un examen ou d'une épreuve de contrôle continu. Toute sanction prononcée par cette instance de l'Université entraînera la nullité de l'ensemble des résultats de la session concernée.

Inscriptions dérogatoires

Tout étudiant de classes préparatoires, inscrit ou non en régime cumulatif à l'Université Paris 7, peut demander à s'inscrire de manière dérogatoire en troisième année de Licence. Au vu des résultats en mathématiques obtenus au cours des années de classes préparatoires et de ceux obtenus aux concours, la commission pédagogique chargée d'examiner ce type de dossiers accordera ou non l'autorisation d'inscription.

La même procédure s'applique plus généralement aux étudiants provenant d'établissements autres que l'université Paris 7 Denis Diderot.

Séjours à l'étranger :

Ou comment aller faire son L3 ou son Master 1 dans une université étrangère tout en restant étudiant de l'Université Paris 7 Denis Diderot.

Il existe des conventions d'échanges entre l'Université Paris 7 Denis Diderot et d'autres universités qui permettent d'aller faire à l'étranger un séjour d'études intégré dans le cursus de l'Université Paris 7 Denis Diderot. Il est possible par exemple de faire ailleurs son L3 ou son Master 1 et de le faire valider, au retour, par l'Université Paris 7 Denis Diderot.

La participation à ces programmes d'échanges ne confère pas, sauf exception, le bénéfice d'une bourse couvrant les frais de séjour mais d'une aide à la mobilité, assez modeste, variable selon les années et les destinations.

L'étudiant est exonéré des droits de scolarité et de bibliothèque dans l'université d'accueil et peut bénéficier d'une aide linguistique avant et pendant son séjour à l'étranger.

Voir en fin de brochure pour plus de précisions.

III. CURSUS DES TROIS OPTIONS DU PARCOURS DE L3 « MATHÉMATIQUES »

A. Option « mathématiques fondamentales »

Semestre 5 (30 ECTS)

- Topologie et analyse (15 ECTS)
- Algèbre et géométrie (15 ECTS)

Semestre 6 (30 ECTS)

- Calcul différentiel et équations différentielles (12 ECTS)
- Intégration et probabilités (12 ECTS)
- UE libre (6 ECTS), par exemple : fonctions analytiques, géométrie, logique

B. Option « mathématiques appliquées »

Semestre 5 (30 ECTS)

- Topologie et calcul différentiel (12 ECTS)
- Analyse numérique matricielle (9 ECTS)
- Intégration (9 ECTS)

Semestre 6 (30 ECTS)

- Analyse hilbertienne et de Fourier (6 ECTS)
- Probabilités et simulation (9 ECTS)
- Equations différentielles ordinaires (9 ECTS)
- UE libre (6 ECTS), par exemple : méthodes numériques, optimisation, fonctions analytiques

C. Option « mathématiques pour l'enseignement »

Semestre 5 (30 ECTS)

- Topologie et calcul différentiel (12 ECTS)
- Algèbre et géométrie (15 ECTS)
- Mathématiques et informatique (3 ECTS)

Semestre 6 (30 ECTS)

- Analyse (9 ECTS)
- Equations différentielles ordinaires (9 ECTS)
- UE au choix (6 ECTS), parmi Probabilités/simulation, géométrie, logique
- UE libre (6 ECTS)

IV. CURSUS DU PARCOURS DE L3 « MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE »

L'année de licence est divisée en deux périodes d'enseignement et une période de préparation de projets. Le premier et le deuxième semestre sont suivis d'une semaine de révision et d'une semaine d'examens. Les projets donnent lieu à un rapport écrit et à une soutenance devant un jury. Le volume horaire des enseignements est de 24 heures par semaine au premier semestre, de 22 heures par semaine au second semestre (hors préparation au projet).

Semestre 5 (30 ECTS)

- Algèbre (12 ECTS)
- Algorithmique et programmation (12 ECTS)
- Projet 1 (6 ECTS)

Semestre 6 (30 ECTS)

- Analyse (12 ECTS)
- Logique (6 ECTS)
- Algorithmique numérique (6 ECTS)
- Projet 2 (6 ECTS)

Année 2006-2007
L3-maths

septembre 2007

V. ADMINISTRATION

Mr SÉNÉCAL Christian

Batiment Biopark/Watt
3^{ème} étage pièce 306

Responsable de la scolarité du 2^{ème} Cycle

☎ 01.57.27.65.37

SECRETARIAT DES PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES

☎ Fax 01.57.27.65.41

✉ senecal@math.jussieu.fr

BUREAU D'ACCUEIL DES ETUDIANTS

**Batiment Biopark/Watt
3^{ème} étage pièce 307**

Mme CHEVALIER Nathalie

☎ 01.57.27.65.42

✉ chevalier@math.jussieu.fr

Mme AUTHIAT Claudette

☎ 01.57.27.65.40

✉ authiat@math.jussieu.fr

SECRETARIAT OUVERT :

Lundi, Mercredi : 9h00 à 12h15 et de 14h00-17h00

Mardi, Vendredi : 9h00-16h30

Jeudi matin : 9h00 à 12h

Fermé le jeudi après-midi



Année 2006-2007
L3-maths

septembre 2007

PROGRAMMES DES ECUE DE L3

A. Parcours « Mathématiques »

Premier semestre

Algèbre et géométrie

ECUE n° 31M13010, UE fondamentale du semestre S5
15 ECTS, coefficient 5

M. Gérardin

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques fondamentales » et « mathématiques pour l'enseignement ».

Résumé du programme :

- Groupes, sous-groupes, morphismes de groupes, éléments générateurs, groupes monogènes, sous-groupes distingués, groupes quotients, produits, produits semi-directs, groupes opérant sur un ensemble, exemples, stabilisateurs, orbites.
- Anneaux, morphismes d'anneaux, idéaux, anneaux quotients, idéaux premiers, idéaux maximaux, anneaux principaux, anneaux $K[X]$.
- Extensions de corps. Corps de rupture, corps de décomposition. Corps finis. Rappels et compléments d'algèbre linéaire, groupe $GL(n, K)$, sous-groupes remarquables.
- Espaces affines, groupe affine, espaces affines euclidiens, isométries.
- Espaces projectifs, homographies, groupe projectif, liaison affine-projectif.
- Coniques affines et projectives, quadriques.

Compétences visées : maîtrise élémentaire des structures algébriques de base. Incontournable pour le CAPES, l'agrégation et la recherche fondamentale en mathématiques.

Topologie et analyse

ECUE n° 31M23010, UE fondamentale du semestre S5
15 ECTS, coefficient 5

M. Vasserot

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques fondamentales ».

Résumé du programme :

- Espaces topologiques, applications continues, ouverts, fermés, intérieur, adhérence, voisinages, frontière, limites, sous-espaces, produits finis d'espaces topologiques. Espaces séparés, compacts, connexes.
- Espaces métriques, complets, applications uniformément continues, lipschitziennes, théorème du point fixe. Espaces métriques compacts.
- Espaces vectoriels normés, norme d'une application linéaire continue, normes équivalentes, espaces de Banach, complété d'un espace normé, espaces normés de dimension finie.
- Espaces de fonctions, convergence uniforme, théorème de Stone-Weirstrass.
- Espaces préhilbertiens, projection sur un sous-espace complet, applications aux séries de Fourier.
- Espaces de Hilbert, systèmes orthogonaux et bases hilbertiennes, inégalité de Bessel,

identité de Parseval, applications aux séries de Fourier.

Compétences visées : maîtrise élémentaire des structures fondamentales de l'analyse. Indispensable en mathématiques et pour les concours de recrutement.

Topologie et calcul différentiel

ECUE n° 31M23020, UE fondamentale du semestre S5
12 ECTS, coefficient 4

M. Blanchet

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques appliquées » et « mathématiques pour l'enseignement ».

Résumé du programme :

- Espaces métriques, applications continues, ouverts, fermés, intérieur, adhérence, voisinages, frontière, limites, sous-espaces, produits d'espaces métriques.
- Espaces compacts, connexes, complets, applications uniformément continues, lipschitziennes, distances équivalentes, complété d'un espace métrique, théorème du point fixe.
- Espaces vectoriels normés, applications linéaires continues, espaces de Banach.
- Calcul différentiel : différentielle et dérivées partielles ; théorème des accroissements finis et formule de Taylor ; extrema : conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité sur un ouvert.
- Théorème d'inversion locale et théorème des fonctions implicites ; notions géométriques sur les sous-variétés.

Compétences visées : maîtrise des structures de base de l'analyse. Indispensable en mathématiques et pour les concours de recrutement.

Analyse numérique matricielle

ECUE n° 31M73010, UE fondamentale du semestre S5
9 ECTS, coefficient 3

M. Jouve

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques appliquées ».

Résumé du programme :

- Rappels et compléments d'algèbre linéaire : Polynôme annulateur, polynôme minimal, polynôme caractéristique, valeurs propres, sous-espaces caractéristiques, diagonalisation, triangularisation. Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. Matrices unitaires, normales, symétriques, hermitiennes. Formes bilinéaires, formes quadratiques, théorème de Sylvester.
- Analyse matricielle : Normes dans \mathbf{K}^n , les normes l_p . Normes matricielles, normes subordonnées. Valeurs singulières d'une matrice. Norme de Frobenius. Matrices hermitiennes : quotient de Rayleigh. Rayon spectral d'une matrice. Suite des puissances d'une matrice.
- Méthodes directes pour les systèmes linéaires: Élimination de Gauss. Factorisation LU, unicité. Condition nécessaire et suffisante d'existence. Aspects algorithmiques. Méthode de

Gauss avec pivot. Factorisation $PA=LU$. Factorisation de Choleski. Factorisation QR. Problèmes de moindres carrés.

- Méthodes itératives pour les systèmes linéaires:
 - méthodes stationnaires : méthodes de Jacobi, de Gauss Seidel, de sur relaxation.
- Méthodes par blocs. Méthodes des directions alternées.
 - méthodes de descente : Gradient à pas fixe. Gradient à pas optimal. Gradient conjugué.
- Méthodes de résidu minimal.
 - Méthodes de calcul des valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice: Méthodes de la puissance et de la puissance inverse. Méthode QR. Méthode de Jacobi.

Compétences visées : renforcement des connaissances en algèbre linéaire. Maîtrise des logiciels employés, aperçu de l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Très utile pour les concours de recrutement et le master de mathématiques appliquées.

Intégration

ECUE n° 31M43010, UE fondamentale du semestre S5

9 ECTS, coefficient 3

Mme Pichaud

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques appliquées ».

Résumé du programme :

- Rappels sur l'intégrale de Riemann, tribus, théorème de la classe monotone, fonctions mesurables positives.
- Définition des mesures positives, mesure de Lebesgue.
- Intégrale de fonctions mesurables positives, fonctions intégrables.
- Théorème de convergence monotone, de convergence dominée, applications.
- Théorème de Fubini, formule de changement de variable, calculs effectifs d'intégrales.
- Espaces L_p , en insistant sur L_1 et L_2 .
- Théorème de représentation de Riesz.

Compétences visées : maîtrise de l'intégrale de Lebesgue et de la théorie la mesure. Indispensable en master de mathématiques et pour l'agrégation.

Mathématiques et informatique

ECUE n° 31M83020, UE fondamentale du semestre S5

3 ECTS, coefficient 1

M. Durand

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques pour l'enseignement ».

Résumé du programme :

L'objet de ce cours est d'utiliser l'ordinateur pour comprendre des mathématiques. Les objets mathématiques étudiés seront ceux introduits en L1 - L2 ou dans les cours fondamentaux de L3. Il ne s'agit donc pas d'un cours de programmation. Le cours présentera le thème mathématique (souvent sur deux semaines) et les algorithmes qui lui sont reliés. Les TP sur machine feront appel à un outil de calcul formel. Quelques exemples de thèmes qui pourront être retenus : arithmétique dans \mathbf{Z} ou dans les anneaux de polynômes ; algèbre linéaire

(réduction des matrices, décompositions diverses) ; résolution d'équations différentielles par des méthodes numériques ; étude qualitative des solutions d'une équation différentielle ; questions d'interpolation ; questions d'approximation ; méthodes itératives (recherche de zéros, de points fixes, etc).

Compétences visées : comprendre mieux certains aspects des mathématiques et maîtriser les logiciels de calcul formel, en vue notamment du CAPES.

Modalités d'évaluation : le contrôle continu (ainsi que l'examen terminal) tiendra compte des séances sur machine.

Second semestre

Intégration et probabilités

ECUE n° 31M43050, UE fondamentale du semestre S6

12 ECTS, coefficient 4

M. Sansuc

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques fondamentales ».

Connaissances requises : Mieux vaut avoir suivi l'UE « topologie et analyse » en S5.

Résumé du programme :

- Rappels sur l'intégrale de Riemann, tribus, théorème de la classe monotone, fonctions mesurables positives.
- Définition des mesures positives, mesure de Lebesgue.
- Intégrale de fonctions mesurables positives, fonctions intégrables. Théorème de convergence monotone, de convergence dominée, applications.
- Théorème de Fubini, formule de changement de variable, calculs effectifs d'intégrales.
- Espaces L_p , en insistant sur L_1 et L_2 . Théorème de représentation de Riesz.
- Variables aléatoires, lois de probabilité, moments.
- Indépendance, conditionnement.
- Convergence presque sûre, loi des grands nombres.
- Convergence en loi, théorème de la limite centrale.

Compétences visées : maîtrise des bases de l'intégrale de Lebesgue, de la théorie la mesure et de la théorie des probabilités. Indispensable en master de mathématiques et pour l'agrégation.

Calcul différentiel et équations différentielles
ECUE n° 31M23050, UE fondamentale du semestre S6
12 ECTS, coefficient 4
M. Chaperon

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques fondamentales ».

Connaissances requises : Mieux vaut avoir suivi l'UE « topologie et analyse » en S5.

Résumé du programme :

- Rappels sur l'algèbre linéaire et l'intégrale des fonctions continues. Applications différentiables, dérivées partielles. Théorème des accroissements finis, formule de la moyenne et application.
- Dérivées d'ordre supérieur, formule de Taylor, application aux extrema.
- Théorème d'inversion locale, fonctions implicites.
- Sous-variétés, espaces tangents, extrema liés.
- Rappels sur la résolution des équations différentielles numériques $x' = f(x)$ et des équations à variables séparées. Équations différentielles linéaires, résolvantes, cas où les coefficients sont constants, détaillé en dimension 2.
- Problème de Cauchy pour les systèmes différentiels généraux, théorème d'existence et d'unicité, solutions maximales, dépendance par rapport aux conditions initiales.
- Champs de vecteurs, équilibres, stabilité, linéarisation.
- Éléments de dynamique.

Compétences visées : maîtrise de l'analyse différentielle de base. Indispensable en master de mathématiques et pour les concours de recrutement.

Analyse hilbertienne et de Fourier
ECUE n° 31M23030, UE fondamentale du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2
M. Maurey

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques appliquées ».

Connaissances requises : Mieux vaut avoir suivi les UE « topologie et calcul différentiel » et « intégration » en S5.

Résumé du programme :

- Espaces de fonctions, convergence uniforme, théorème de Stone-Weirstrass.
- Espaces de Hilbert, projection sur un sous-espace fermé, systèmes orthogonaux et bases hilbertiennes, inégalité de Bessel, identité de Parseval.
- Séries de Fourier.
- Transformation de Fourier.

Compétences visées : maîtrise des structures de base de l'analyse. Indispensable en mathématiques et pour les concours de recrutement.

Probabilités et simulation
ECUE n° 31M43020, UE fondamentale du semestre S6
9 ECTS, coefficient 3
M. Meyre

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques appliquées ».

Connaissances requises : avoir suivi « intégration » en S5.

Résumé du programme :

- Variables aléatoires, lois de probabilité, moments.
- Générateurs de nombres aléatoires, simulation de variables aléatoires.
- Indépendance.
- Convergence p.s., loi des grands nombres.
- Convergence en loi, théorème de la limite centrale.
- Variables aléatoires entières positives et fonctions génératrices, applications aux processus de branchement.
- Chaînes de Markov, exemples, irréductibilité, récurrence, transience, probabilité invariante.

Des séances de travaux pratiques avec le logiciel SCILAB ou MATLAB accompagnent le cours.

Compétences visées : maîtrise élémentaire des probabilités y compris dans leurs aspects appliqués. Très utile pour les concours de recrutement, en master de mathématiques et dans de nombreux autres domaines.

Equations différentielles ordinaires
ECUE n° 31M23070, UE fondamentale du semestre S6
9 ECTS, coefficient 3
M. Perrin

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques appliquées », « mathématiques pour l'enseignement ».

Connaissances requises : mieux vaut avoir suivi « topologie et calcul différentiel » en S5.

Résumé du programme :

Le cours comprend trois parties : l'étude des équations différentielles ordinaires, celle des équations ou systèmes linéaires puis celle des systèmes autonomes (linéarisation, stabilité).

De façon plus précise, le théorème de Cauchy Lipszchiz sera exposé dans le cadre des équations différentielles ordinaires $x' = f(t,x)$.

Après quelques rappels sur les équations différentielles ordinaires que l'on sait « résoudre », l'accent sera mis sur l'étude qualitative de ces équations (notion de barrière, de tunnel et théorèmes de comparaison).

Exposé ensuite dans le cadre de \mathbb{R}^n , le théorème de Cauchy-Lipschitz sera appliqué à l'étude des équations ou systèmes linéaires (notion de résolvante, étude des équations d'ordre n , équations à coefficients constants).

Enfin sera abordée la notion de systèmes autonomes, de trajectoire, de flot et exposé les résultats de dépendance des solutions vis à vis des conditions initiales. Ce paragraphe sera conclu par l'étude de la stabilité au sens de Liapounov des points d'équilibre.

Compétences visées : maîtrise de l'analyse différentielle. Indispensable en master de mathématiques et pour les concours de recrutement.

Analyse

ECUE n° 31M23100, UE fondamentale du semestre S5
12 ECTS, coefficient 4

M. Bennequin

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques pour l'enseignement ».

Résumé du programme :

- Espace de Hilbert : espace préhilbertien, projection orthogonale sur un convexe complet, supplémentaire orthogonal, dual d'un espace de Hilbert ; base hilbertienne, exemples — polynômes orthogonaux, espace des fonctions à carré sommable sur un ensemble discret.
- Séries de Fourier : série de Fourier d'une fonction périodique (continue par morceaux) ; théorème de Weierstrass ; égalité de Parseval-Bessel ; théorèmes de convergence : les coefficients de Fourier tendent vers 0, série de Fourier d'une fonction de classe C^p , p supérieur ou égal à 1 ; applications ; théorème de Dirichlet.
- Transformation de Fourier sur \mathbf{R} .

Compétences visées : maîtriser les bases de l'analyse, en vue notamment du CAPES.

Fonctions analytiques

ECUE n° 31M23040, UE libre du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2

Mme Boutet de Monvel

Parcours pouvant intégrer cette UE : « mathématiques fondamentales », « mathématiques appliquées », éventuellement « mathématiques pour l'enseignement », master 1 de mathématiques ou tout autre parcours (physique,...) à l'appréciation des directeurs d'études.

Résumé du programme :

- Séries entières, rayon de convergence, fonctions analytiques.
- Fonctions holomorphes, théorie de Cauchy. Principe du maximum.
- Fonctions méromorphes. Résidus, applications.

Compétences visées : maîtrise d'un sujet très classique et important. Indispensable pour les concours de recrutement, très utile en master de mathématiques et dans d'autres domaines (mécanique, physique,...).

Géométrie

ECUE n° 31M33010, UE libre du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2

M. Keller

Parcours pouvant intégrer cette UE : parcours « mathématiques pour l'enseignement » et autres, à l'appréciation des directeurs d'études (en particulier, possible comme option en S4 pour les parcours « mathématiques et physique » et « mathématiques et informatique »).

Résumé du programme :

- Espaces affines euclidiens : isométries affines, classification en dimension 2 et 3 ; similitudes ; angles de vecteurs et angles de droites.
- Problèmes de géométrie : géométrie du triangle ; cercle, condition de cocyclicité de quatre points.
- Utilisation des nombres complexes.
- Coniques : foyers, excentricité ; recherche des axes, du centre ; définitions géométriques.
- Quadriques en dimension 3.

Compétences visées : maîtriser les bases de la géométrie euclidienne, en vue notamment du CAPES.

Logique et théorie des ensembles

ECUE n° 31M63010, UE libre du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2

M. Labib Sami

Parcours pouvant intégrer cette UE : parcours « mathématiques fondamentales », « mathématiques appliquées », « mathématiques pour l'enseignement » ou tout autre parcours, à l'appréciation des directeurs d'études.

Résumé du programme :

- Le langage mathématique : objets, énoncés, constantes, variables, fonctions, relations, occurrences libres et liées d'une variable, opérateurs lieurs ; structure et théorie ; preuves, exemples de règles de déduction.
- Logique propositionnelle et logique du premier ordre : connecteurs, tautologies, équivalences, formes normales, systèmes complets ; formules propositionnelles, valuations, validité, conséquence, théorème de compacité ; quantificateurs, règles d'usage des quantificateurs ; langage du premier ordre, formules, l'interprétation dans une structure, expression de propriétés mathématiques ; modèles, validité, conséquence ; si le temps le permet : théorème de complétude, théorème de Löwenheim-Skolem, théorème de compacité, applications ; les paradoxes de la théorie des ensembles, l'axiomatique de Zermelo.
- Théorie naïve des ensembles : opérations ensemblistes usuelles, fonctions et relations, familles d'ensembles ; les entiers et le principe d'induction ; ensembles finis, dénombrables, \mathbf{R} n'est pas dénombrable ; cardinalité, théorème de Cantor , théorème de Cantor-Bernstein ; puissance du continu, \mathbf{R} , $\mathbf{P}(\mathbf{N})$; axiome du choix.

Compétences visées : Maîtriser le langage mathématique, la théorie des ensembles et les règles du raisonnement. Le cours comporte des séances d'utilisation d'un logiciel de

démonstration interactive sur ordinateur, afin d'illustrer la formalisation de théories et de preuves mathématiques. Aucune connaissance informatique préalable n'est nécessaire.

Méthodes numériques
31M73020, UE libre du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2
M. Garnier

Parcours pouvant intégrer cette UE : « mathématiques appliquées » ou tout autre parcours, à l'appréciation des directeurs d'études.

Résumé du programme :

- Méthodes déterministes d'approximations d'intégrales.
- Méthodes de Monte-Carlo. Calcul d'espérances. Méthode de réduction de variance. Applications au calcul d'intégrales.
- Méthodes de quasi-Monte Carlo.
- Méthodes numériques pour la résolution des équations différentielles ordinaires :
 - méthodes d'Euler explicite ou implicite
 - méthodes de Runge-Kutta
 - schéma prédicteur-correcteur.

Ce cours regroupe des méthodes probabilistes et déterministes. Des séances de TP sur machine permettront d'illustrer les résultats du cours, d'effectuer simulations et approximations.

Compétences visées : Préparation au master en mathématiques appliquées. Utile à l'oral de modélisation de l'agrégation.

Probabilités/simulation
ECUE n° 31M43030, UE fondamentale/libre du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2
Mme Viennet

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : certaines options du parcours « informatique ».

Parcours pouvant intégrer cette UE : parcours « mathématiques fondamentales », « mathématiques générales » ou tout autre parcours à l'appréciation du directeur d'études.

Résumé du programme :

- Variables aléatoires discrètes et continues, lois de probabilité, moments.
- Générateurs de nombres aléatoires, simulation de variables aléatoires par la méthode de la fonction de répartition.
- Indépendance, loi des grands nombres, simulation par la méthode du rejet.
- Théorème de la limite centrale, approximations d'intégrales par la méthode de Monte-Carlo, méthodes de réduction de variance.
- Variables aléatoires entières positives et fonctions génératrices, exemples d'applications — marche aléatoire, processus de branchement, files d'attente.

Des séances de travaux pratiques avec le logiciel SCILAB ou MATLAB accompagnent le cours.

Compétences visées : maîtrise élémentaire des probabilités y compris dans leurs aspects appliqués. Très utile pour les concours de recrutement, en master de mathématiques et dans de nombreux autres domaines.

Propédeutique
UE libre du semestre S6
Mme Leidwang

Cette UE ne sera ouverte que si le nombre d'étudiants inscrits est supérieur ou égal à 10.

Parcours pouvant intégrer cette UE : « mathématiques pour l'enseignement », « mathématiques fondamentales », « mathématiques appliquées ».

Résumé du programme :

Le but est de familiariser les élèves avec les épreuves autant orales qu'écrites du capes de mathématiques ou de l'agrégation et leur permettre d'appréhender un peu le métier d'enseignant.

Les séances seront fondées sur le contenu mathématiques de L2 en début de période et de L3 ensuite.

Le travail relatif à l'oral se déroulera d'une part sous forme de « colles » (exercices à résoudre directement au tableau), d'autre part sous forme d'exposés sur des démonstrations préparées à la maison par les étudiants.

Le travail relatif à l'écrit se centrera sur la correction de rédactions de problèmes : élaboration par les étudiants puis amélioration par les étudiants en groupe....

Enfin les étudiants iront en stage une fois par semaine dans un collège ou un lycée et suivront un enseignant pendant cette période.

Compétences visées :

- savoir rechercher la solution d'un exercice
- savoir rédiger correctement un texte mathématiques
- exposer oralement des résultats mathématiques de manière convaincante
- savoir réagir à l'oral.

Modalités d'évaluation :

Les étudiants devront rédiger un rapport de stage.

Pour chaque étudiant, une de ses prestations orales sera notée, ainsi qu'une de ses rédactions.

Optimisation

31M23060, UE fondamentale/libre du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2

M. Darves

Parcours intégrant obligatoirement cette UE: parcours « mathématiques et sciences sociales », sauf les options « géographie » et « linguistique ».

Parcours pouvant intégrer cette UE : « mathématiques appliquées » ou tout autre parcours, à l'appréciation des directeurs d'études.

Résumé du programme :

- Convexité : ensembles convexes, définition, exemples ; propriétés topologiques des ensembles convexes ; projection sur un convexe et théorèmes de séparation ; polarité et lemme de Farkas ; cône tangent et cône normal à un ensemble convexe, à un ensemble défini par un nombre fini de contraintes ; propriétés des fonctions (quasi-) convexes relatives à l'optimisation ; caractérisations du premier et du second ordre des fonctions (quasi-) convexes.
- Optimisation : conditions nécessaires d'optimalité sur un ensemble ouvert (rappel), sur un ensemble convexe, sur un ensemble défini par un nombre fini de contraintes ; conditions de qualification des contraintes, cas différentiable, cas convexe ; le théorème de Kuhn et Tucker ; conditions suffisantes d'optimalité sur un ensemble ouvert (rappel), sur un ensemble défini par un nombre fini de contraintes ; programmation quadratique ; programmation linéaire ; les multiplicateurs comme coûts marginaux par rapport aux contraintes.

Compétences visées : Maîtriser un domaine important des mathématiques appliquées. Indispensable pour l'oral de modélisation de l'agrégation, option « calcul scientifique ».

Année 2006-2007
L3-maths

septembre 2007

B. Parcours « Mathématiques et informatique »

Premier semestre

Algèbre

31U1MI35, UE fondamentale du semestre S5
12 ECTS, coefficient 4
Mlle Fouquet

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques et informatique ».

Résumé du programme :

- Théorie des groupes : groupes opérant, sous-groupes, quotients, produits, homomorphismes, parties génératrices, groupes symétriques, groupes abéliens de type fini.
- Anneaux : caractéristique, produit, idéaux, anneaux intègres, lemme chinois, modules, anneaux principaux.
- Polynômes à coefficients dans un anneau.
- Corps : extensions de corps, extensions monogènes, corps de rupture, corps de décomposition d'un polynôme, corps finis.
- Géométrie : espaces affines, barycentre, groupe affine, orthogonalité, isométries du plan et de l'espace, groupes finis d'isométries de l'espace, groupes de matrices sur les corps finis.

Compétences visées : maîtriser les bases de l'algèbre, en vue notamment de l'informatique.

Algorithmique et programmation

56UXIF35, UE fondamentale du semestre S5
6 ECTS, coefficient 2
M. Carton et Melle Fagnot

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques et informatique »

Connaissances requises : Algorithmique de base, connaissances élémentaires en programmation et connaissance d'un langage de programmation (des connaissances élémentaires de Java sont bienvenues). Avoir suivi en S4 un des parcours « mathématiques et physique », « mathématiques et sciences humaines », « mathématiques-informatique-linguistique », « mathématiques et informatique », « informatique » (ex-MIAS info) ou l'équivalent, à l'appréciation du directeur d'études.

Résumé du programme :

On traitera d'un point de vue algorithmique les points suivants :

- Recherche de motifs dans un texte
- Parcours d'arbres
- Arbre binaires de recherche (équilibrés)
- Parcours de graphes

Ce cours est aussi une initiation à la programmation orientée-objets en Java.

- Principes généraux de la programmation orientée-objets
- Classes et Objets
- Types références
- Constructeurs et instanciation d'objets
- Occultation de variables et remplacement de méthode
- Héritage et liaison dynamique
- Exceptions
- Entrées-sorties et utilisation des paquetages usuels
- Eléments d'interface graphique

Compétences visées : maîtrise des structures d'arbres et de graphes et connaissance en programmation orientée objets et en Java.

Second semestre

Analyse

31U2MI36, UE fondamentale du semestre S6
12 ECTS, coefficient 4

Mme Gallagher

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques et informatique ».

Résumé du programme :

- Espaces vectoriels normés. Espaces métriques. Ouverts. Continuité; convergence des suites. Notions de compacité et de complétude. Théorème du point fixe.
- Intégration dans \mathbf{R}^n : Rappels sur la convergence des séries et l'intégrale de Riemann. Théorèmes de Lebesgue et Fubini.
- Espace préhilbertien, projection orthogonale sur un convexe complet, supplémentaire orthogonal, dual d'un espace de Hilbert. Base hilbertienne. Egalité de Parseval-Bessel.
- Exemples : polynômes orthogonaux, espace des fonctions à carré sommable sur un ensemble discret, série de Fourier d'une fonction périodique (continue par morceaux).
- Théorème de Weierstrass. Série de Fourier d'une fonction de classe C .

Compétences visées : maîtriser les bases de l'analyse.

Algorithmique numérique

56UXIF36, UE fondamentale du semestre S6
6 ECTS, coefficient 2

M. Boasson

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques et informatique ».

Résumé du programme :

- Polynômes à coefficients réels : schéma de Horner ; recherche de zéro (dichotomie, méthode de Newton) ; polynômes d'interpolation (formule de Lagrange).
- Calcul matriciel : triangulation (méthode de Gauss) ; résolution des systèmes d'équations linéaires ; inversion des matrices ; calcul du déterminant, des valeurs propres.

Compétences visées : Le cours sera l'occasion non seulement de présenter quelques méthodes classiques de calcul numérique, mais aussi de revenir sur quelques problèmes pratiques : précision des réels en machine, difficultés liées à l'arithmétique flottante...

Logique et théorie des ensembles

31U2MI32, UE fondamentale du semestre S6

6 ECTS, coefficient 2

Mme Muhrad – Greif, M. Boughattas

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques et informatique », « mathématiques et linguistique » (parcours « MASS », option « linguistique »).

Résumé du programme :

- Calcul propositionnel : le langage propositionnel, l'ensemble des formules, théorème de décomposition, rang d'une formule, représentation par arbre, valuations, tautologies, formules équivalentes, formes normales disjonctive et conjonctive, forme clausale.
- Représentation des formules propositionnelles: les circuits booléens, les diagrammes de décision binaires ordonnés (OBDD), règles de réduction, théorème de représentation canonique des fonctions booléennes.
- Systèmes de déduction pour le calcul propositionnel: l'exemple de la déduction naturelle, un exemple de méthode de démonstration automatique, la méthode des tableaux, complétude de la méthode des tableaux.
- Logique du premier ordre : les langages du premier ordre, ensemble des termes, ensemble des formules, variables libres et variables liées, formules closes, structures du premier ordre et valeur d'une formule dans une structure, formules valides, formules équivalentes, problème de l'unification de deux expressions, algorithme d'unification, système de déduction naturelle, théorème de complétude, théorème de compacité et application à l'axiomatisation de certaines théories.

Compétences visées : Maîtriser le langage mathématique, la théorie des ensembles et les règles du raisonnement. Le cours comporte des séances d'utilisation d'un logiciel de démonstration interactive sur ordinateur, afin d'illustrer la formalisation de théories et de preuves mathématiques.

Projet

31U3MI36, UE fondamentale du semestre S6

6 ECTS, coefficient 2

Parcours intégrant obligatoirement cette UE : « mathématiques et informatique ».

Résumé du programme :

Le projet porte sur des thèmes en relation avec les cours de mathématiques et informatique du premier semestre. En général, il s'agira d'un travail en commun de deux étudiants. Les projets seront précédés par des cours/TD introductifs et accompagnés par des séances d'encadrement hebdomadaires.

Compétences visées : Effectuer un travail relativement autonome, donnant le cas échéant un avant-goût de la recherche.

Année 2006-2007
L3-maths

septembre 2007

FIMFA - ENS (Formation Interuniversitaire de
Mathématiques Fondamentales et Appliquées,
anciennement magistère MMFAI) de l'ENS Ulm et des
universités parisiennes
Parcours ENS du L3 de Mathématiques

Responsable: Frédéric Paulin
Département Mathématiques et Applications (DMA UMR 8553 CNRS)
Ecole normale supérieure
45 rue d'Ulm, 75005 PARIS
tél. 01 44 32 20 86
fax 01 44 32 20 80
Secrétariat : Laurence Vincent, 01 44 32 31 72

1. Présentation

Durant toute la période allant de 1985 à 2004, les élèves mathématiciens de l'École normale supérieure, et un certain nombre d'étudiants issus d'universités françaises ou étrangères admis sur dossier, ont pu bénéficier à l'ENS d'une formation de licence accélérée et approfondie, dans le cadre du magistère MMFAI (Magistère de mathématiques fondamentales et appliquées et d'informatique de l'ENS et des universités parisiennes). Avec la réforme LMD, il semble aujourd'hui très souhaitable de conserver un tel cursus, qui prépare de manière optimale les étudiants à un master recherche en mathématiques, et plus précisément au parcours ENS inclus dans la mention mathématique des masters des universités Paris 6, Paris 7 et Paris 11.

Le but de ce document est donc de présenter un cursus de cours de mathématiques au niveau de la troisième année de licence, pour validation comme année L3 par les universités partenaires de l'ENS. Les étudiants suivant le cursus seraient bien entendu inscrits en troisième année de licence dans l'une des universités partenaires, et la grande majorité continuera en master dans cette université.

2. Publics visés par cette formation

Les publics visés par ce cursus sont essentiellement les suivants :

1) Les élèves français de l'Ecole normale supérieure reçus via le concours MPI (Mathématiques-Physique-Informatique) ou le concours I (Informatique), ou plus rarement le concours PC (Physique-Chimie).

2) Des étudiants universitaires titulaires des deux premières années de la licence de mathématiques et admis sur dossier par une commission constituée de représentants de l'Ecole normale supérieure et, éventuellement, des universités reconnaissant ce cursus.

3) Des étudiants en provenance d'universités étrangères (notamment d'universités européennes non françaises). En particulier, mais pas uniquement, des étudiants étrangers bénéficiant de bourses via la « Sélection Internationale » organisée à l'ENS.

Sur la base des chiffres du magistère MMFAI en 2003-2004 (46 étudiants en première année de la filière mathématique du MMFAI, dont 8 étudiants étrangers) et en 2004-2005 (43 étudiants en première année de la filière mathématique du MMFAI, dont 7 étudiants étrangers, sans compter les élèves des filières mathématique-physique, mathématique-informatique, mathématique-informatique-biologie), on peut attendre de l'ordre de 50 étudiants chaque année dans ce cursus.

3. Organisation du cursus

Les unités d'enseignements proposées dans ce cursus sont les suivantes (voir le paragraphe 5 ci-dessous pour un programme détaillé) :

- Algèbre
- Topologie et calcul différentiel
- Intégration et probabilités
- Analyse complexe et théorie spectrale
- Logique

Les étudiants devront valider 4 parmi ces 5 unités d'enseignement. Chaque unité représentant 15 crédits ECTS, on arrive ainsi aux 60 crédits requis pour l'année L3.

Chaque unité d'enseignement comporte 40 heures de cours et 30 heures de travaux dirigés. Le nombre relativement élevé de crédits ECTS attribués à chaque unité s'explique par la quantité importante de travail personnel demandée aux étudiants et par le rythme élevé, adapté au public visé, des enseignements. Le travail personnel est facilité par un système de tutorat individuel, chaque étudiant bénéficiant des conseils d'un tuteur choisi parmi les membres du Département de mathématiques de l'ENS.

A l'exception peut-être du cours de logique, les enseignements proposés correspondent à des connaissances fondamentales indispensables à tout étudiant qui envisage une carrière d'enseignant-chercheur ou de chercheur en mathématiques. L'une des motivations pour inclure aussi un cours de logique est de favoriser l'orientation de certains étudiants vers un master d'informatique, domaine où les débouchés sont aujourd'hui nombreux.

4. Equipe de formation

Sont susceptibles de participer aux enseignements du cursus tous les enseignants-chercheurs de mathématiques affectés à temps complet à l'Ecole normale supérieure (dans le cas des professeurs et maîtres de conférences, il s'agit uniquement d'enseignants-chercheurs universitaires mis à disposition de l'ENS).

5. Programme des cours

Les programmes ci-dessous sont susceptibles de légères modifications en fonction des changements d'enseignants.

Algèbre

- 1) Groupes, action d'un groupe sur un ensemble. Groupe symétrique. Groupes quotients, extensions, groupes résolubles. Théorèmes de Sylow.
- 2) Groupes et géométrie : groupe linéaire, affine, projectif, orthogonal. Sous-groupes finis de $SO(3)$. Polyèdres réguliers.
- 3) Anneaux noethériens, anneaux factoriels, anneaux principaux. Modules de type fini sur les anneaux principaux. Application aux groupes abéliens de type fini et à la réduction des endomorphismes.
- 4) Corps. Généralités sur les extensions de corps. Corps de rupture, corps de décomposition. Corps finis.

Topologie et calcul différentiel

Topologie : Notion de topologie, espace métrique, espaces métriques complets, lemme de Tietze-Urysohn, compacité, théorie de Baire, espace de Banach, théorème du point fixe de Picard, théorème d'Ascoli.

Calcul différentiel : Différentielle d'applications à valeurs dans un Banach, théorèmes d'inversion locale, des fonctions implicites et du rang constant.

Espaces de Hilbert : Projection sur un convexe fermé, dual et théorème de Riesz, base hilbertienne, séries de Fourier, théorème de Lax-Milgram, théorème spectral

Systèmes dynamiques : Théorie de Cauchy-Lipschitz, notion de flot, régularité, flot dérivé, transport de la mesure et flots incompressibles, exemples issus de la physique et de la biologie, contrôle et stabilisation des systèmes, équations de transport.

Intégration et probabilités

- Espaces mesurables, mesures positives, intégration abstraite.
- Théorèmes de convergence, espace L_p .
- Mesures produits, théorème de Fubini.
- Construction de la mesure de Lebesgue, formule de changement de variables.
- Espaces de probabilité, axiomatique de Kolmogorov.
- Moments de variables aléatoires, fonctions caractéristiques, indépendance.
- Convergence de variables aléatoires, loi des grands nombres, théorème de la limite centrale.
- Espérance conditionnelle, cas gaussien.

Analyse complexe et théorie spectrale

1) Fonctions d'une variable complexe

- Séries entières. Fonctions analytiques.
- Fonctions holomorphes. Théorie de Cauchy.
- Principe du maximum et applications.
- Fonctions méromorphes et séries de Laurent.
- Résidus. Applications.

2) Théorie spectrale

- Algèbres de Banach. Notion de spectre.
- Algèbres de Banach commutatives. Théorie de Gel'fand.
- Calcul fonctionnel holomorphe.

Logique

1) Théorie des ensembles

- Axiomatisation des ensembles, représentation des objets mathématiques par des ensembles, problèmes de fondement
- Arithmétique ordinaire, induction transfinie
- Axiome du choix, cardinaux.

2) Logique et démonstrations

- Logique booléenne, notion de preuve et de sémantique, complétude
- Logiques du premier ordre, complétude et compacité,
- Notions de théorie des modèles, théorèmes de Löwenheim-Skolem, ultraproducts, théorème de Los.

3) Théorèmes de limitation

- Distinction indécidabilité-indémontrabilité
- Arithmétique de Peano, indécidabilité de l'arithmétique
- Théorèmes d'incomplétude de Gödel.

4) Notion de modèle en théorie des ensembles

- Modèles standards et non standards
- Principe des preuves de consistance relative, notion de forcing
- Cardinaux inaccessibles, notion de grand cardinal.

Année 2006-2007
L3-maths

Le Magistère de Mathématique et d'Informatique de l'ENS de Cachan et de l'Université Paris7

Le Magistère de Mathématiques et d'Informatique de l'ENS de Cachan et de l'Université Paris 7 est une formation destinée à des étudiants en Mathématiques ou Informatique ayant validés les 2 premières années (L2) de la Licence et conçue pour préparer à la recherche et à l'enseignement supérieur.

Cette formation est proposée par l'ENS de Cachan en collaboration avec l'Université Paris 7 depuis septembre 1996.

Elle accueille les élèves normaliens ainsi que quelques étudiants, titulaires du L2, d'un DEUG Sciences ou équivalent (par exemples les étudiants issus des math-spés) : [auditeurs libres](#).

La scolarité du Magistère dure en général 3 ans :

[Le premier semestre de la première année](#) se déroule entièrement à Cachan et est validé par le diplôme de Licence de mathématiques ;

Les élèves suivent lors du [deuxième semestre de la première année](#) des enseignements de M1 à l'ENS de Cachan et à l'Université Paris 7, un cours d'anglais ainsi qu'un [groupe de travail](#) ;

La première année se conclut au cours de l'été par un [stage d'initiation à la recherche](#) ;

Lors de la deuxième année, les élèves terminent le M1 et effectuent un M2 à l'ENS de Cachan (Mathématique ou Informatique), en région parisienne, en province ou à l'étranger.

En troisième année, les élèves terminent leur M2, préparent l'agrégation ou démarrent une thèse.

INSCRIPTIONS

Les dossiers de candidatures au Magistères peuvent être téléchargés sur le site web du département de Mathématiques de l'ENS-Cachan (format html ; format Word) ou sont à retirer au département de Mathématiques de l'ENS de Cachan. La sélection des candidats s'effectue sur dossier par la commission des études dans le courant du mois de juillet.

L'inscription administrative se fait au service de la scolarité de l'ENS de Cachan. Les étudiants inscrits au Magistère doivent être aussi inscrits à l'Université de Paris 7 qui délivrera les diplômes nationaux de licence de master.

Ce Magistère offre aux étudiants intéressés la possibilité de suivre ou bien un cursus simple, en Mathématiques ou en Informatique, ou bien un cursus double en Mathématiques et Informatiques. Tout étudiant souhaitant suivre ce cursus double devra, lors de la seconde année de son Magistère, effectuer une inscription complémentaire correspondant à la seconde master auprès de l'Université de Paris7.

LES ENSEIGNEMENTS DU PREMIER SEMESTRE DE LA PREMIERE ANNEE

Ce semestre se déroule entièrement à l'ENS de Cachan. Le diplôme est décerné par l'Université de Paris 7. Pour obtenir la Licence de mathématiques, les élèves doivent valider 7 modules : 6 modules à 9 ECTS et 1 module dit d'ouverture à 6 ECTS.

Les 6 modules à 9 ECTS doivent être choisis parmi ceux proposés :

- 1) Algèbre
- 2) Analyse complexe
- 3) Analyse fonctionnelle,
- 4) Géométrie différentielle
- 5) Théorie de la mesure, intégration et probabilités
- 6) Interactions entre la physique et les mathématiques
- 7) Logique
- 8) Automates, calculabilité et complexité

Le module dit d'ouverture est un module choisi dans une discipline autre que les mathématiques, par exemple « introduction à la biologie ».

CONTENU DES ENSEIGNEMENTS

Algèbre

Théorie des groupes : quotients, espaces homogènes, produits semi-direct, théorèmes de Sylow, groupes abéliens de type fini, groupes de permutations, groupes libres, présentations par générateurs et relations

Anneaux et corps : idéaux et anneaux quotients, divisibilité, anneaux de polynômes, corps, extensions algébriques, corps finis.

Modules de type fini sur un anneau principal, algèbre linéaire

Groupes classiques : $GL(n, \mathbf{K})$, $SL(n, \mathbf{K})$, $O(q)$, $SO(q)$, $Sp(n, \mathbf{K})$, $U(f)$, $SU(f)$

Analyse complexe

- Fonctions holomorphes sur un ouvert de \mathbf{C} . Opérations sur les fonctions holomorphes. Relations de Cauchy-Riemann. Détermination principale du logarithme.

- Intégrale d'une fonction le long d'un chemin de \mathbf{C} . Indice d'un chemin par rapport à un point. Formule de Cauchy pour les fonctions holomorphes sur un ouvert convexe de \mathbf{C} . Homotopie. Formule de Cauchy pour les fonctions holomorphes sur un ouvert simplement connexe de \mathbf{C} .

- Fonctions analytiques. Théorème de Morera. Théorème de Liouville et de d'Alembert-Gauss. Zéros des fonctions holomorphes. Principes élémentaire de prolongement analytique. Principe du maximum et méthode de Phragmen-Lindelöf. Application à l'interpolation. Topologie de $H(\mathbf{C})$. Séries de fonctions holomorphes

- Singularité isolée d'une fonction holomorphe. Fonctions méromorphes. Théorème des résidus et applications.

- Transformations conformes, théorème de Riemann. Application à la mécanique des fluides.

- Fonctions spéciales et applications : fonctions gamma et zéta de Riemann et fonction p de Weierstrass.

Analyse fonctionnelle

- Espaces de Banach, topologies faibles, espaces de Hilbert, espaces L_p

- Introduction à la théorie des distributions et espaces de Sobolev en dimension 1, séries de Fourier.

Géométrie différentielle

L'objet du cours sera double : Faire en sorte

(i) Que les étudiants soient confrontés aux notions suivantes :

Géométries affine, projective et euclidienne (dimension finie).

1. Espace affine et espace vectoriel associé

Application affine et application linéaire associée. Sous-espaces affines, barycentres. Repères affines, équations d'un sous-espace affine. Groupe affine, notion de propriété affine. Groupe des homothéties-translations, affinités. Parties convexes, enveloppe convexe d'une partie d'un espace affine réel. Points extrémaux.

2. Espaces projectifs

Coordonnées homogènes, éléments à l'infini. Application projective (ou homographie) associée à une application linéaire injective. Groupe projectif. Droite projective : groupe des homographies, birapport.

3. Groupe des isométries d'un espace affine euclidien

Déplacements et antidéplacements.

4. Espace affine euclidien de dimension 2

Formes réduites d'une isométrie. Similitudes directes et indirectes. Groupe des isométries laissant stable une partie du plan. Polygones réguliers. Relations métriques dans le triangle. Utilisation des nombres complexes en géométrie plane.

5. Espace affine euclidien de dimension 3

Rotations. Vissages. Forme réduite d'un déplacement. Groupe des isométries laissant stable une partie de l'espace. Polyèdres réguliers.

6. Coniques et quadriques

Application des formes quadratiques à l'étude des coniques du plan affine euclidien et des quadriques de l'espace affine euclidien de dimension 3. Propriétés géométriques (affines et métriques) des coniques.

Géométrie différentielle

1. Courbes et surfaces

Courbes paramétrées dans \mathbf{R}^2 ou \mathbf{R}^3 . Etude locale, tangente, plan osculateur, branches infinies. Étude métrique des courbes : longueur d'un arc, paramétrisation normale. Surfaces paramétrées dans \mathbf{R}^3 . Étude locale, plan tangent, normale, position par rapport au plan tangent.

2. Applications de l'analyse à la géométrie

Aspects géométriques des théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites : hypersurfaces de \mathbf{R}^n , paramétrage local, hyperplan tangent, normale, orientation. Extrema locaux d'une fonction définie sur une hypersurface ; extrema liés. Aires. Champs de vecteurs, divergence. Théorème de la divergence. Intégrales curvilignes. Formule de Green-Riemann. Systèmes différentiels $X' = f(X)$. Courbes intégrales d'un champ de vecteurs.

(ii) Que les étudiants sachent bien manipuler les outils classiques sous-tendus par les notions précédentes.

Théorie de la mesure, intégration et probabilités

I) Théorie de la mesure :

1. Algèbres, tribus, fonctions mesurables, mesure. Théorème de Carathéodory. Théorème de Dynkin. Cas de la mesure de Lebesgue sur \mathbf{R} .
2. Intégrale de Lebesgue par rapport à une mesure. Théorème de convergence monotone, de Fatou, convergence dominée. Théorème de la classe monotone.
3. Espaces L_p , inégalité de Jensen, Hölder et Minkowski. Etude de L_2 : séries de Fourier.

II) Introduction aux probabilités :

1. Langage probabiliste et modélisation. Probabilités discrètes, probabilités à densités.
2. Variables aléatoires, fonction de répartition, loi d'une variable aléatoire. Théorème de représentation de Skorokhod. Notion de tribu engendrée par une variable aléatoire.
3. Indépendance : définitions. Théorème des coalitions. Tribu asymptotique, loi du tout ou rien, lemmes de Borel-Cantelli.
4. Loi des grands nombres. Applications.

Interactions entre la physique et les mathématiques

Ce module présente les interactions entre la physique (au sens large) et les mathématiques au travers de quatre thèmes sélectionnés parmi les thèmes suivants (liste non exhaustive) :

- Le mouvement Brownien et la diffusion de matière
- La dynamique du climat
- Interfaces en croissance cristalline
- Instabilités et phénomènes hors d'équilibre
- Surfaces minimales

Pour chaque thème, il y a trois séances : une séance où sont présents les outils mathématiques, une séance où la physique du phénomène est décrite, une séance où les élèves sont mis en contact avec la réalité (aspects expérimentaux ou visite de laboratoire ou intervenant industriel par exemple).

Logique

Ce module est proposé par le [magistère STIC](#).

Automates, calculabilité et complexité

Ce module est proposé par le [magistère STIC](#).

Année 2006-2007
L3-maths

septembre 2007

SÉJOURS D'ÉTUDES À L'ÉTRANGER

Comment aller faire sa licence ou son master 1 dans une université étrangère tout en restant étudiant de l'Université Paris 7 Denis Diderot.

Il existe des conventions d'échanges entre l'Université Paris 7 Denis Diderot et d'autres universités qui permettent d'aller faire à l'étranger un séjour d'études intégrées dans le cursus de l'Université Paris 7 Denis Diderot. Il est possible par exemple de faire sa Licence ou son Master 1 validée, au retour, par l'Université Paris 7 Denis Diderot.

La participation à ces programmes d'échanges ne confère pas sauf, exception le bénéfice d'une bourse couvrant les frais de séjour mais d'une aide à la mobilité, assez modeste, variable selon les années et les destinations.

L'étudiant est exonéré des droits de scolarité et de bibliothèque dans l'université d'accueil et peut bénéficier d'une aide linguistique avant et pendant son séjour à l'étranger.

Pour faciliter les programmes d'échanges européens, la commission de la Communauté Européenne a développé un système d'évaluation : le « European Credit Transfer System » (ECTS). Le « crédit ECTS » est l'unité de base (européenne) dans laquelle on exprime le poids d'une unité d'enseignement. Une année scolaire standard « pèse » 60 crédits ECTS.

Ce système d'évaluation garantit la reconnaissance universitaire des études faites à l'étranger.

Séjours d'études en AMERIQUE du NORD

Comment passer l'année sur un campus nord-américain tout en restant étudiant de l'Université Paris7 Denis Diderot :

Des conventions d'échange ont été signées entre l'université Paris7 et des Universités nord-américaines pour permettre à nos étudiants d'aller à l'étranger faire des séjours d'études intégrées dans leur cursus de l'université Paris7 Denis Diderot.

Il est possible par exemple **de partir en L2 ou en L3 ou pour la première année de Master (Bac+4)** et de faire valider au retour les cours suivis à l'étranger.

La participation à ces programmes d'échanges ne confère pas, **sauf dossier académique exceptionnel**, le bénéfice d'une bourse couvrant les frais de séjour mais l'étudiant reçoit une certaine aide à la mobilité, assez modeste et variable selon les années et les destinations. De plus l'étudiant dont le quotient familial est en dessous d'un certain plafond peut faire **une demande de bourse** auprès du Conseil Régional de l'Île de France.

L'étudiant qui part ainsi « en échange » paye les droits d'inscription à **l'Université Paris 7** mais est exonéré des droits de scolarité et de bibliothèque dans l'université d'accueil. Il peut bénéficier d'une petite aide linguistique gratuite avant son départ pour la préparation du TOEFL (test d'anglais). Ce test d'anglais est passé par **tous** les étudiants qui sont candidats à un séjour à l'étranger, il est donc recommandé de s'inscrire sur le site <http://ww.toefl.fr> dès le mois d'octobre afin de passer ce test avant le mois de février suivant.

- Séjour d'études en Amérique du Nord
- Séjour d'étude en Europe

Voici la liste des universités concernées par ces échanges (liste non exhaustive) :

CANADA :

- Province du Québec :
 - * **McGill University**
 - * **Concordia University**
 - * **Université de Montréal**
 - * **QUAM (Université du Québec à Montréal)**
 - * **université Laval**
 - * **université de Sherbrooke**
- Province de l'Ontario :
 - * **University of Ottawa**
 - * **(University of Toronto)**
 - * **Waterloo university**

USA :

MICEFA :

- * **University of Pennsylvania**
- * **University of Connecticut**
- * **University of Wisconsin at Milwaukee**
- * **University of Texas at Austin**
- * **University of Tucson (Arizona)**

CONVENTIONS DIRECTES

- * **State University of New York at Albany (SUNY)**
- * **State University of New York at Stony Brook (SUNY)**
- * **City University of New York (CUNY)**

Universités américaines proposant des bourses

- * **Duke University (Durham)**
- * **Cornell University (Ithaca)**
- * **Emory University (Atlanta)**
- * **New York University (New York City)**
- * **Columbia University**
- * **University of Massachusetts at Amherst /at Boston**
- * **Wesleyan University**

Le dossier de candidature doit montrer un bon niveau universitaire. Il doit comporter, entre autres, un relevé de notes depuis l'année de Terminale (notes du baccalauréat) et au moins deux lettres de recommandations signées par des enseignants de l'université Paris 7.

Les universités anglophones demandent une attestation (TOEFL) d'un bon niveau d'anglais et il est éventuellement possible de bénéficier d'une préparation au TOEFL à Paris 7 pendant l'année qui précède le départ.

Les Universités du dernier groupe concernent les candidats ayant un très bon dossier universitaire. En cas d'acceptation après sélection sur dossier suivi d'un entretien en anglais, l'étudiant reçoit une bourse couvrant tous les frais de séjour (10 000 \$ à 15 000 \$ pour l'année).

ATTENTION ! :

Pour les séjours à l'étranger en 2007/2008, les dossiers de candidature doivent être déposés avant le 15 décembre 2006 pour certaines universités américaines (MICEFA) et avant le 10 février 2007 pour les autres.

Des réunions d'information sur ces échanges sont organisées par vos enseignants et par le Bureau des Relations internationales. Elles sont signalées par voie d'affiches sur le campus. La première réunion est la plus importante, elle aura lieu en octobre 2006.

Lors de cette réunion, vous pourrez rencontrer des étudiants qui sont partis... et revenus et qui vous diront ce qu'ils pensent de cette aventure.

Sachez aussi que tous ces échanges sont bilatéraux et que chaque année notre UFR de mathématiques accueille un certain nombre d'étudiants étrangers venant des universités citées ci-dessus. Recherchez-les dans vos amphis et en TD, parlez avec eux, échangez des informations...

CONTACTS :

A l'UFR de Mathématiques,
Mireille FOUQUET ou Catherine MUHLRAD-GREIF
Bureau : 304 34/44 (horaire des permanences affiché sur la porte)
Téléphone : 01 44 27 83 19 (répondeur)
E-mail : fouquet@math.jussieu.fr ou greif@logique.jussieu.fr

À l'UFR d'Informatique, Christian CHOFFRUT
Téléphone : 01 44 27 79 84
e-mail : cc@liafa.jussieu.fr

Bureau des Relations Internationales
Kevin GUEGAN
Téléphone : 01 57 27 55 05
E-mail : bri@paris7.jussieu.fr

Adresse : Bâtiment RFF (Réseau Ferré de France)
92 avenue de France 75013 Paris
RER C ou ligne 14, Arrêt : Bibliothèque François Mitterrand,

*** se munir d'une pièce d'identité**

Le Maths Club

Ce séminaire a été créé l'an dernier par l'UFR de Mathématiques de Paris 7 à l'intention des étudiants de mathématiques de niveau L3 et M1 mais il est en fait ouvert à tous ceux du Campus Jussieu que l'affiche attire. En gros, une cinquantaine d'auditeurs comportant aussi bien des étudiants de L1 que des collègues enseignants.

Le but du séminaire est de répondre à la question "les maths, à quoi ça sert ?". C'est une question que se posent les étudiants même s'ils sont en train de faire des études de mathématiques car la vraie question qui les tourmente est "à quoi cela va-t-il nous servir de faire des maths pour trouver un travail".

Nous proposons donc des exposés où le discours est "travaillez vos cours de maths, nous pourrions avoir besoin de vous un jour dans tel ou tel domaine ..."

En résumé, si le public est surtout "matheux", l'exposé ne prétend pas enseigner des mathématiques. Il s'agit à l'aide d'exemples, d'informer l'auditoire des mathématiques qui sont actuellement utilisées ou pourraient être utilisées dans un domaine précis.

Pour en savoir plus : <http://iremp7.math.jussieu.fr/club>

Pour recevoir le programme, s'inscrire en envoyant un mail à : club@math.jussieu.fr

Séjours d'études en EUROPE

Pour l'Europe, les accords Erasmus-Socrates permettent d'aller étudier dans les universités suivantes :

- The University of Leeds (Royaume Uni)**
- The University of Warwick (Royaume Uni)**
- Universidad La Complutense de Madrid (Espagne)**
- Università La Sapienza de Rome (Italie)**
- Université de Mons-Hainaut (Belgique)**
- Universidade de Lisboa (Portugal)**
- Utrecht University (Pays-Bas)**
- Universität Heidelberg (Allemagne)**
- Universität des Saarlandes (Allemagne)**
- Universität Freiburg (Allemagne)**
- The University of Iceland à Reykjavik (Islande)**
- Lund University (Suède)**
- Université de Copenhague (Danemark)**

Pour les échanges Erasmus-Socrates, les dossiers de candidature pour partir peuvent être retirés au bureau 304 34/44 auprès de Christian LERUSTE (enseignant responsable de ces échanges). Les étudiants qui partiront sont choisis par l'UFR de Mathématiques de Paris 7 parmi ceux ayant fait acte de candidature. Les dossiers doivent être déposés si possible avant la fin du mois de mai .

Contacts : à l'UFR de Mathématiques, Christian LERUSTE
Bureau : 01 44 27 83 19 ou 01 44 27 86 66
E-mail: leruste@math.jussieu.fr

Permanence bureau Jussieu : le mardi de 10h30 à 12h30
Bureau 304, tour 34/44, 3^{ème} étage

Bureau Europe 522 B
RFF (Réseau Ferré de France)
92 avenue de France 75013 Paris
RER C ou ligne 14, Arrêt : Bibliothèque François Mitterrand,

Le CAPES

Le CAPES (Certificat d'Aptitude au Professorat de l'Enseignement Secondaire) s'obtient en réussissant un concours. Il donne accès aux fonctions de professeurs dans les collèges et lycées de l'enseignement public.

Le concours est accessible avec une licence (ou un diplôme équivalent).

Pour tout renseignement : <http://www.education.gouv.fr/siac/siac2> (ministère) ou <http://www.capes.math.jussieu.fr/> (site du jury).

D'autres concours sont d'un niveau équivalent : CAFEP (enseignement privé), CAPLP (enseignement en lycées professionnels), CAPESA (enseignement en lycées agricoles).

Le concours du CAPES consiste en deux séries d'épreuves :

*0Deux épreuves écrites de 5h. Ce sont des épreuves d'admissibilité : elles permettent d'accéder aux épreuves orales. Les résultats aux épreuves écrites comptent aussi pour l'admission. Elles ont lieu en mars.

*1Les épreuves orales (deux aussi) ont lieu de la fin du mois de juin à la fin du mois de juillet.

Résultats nationaux du CAPES :

Année	Postes	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis	admis/présents
2003	1 195	5 755	4 616	2 328	1 195	25,9 %
2004	1 003	5 604	4 347	2 038	1 003	23,1 %
2005	1 310	6 087	4 487	2 473	1 310	29,2 %
2006	952	5 787	4 129	2 043	952	23,1 %

952 postes sont mis au concours en 2007.

La préparation au CAPES à l'Université Paris 7 Denis Diderot

À l'Université Paris 7 Denis Diderot nous vous préparons au concours du CAPES avec des cours et TD permettant de revoir et de réorganiser tous les aspects du programme du concours (algèbre, géométrie, analyse, probabilités et statistiques).

C'est une formation à temps plein qui prépare aux épreuves écrites et orales du concours. La préparation à l'écrit a lieu de septembre à février, et comprend notamment des écrits blancs de 5h un samedi sur deux. La préparation à l'oral s'étend de septembre à juin, avec de nombreux oraux blancs et des cours supplémentaires après les épreuves écrites du concours.

Nous travaillons en collaboration avec l'IUFM de Paris qui organise des cours complémentaires, notamment en géométrie, théorie des graphes et statistiques, et participe à la préparation à l'oral..

Résultats au CAPES des étudiants de la préparation de Paris 7 :

Année	Présents P7*	Admissibles P7*	Admis P7*
2003	56	36 (64.3 %)	23 (41.1 %)
2004	57	31 (54.4 %)	15 (26.3 %)
2005	63	38 (60.3 %)	24 (38.1 %)
2006	69	40 (58,0 %)	20 (29,0 %)

*On compte uniquement les étudiants inscrits et assidus.

L'inscription à la préparation se fait sur dossier. Une préinscription sur internet à lieu à partir du mois de mars sur le site : <http://www.idf.iufm.fr/>

Site internet de la préparation au CAPES de
Paris 7

<http://www.ufrp7.math.jussieu.fr/Capes/>

contact : capes-p7@math.jussieu.fr